

В. АМБАРЦУМИАНИ

Б-401

А-61

# Теоретическая АСТРОФИЗИКА

108 858 701

Цена 4 р. 50 к., пер. 1 р. 50 к.

ГОНТИ • РЕДАКЦИЯ ТЕХНИКО - ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
ЛЕНИНГРАД 1939 МОСКВА

---

Книга является первым на русском языке систематическим курсом теоретической астрофизики. В книге рассматриваются теория внешних слоев звезд и теория ионизации в звездных атмосферах в связи с интерпретацией звездных спектров. Особое внимание уделено солнечной атмосфере, в частности хромосфере и короне.

Далее подробно разобраны вопросы физики газовых туманностей (планетарных и диффузных). Изучается вопрос о состоянии межзвездной материи. Изложены основные представления, связанные со вспышками новых звезд, а также с непрерывным истечением материи с поверхности звезд Вольфа-Райе. В последней главе изложены основные вопросы теории внутреннего строения звезд.

Книга рассчитана на студентов старших курсов физматов университетов, аспирантов и научных работников.

---

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие . . . . .	4
Введение . . . . .	5
I. Поле излучения . . . . .	7
II. Звездные фотосферы . . . . .	22
III. Обращающийся слой и образование линий поглощения . . . . .	40
IV. Ионизация в звездных атмосферах . . . . .	80
V. Проблема хромосферы . . . . .	92
VI. Солнечная корона . . . . .	124
VII. Планетарные туманности . . . . .	136
VIII. Межзвездная материя . . . . .	196
IX. Диффузные туманности . . . . .	207
X. Кометы . . . . .	211
XI. Новые звезды . . . . .	218
XII. Звезды Вольфа-Райе . . . . .	234
XIII. Внутреннее строение звезд . . . . .	244

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Впервые преподавание теоретической астрофизики в нашем Союзе было введено в 1931 г. в Ленинградском государственном университете. С тех пор этот курс стали вводить и в других университетах страны. Автору пришлось взять на себя чтение этого курса с самого начала. При этом оказалось, что одной из главных трудностей в усвоении этого предмета как студентами, так и уже сформировавшимися астрофизиками-наблюдателями является отсутствие систематического курса и даже каких-либо пособий на русском языке. Настоящая книга является попыткой автора восполнить этот пробел.

Основное внимание уделено внешним слоям звезд и туманностям. Такому важному вопросу, как внутреннее строение звезд, уделена лишь одна глава, ибо здесь нет окончательной теории и основные вопросы не решены.

Статистическая механика звездных систем не затронута вовсе. Составляя часть теоретической астрофизики, она имеет пока мало точек соприкосновения с другими отделами ее. Автор надеется, что сможет дать изложение этого отдела в отдельной книге. Кроме того статистическая механика звездных систем пока не входит в университетский курс теоретической астрофизики.

Некоторые алгебраические выводы быть может покажутся очень подробными, но в физических вопросах не стоит отвлекать внимание читателя математическими трудностями, что неизбежно случается каждый раз, когда ему самому предлагается сделать тот или иной вывод.

Проф. В. Амбарцумян

---

## ВВЕДЕНИЕ

Развитие теоретической астрофизики связано с замечательными успехами современной атомной теории, позволившими расшифровать и объяснить процессы, находящие свое отражение в особенностях и поведении спектров.

Задачей теоретической астрофизики является выяснение физической природы явлений и процессов в космосе и интерпретация наблюдательных данных не только с качественной, но и с количественной точек зрения. В ряде случаев трудно провести грань между наблюдательной и теоретической астрофизикой, и само это разделение до некоторой степени искусственно. Стремительное развитие наблюдательной техники привело к накоплению колоссального наблюдательного материала. Развитие теории отстает от роста наблюдательных данных. Многие вопросы еще не получили даже первого, самого общего, освещения. В итоге мы имеем положение, когда в ряде областей наблюдательная астрофизика очень часто не руководствуется теорией, а идет по линии поисков эмпирических закономерностей и т. п. Этим объясняется и то, что многие современные астрофизики пренебрегают теорией, будучи недостаточно знакомы с ней.

В настоящее время наиболее полную и глубокую разработку получили проблемы солнечной и звездных фотосфер, проблемы атмосфер звезд и теория туманностей, в первую очередь туманностей планетарных. Методы и результаты современной атомной теории позволяют полностью объяснить явления в поверхностных слоях звезд и решить проблему туманностей и аналогичные проблемы.

Иначе обстоит дело с вопросами внутреннего строения звезд, а также с вопросами эволюции звезд и звездных систем. Нет никакой уверенности, что, например, для построения теории внутреннего строения звезд вполне достаточно пользоваться нерелятивистской атомной теорией и разработанными уже статистиками. Наоборот, правильная теория внутреннего строения звезд будет базироваться на знании сил, действующих в атомных ядрах, и на релятивистских квантовых эффектах.

В соответствии с этим настоящая книга касается главным образом проблем звездных атмосфер и туманностей. Внутреннему строению звезд посвящена лишь последняя глава.

Что касается до наметившейся новой ветви теоретической астрофизики — изучения звездной статистики в теоретическом аспекте, которую можно было бы назвать статистической механикой звездных систем, то ее мы оставим в этой книге неза-

гронутой, так как пока намечены лишь некоторые пути развития этой чрезвычайно интересной отрасли.

Основателем теоретической астрофизики можно считать Шварцшильда (1873—1916), который дал теорию лучевого равновесия фотосферических слоев звезды, а также первую теорию рассеяния света в звездных атмосферах. После его смерти целый ряд английских теоретиков работал над вопросами внутреннего строения звезд (Эддингтон, Джинс) и над проблемой внешних слоев звезд (Милн).

Но в их работах заметно увлечение математическими задачами, возникающими при решении того или иного вопроса, и отсутствует практическое рассмотрение основных физических допущений, на которых данная теория зиждется. Это увлечение формальной стороной дела особенно резко сказалось в работах последователя этой английской школы — индусского астрофизика Чандрасекара (Chandrasekhar).

По мысли Милна и Чандрасекара теоретическая астрофизика должна заниматься построением математических моделей различных астрофизических объектов (звезд, туманностей и т. д.). Каждая модель строится на основании определенных физических допущений о состоянии вещества, излучения и т. д. Затем эти математические модели сравниваются с наблюдениями, и из всех моделей выбирается та, которая похожа на реально существующие объекты.

Такая точка зрения, доведенная до конца, сводит занятие астрофизика-теоретика к составлению сборника математических упражнений с решениями. Очевидно, что она не может повести к быстрому и целеустремленному развитию.

Приступающему к работе по теоретической астрофизике надо понять, что математический аппарат является для него лишь средством (правда, очень важным) для достижения его цели. Основная его работа заключается в рассмотрении физической стороны дела, т. е. в том, чтобы при построении теории принять правильные физические допущения, соответствующие реальным условиям, в которых находится материя в изучаемом объекте, отбросить неправильные допущения, выбрать причины, существенные для данного явления и обуславливающие его, и откинуть те, которыми в первом приближении можно пренебречь.

Лишь после правильного решения этой физической задачи на основании правильных допущений строится математическая модель, которая сравнивается с наблюдениями для решающего контроля предположений.

Ряд астрофизиков-теоретиков, например Занстра и Россе-ланд, стоит близко к этому пути. В результате их работ мы имеем крупные успехи в изучении газовых туманностей.

Советская теоретическая астрофизика придерживается этого второго направления. Поэтому она теснее связана с наблюдательной астрофизикой, так как последняя также по существу интересуется физической стороной дела.

## 1. ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

1. **Основные понятия.** Пусть задано нам пространство, в котором имеется излучение. Мы будем говорить в этом случае о поле излучения. Возьмем в этом поле некоторую точку  $M(x, y, z)$  и некоторое направление, характеризуемое единичным вектором  $\mathbf{n}$  (или угловыми координатами  $\theta$  и  $\varphi$ ). В этой точке  $M$  возьмем элементарную площадку величиной  $dS$ , перпендикулярную к направлению  $\mathbf{n}$ , так что  $\mathbf{n}$  представляет собой нормаль к этой площадке.

Рассмотрим далее количество энергии с частотами, заключенными между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ , которое за время  $dt$  проникает через площадку  $dS$  в направлениях, заключенных внутри некоторого малого телесного угла  $d\omega$ , образованного вокруг нормали  $\mathbf{n}$ . Очевидно, что это количество энергии  $dE_\nu$  будет пропорционально  $d\nu dS dt d\omega$  и поэтому

$$dE_\nu = I_\nu d\nu dS dt d\omega, \quad (1.1)$$

где  $I_\nu$  есть некоторый коэффициент пропорциональности, который будет зависеть вообще от координат точки  $M$ , направления  $\mathbf{n}$  и частоты  $\nu$ . Этот коэффициент  $I_\nu$  будем называть специфической интенсивностью излучения в данной точке, в данном направлении и в данной частоте.

Если же мы сосчитаем общее количество энергии (независимо от частоты), протекающее через ту же площадку  $dS$  за время  $dt$  в направлениях, заключенных внутри телесного угла  $d\omega$ , то это количество будет уже равно

$$dE = I dS dt d\omega, \quad (1.2)$$

где очевидно

$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu. \quad (1.3)$$

Величина  $I$  называется полной интенсивностью излучения в данной точке и в данном направлении.

Допустим, что мы имеем дело с полем излучения, в котором полная интенсивность в каждой точке равна нулю во всех направлениях, за исключением некоторых направлений, заключенных внутри некоторого малого телесного угла  $\Delta\omega$ , образованного вокруг направления  $\mathbf{n}$ . Тогда, с одной стороны, полное коли-

чество энергии, протекающее через площадку  $dS$  за время  $dt$  в этих направлениях, будет по определению интенсивности равно  $I dS dt \Delta\omega$ . С другой стороны, если  $q$  есть плотность лучистой энергии в точке  $M$ , то это количество энергии должно быть равно  $q c dt dS$ , где  $c$  — скорость света. Поэтому в данном специальном случае

$$q = I \frac{\Delta\omega}{c}.$$

В общем же случае, когда присутствует излучение, направленное в разные стороны,

$$q = \frac{1}{c} \int I d\omega.$$

Точно такое же соотношение существует между специфической плотностью излучения  $q_\nu$  (определяемой тем, что  $q_\nu d\nu$  представляет количество лучистой энергии в единице объема с частотами, заключенными между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ ) и специфической интенсивностью излучения  $I_\nu$ ,

$$q_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu d\omega. \quad (1.5)$$

В случае если в данной точке поле излучения изотропно, т. е. интенсивность не зависит от направления, то

$$[q = \frac{4\pi}{c} I.] \quad (1.4a)$$

С помощью введенного выше понятия специфической интенсивности излучения можно образовать некоторый вектор  $\mathbf{H}_\nu$ , который называется специфическим потоком в частоте  $\nu$  в данной точке и компоненты которого определяются следующим образом: пусть  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  будут углы, образованные излучением с осями координат. Тогда

$$\begin{aligned} H_{\nu x} &= \int I_\nu \cos \alpha d\omega; & H_{\nu y} &= \int I_\nu \cos \beta d\omega; \\ H_{\nu z} &= \int I_\nu \cos \gamma d\omega. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Точно так же определяется полный поток энергии  $\mathbf{H}$  в данной точке:

$$\begin{aligned} H_x &= \int I \cos \alpha d\omega; & H_y &= \int I \cos \beta d\omega; \\ H_z &= \int I \cos \gamma d\omega. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Если мы возьмем некоторую замкнутую поверхность  $\Sigma$  в поле излучения и на этой поверхности элемент  $d\sigma$ , то разность между количеством энергии, вытекающей из  $\Sigma$  через элемент  $d\sigma$  в единицу времени, и количеством втекающей че-



рез этот элемент лучистой энергии за тот же промежуток времени будет очевидно равна

$$H_n d\sigma,$$

где  $H_n$  — проекция вектора  $\mathbf{H}$  на направление внешней нормали. Поэтому полное превышение энергии, вытекающей через  $\Sigma$ , над энергией втекающей будет равно

$$\int_{(\Sigma)} H_n d\sigma.$$

Если взять равновесное излучение, заключенное в замкнутый сосуд (черное излучение), и сделать на границе сосуда маленькое отверстие, то из этого отверстия будет выходить излучение. Количество его, выходящее в единицу времени, будет равно  $H_n s$ , где  $s$  — величина отверстия. Направим ось  $X$  по нормали к  $s$ , тогда

$$H_n s = H_x s.$$

Кроме того мы знаем, что при равновесном излучении интенсивность выходящего излучения во всех направлениях должна быть одинакова. Поэтому

$$H_x = \int I \cos \alpha d\omega = I \int \cos \alpha d\omega = \pi I,$$

так как интегрирование нужно распространить лишь на направления, идущие наружу (интенсивность излучения, идущего внутрь, равна нулю). Пользуясь (1,4а), мы найдем:

$$H_x = \frac{c}{4} \rho,$$

а так как  $\rho = aT^4$  по закону Больцманна, то

$$H_x = \frac{ac}{4} T^4,$$

и полная величина излучения, выходящего в секунду, будет:

$$sH_x = \frac{sac}{4} T^4. \quad (1.8)$$

Таким образом абсолютно-черное тело излучает с единицы поверхности в одну секунду количество энергии, равное  $\frac{ac}{4} T^4$ .

**2. Тензор светового давления.** Наряду с вектором потока излучения  $\mathbf{H}$  поле излучения характеризуется также некоторым тензором второго ранга, именно тензором светового давления. Пользуясь тем обстоятельством, что каждый квант лучистой энергии  $h\nu$  несет с собой импульс  $\frac{h\nu}{c}$ , можно легко подсчитать,

что компоненты тензора давления лучистой энергии выражаются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} p_{xx} &= \frac{1}{c} \int I \cos^2 \alpha \, d\omega; & p_{yy} &= \frac{1}{c} \int I \cos^2 \beta \, d\omega; \\ p_{zz} &= \frac{1}{c} \int I \cos^2 \gamma \, d\omega; \\ p_{xy} &= \frac{1}{c} \int I \cos \alpha \cos \beta \, d\omega; & p_{xz} &= \frac{1}{c} \int I \cos \alpha \cos \gamma \, d\omega; \\ p_{yz} &= \frac{1}{c} \int I \cos \beta \cos \gamma \, d\omega; \end{aligned} \right\} (1.9)$$

В случае, когда излучение изотропно

$$p_{xx} = p_{yy} = p_{zz} = \frac{1}{c} \int I \cos^2 \alpha \, d\omega = \frac{4\pi I}{c} \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \rho. \quad (1.10)$$

Недиагональные компоненты этого тензора обращаются в нуль

$$p_{xy} = p_{yz} = p_{zx} = 0. \quad (1.10a)$$

Таким образом в этом случае световое давление превращается в скаляр и равно одной трети плотности лучистой энергии.

В общем же случае мы можем написать, что инвариант, получаемый как след тензора светового давления

$$\begin{aligned} p_{xx} + p_{yy} + p_{zz} &= \\ &= \frac{1}{c} \int I (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) \, d\omega = \frac{1}{c} \int I \, d\omega = \rho \end{aligned} \quad (1.11)$$

равен плотности лучистой энергии.

**3. Уравнение переноса.** Рассмотрим стационарное поле излучения, т. е. такое поле, в котором интенсивность излучения не зависит от времени. Посмотрим, как будет меняться интенсивность излучения, когда мы перемещаемся в пространстве в направлении этого излучения. Рассмотрим всевозможные лучи, заключенные внутри телесного угла  $d\omega$ , с направлением  $\mathbf{s}$ , входящие за время  $dt$  через площадку  $dS$  в призму, изображенную на рис. 1, причем частоты заключены между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ . Энергия этих лучей, очевидно, равна  $I_\nu d\nu dS d\omega dt$ .

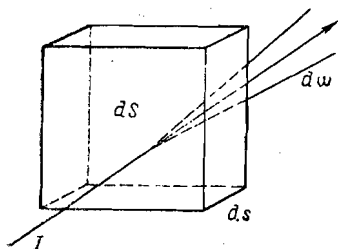


Рис. 1.

Энергия лучей, выходящих за то же время из той же призмы через  $dS' = dS$  в тех же направлениях и с теми же частотами, будет определяться интенсивностью  $I + dI$ , на верхнем основании призмы, т. е. будет равна  $(I + dI) d\nu dS dt d\omega$ .

Разница между этими двумя количествами обуславливается тем, что некоторая часть вошедшей через  $dS$  в призму энергии

поглощается в ней, и материя, находящаяся внутри призмы, излучает энергию во всех направлениях, в том числе в направлении  $s$  и смежных с ним. Количество поглощенной энергии должно быть пропорционально количеству вошедшей в призму энергии, а также длине элемента пути  $ds$ . Оно равно поэтому

$$\alpha_v I_v dv dS d\omega dt ds,$$

где  $\alpha_v$  есть некоторый коэффициент пропорциональности, носящий название объемного коэффициента поглощения. С другой стороны, энергия, излучаемая объемом  $dS ds$  в направлениях, заключенных внутри  $d\omega$  за время  $dt$ , будет равна:  $\epsilon_v dv dS ds dt d\omega$ , где  $\epsilon_v$  — объемный коэффициент излучения. Поэтому разность между вышедшей и вошедшей в призму энергиями частоты  $\nu$  будет равна:

$$(I_v + dI_v) dv dS d\omega dt - I_v dv dS d\omega dt = \\ = \epsilon_v dv dS ds dt d\omega - \alpha_v I_v dv dS ds dt d\omega,$$

откуда находим:

$$\frac{dI_v}{ds} = \epsilon_v - \alpha_v I_v. \quad (1.12)$$

Полученное уравнение называется уравнением переноса и позволяет вычислить специфическую интенсивность  $I_v$ , если только известны объемные коэффициенты излучения и поглощения в каждой точке вдоль пути луча. При этом, конечно, полученное решение будет еще зависеть от предельных условий, которым подчиняется специфическая интенсивность излучения.

В самом деле, пусть  $s$  будет длина пути луча, отсчитанная от какой-нибудь его точки. Тогда решение уравнения (1.12) будет иметь вид

$$I_v(s) = C e^{-\int_{-\infty}^s \alpha_v ds} + \int_{-\infty}^s \epsilon_v(t) e^{-\int_t^s \alpha_v(u) du} dt. \quad (1.13)$$

Очевидно, что смысл постоянной  $C$  заключается в том, что она равна специфической интенсивности излучения при  $s = -\infty$ . В дальнейшем мы используем это решение.

4. Расходимость тензора светового давления. Вводя направляющие косинусы  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\cos \gamma$  для направления излучения, мы можем переписать уравнение переноса следующим образом:

$$\frac{\partial I_v}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial I_v}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial I_v}{\partial z} \cos \gamma = \epsilon_v - \alpha_v I_v.$$

Умножая на  $\cos \alpha$ , потом на  $\cos \beta$  и затем на  $\cos \gamma$  и интегрируя по всем направлениям, мы получим три дифференциальных урав-

нения, которые будут действительны для каждой частоты в отдельности:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial x} \int I, \cos^2 \alpha \, d\omega + \frac{\partial}{\partial y} \int I, \cos \alpha \cos \beta \, d\omega + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \int I, \cos \alpha \cos \gamma \, d\omega = -a, \int I, \cos \alpha \, d\omega \\
 & \frac{\partial}{\partial x} \int I, \cos \alpha \cos \beta \, d\omega + \frac{\partial}{\partial y} \int I, \cos^2 \beta \, d\omega + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \int I, \cos \beta \cos \gamma \, d\omega = -a, \int I, \cos \beta \, d\omega \quad (1.14) \\
 & \frac{\partial}{\partial x} \int I, \cos \alpha \cos \gamma \, d\omega + \frac{\partial}{\partial y} \int I, \cos \beta \cos \gamma \, d\omega + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \int I, \cos^2 \gamma \, d\omega = -a, \int I, \cos \gamma \, d\omega.
 \end{aligned}$$

Интегрируя эти уравнения по всем частотам и деля на  $c$ , а также пользуясь (6) и (9), мы найдем:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{xz}}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \int a, H_{vx} \, dv \\
 \frac{\partial p_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{yz}}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \int a, H_{vy} \, dv \quad (1.15) \\
 \frac{\partial p_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \int a, H_{vz} \, dv.
 \end{aligned}$$

Если символ  $P$  обозначает тензор светового давления, то эти равенства сокращенно могут быть написаны так:

$$\operatorname{div} P = -\frac{1}{c} \int a, H, \, dv. \quad (1.15')$$

Применим эти уравнения к одному частному случаю. Пусть мы имеем среду, состоящую из плоско-параллельных слоев, т. е. такую среду, в которой все физические свойства: плотность, давление и пр. зависят только от одной координаты, например  $z$ . В том числе только от  $z$  должны зависеть и коэффициенты поглощения и излучения. Очевидно, что, поскольку мы имеем дело с излучением этой материальной среды (т. е. не рассматриваем излучение, идущее извне), специфическая интенсивность излучения будет зависеть только от координаты  $z$  и угла  $\gamma$  (который можно назвать зенитным расстоянием), но не зависит от координат  $x$  и  $y$ , а также от углов  $\alpha$  и  $\beta$ .

В таком случае все недиагональные элементы тензора светового давления обратятся в нуль,  $H_{vx} = 0$ ,  $H_{vy} = 0$ , и мы получим вместо (1.15):

$$\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} = -\frac{1}{c} \int a, H_{vz} \, dv. \quad (1.16)$$

Первые два равенства для нас тривиальны, так как  $p_{xx}$  и  $p_{yy}$ , как величины, определяемые полем излучения, уже из соображений симметрии не должны зависеть от координат  $x$  и  $y$ . Из тех же соображений очевидно далее, что  $p_{xx} = p_{yy}$ .

5. Расходимость вектора потока излучения. Мы имели выше, что превышение количества энергии, вытекающей из данного объема, над энергией, втекающей в него, равно

$$\int_{(\Sigma)} H_n d\sigma.$$

С другой стороны, если мы обозначим через  $\eta$  плотность источников лучистой энергии (в случае стоков  $\eta$  имеет отрицательное значение), то та же величина выражается объемным интегралом

$$\int_{(V)} \eta d\tau,$$

где интегрирование распространено на объем, ограниченный поверхностью  $\Sigma$ . Итак

$$\int_{(\Sigma)} H_n d\sigma = \int_{(V)} \eta d\tau.$$

Но по теореме Гаусса

$$\int_{(\Sigma)} H_n d\sigma = \int_{(V)} \operatorname{div} \mathbf{H} d\tau,$$

поэтому

$$\int_{(V)} \operatorname{div} \mathbf{H} d\tau = \int_{(V)} \eta d\tau.$$

Так как это равенство имеет место для всякого произвольно взятого объема, то

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = \delta, \quad (1.17)$$

т. е. расходимость вектора потока лучистой энергии равна плотности источников этой энергии. Здесь мы оставляем в стороне вопрос о природе возможных источников или стоков, т. е. вопрос о том, за счет каких других видов энергии происходит образование лучистой энергии. В частном случае, когда в нашем объеме нет источников лучистой энергии,

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (1.18)$$

В рассмотренном выше случае плоско-параллельных слоев, когда  $H_{xx} = H_{yy} = 0$  и следовательно и  $H_x = H_y = 0$ , вместо (1.17) мы имеем:

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} = \eta. \quad (1.19)$$

В случае же, если  $\eta=0$ , т. е. в рассматриваемых слоях источники энергии отсутствуют, мы получаем:

$$\frac{dH_z}{dz} = 0 \text{ или } H_z = \text{const.} \quad (1.20)$$

Во внешних слоях звезд, которые в первом приближении можно принять за плоско-параллельные, как мы увидим далее, нет источников лучистой энергии. Поэтому в них  $H_z$ , т. е. поток, направленный наружу, есть величина постоянная.

Если мы допустим, что коэффициент поглощения  $\alpha$  не зависит от частоты, т. е. постоянен вдоль спектра, то в этом случае

$$\frac{dp_{zz}}{dz} = -\frac{H_z}{c} \alpha.$$

Из соображений симметрии очевидно, что  $p_{zz}$  не должно зависеть от  $x$  и  $y$ . Поэтому знак частного дифференцирования мы можем заменить обыкновенным дифференцированием

$$\frac{dp_{zz}}{dz} = -\frac{H_z}{c} \alpha, \quad (1.21)$$

откуда

$$p_{zz} = \frac{H_z}{c} \int_a^\infty \alpha dz + (p_{zz})_{z=\infty}. \quad (1.22)$$

Таким же образом, зная поток, мы можем вычислить световое давление и в других случаях.

**6. Рассеяние, флуоресценция и истинное поглощение.** В § 3 мы дали чисто формальное определение объемного коэффициента поглощения  $\alpha$ , не вникая в сущность тех физических процессов, которыми он обуславливается. Под поглощением мы понимали там просто ослабление в материальной среде излучения, идущего в определенном направлении. Такое ослабление может происходить под влиянием разных причин и в соответствии с этим должно трактоваться в каждом случае особо. Рассмотрим различные виды поглощения в отдельности.

1. Чистое рассеяние. Рассеянием называется тот случай, когда поглощенная энергия каждой длины волны излучается материей во все стороны в той же самой длине волны. Для этого необходимо, чтобы поглощенный свет не превращался в энергию движения частиц материи (тепловую). Примером рассеяния могут служить Томсоновское рассеяние света свободными электронами, Релеевское рассеяние света молекулами в атмосфере, поглощение и испускание атомами квантов соответствующих резонансных линий и т. д. Как выражаются математически условия чистого рассеяния? Полное количество энергии, излучаемое элементом объема  $dSds$  по направлениям, заклю-

ческим внутри  $d\omega$ , за время  $dt$  в частотах между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ , равно

$$\epsilon_\nu dS ds dt d\omega d\nu.$$

Полное количество энергии, излученное за тот же промежуток времени по всем направлениям в тех же частотах, будет  $4\pi \epsilon_\nu dS ds dt d\nu$ , если количество излучаемой энергии не зависит от направления. С другой стороны, мы видели, что количество энергии, поглощенной за то же время в тех же частотах из лучей, идущих в направлениях  $d\omega$ , будет равно  $\alpha_\nu I_\nu dS ds dt d\nu d\omega$ . Легко видеть, что для излучения, направление которого не совпадает с осью нашего элементарного цилиндра, количество поглощенной энергии в нем выражается таким же образом. Поэтому полное количество энергии, поглощаемой из излучений, идущих в различных направлениях, нашим элементом объема за время  $dt$  в частотах между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ , будет равно

$$\alpha_\nu dS ds dt d\nu \int I_\nu d\omega.$$

Так как энергия, поглощаемая в рассматриваемых частотах излучается в тех же частотах, то

$$4\pi \epsilon_\nu dS ds dt d\nu = \alpha_\nu dS ds dt d\nu \int I_\nu d\omega$$

или

$$\epsilon_\nu = \frac{1}{4\pi} \alpha_\nu \int I_\nu d\omega. \quad (1.23)$$

Поэтому уравнение переноса для этого случая можно написать так [см. (1.12)]:

$$\frac{dI}{ds} = \alpha_\nu \left[ \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} - I_\nu \right]. \quad (1.24)$$

Вместо термина „чистое рассеяние“ в литературе часто встречается другой термин: „монохроматическое лучевое равновесие“. Последнее название связано с тем, что при чистом рассеянии количество энергии, излученной в данной частоте, равно количеству энергии, поглощенной в ней.

2. Флуоресценция. Поглощая кванты определенной частоты, материя может иногда вместо квантов той же частоты или, точнее, наряду с ними испускать кванты других частот. Так например, атом водорода, поглотив квант линии  $L_\nu$  (третья частота лаймановской серии) и перейдя из состояния  $1S$  в состояние  $4P$ , может в результате последовательных спонтанных переходов  $4P \rightarrow 3S$ ,  $3S \rightarrow 2P$ ,  $2P \rightarrow 1S$  испустить три кванта, принадлежащих линиям  $P_\alpha$ ,  $H_\alpha$ ,  $L_\alpha$  (основные линии пашеновской, бальмеровской и лаймановской серий)<sup>1)</sup>. Такого рода процессы носят название флуоресценции.

<sup>1)</sup> Изложение систематики атомных спектров читатель найдет в книге: С. Э. Фриш, Атомные спектры, ГТИ, 1934.

Мы несколько расширим понятие флуоресценции, включив сюда и те случаи, когда вместо нескольких квантов малых частот испускается меньшее число квантов больших частот. Вообще под флуоресценцией мы будем понимать такие процессы, когда атом, поглощая несколько квантов, частоты которых соответствуют частотам его определенных линий, излучает вместо них несколько (вообще говоря другое число) квантов других частот. При этом сумма энергий поглощенных квантов равна сумме энергий излученных. Важно, что при флуоресценции, так же как и при рассеянии, поглощенная энергия не переходит в кинетическую энергию движущихся частиц материи.

Ясно, что при флуоресценции уже не будет, вообще говоря, монохроматического лучевого равновесия в каждой частоте и вместо уравнения (1.23) мы будем иметь лишь равенство соответствующих сумм поглощенных и излученных во всех рассматриваемых частотах энергий:

$$\sum_{\nu} \epsilon_{\nu} = \frac{1}{4\pi} \sum \alpha_{\nu} \int I_{\nu} d\omega. \quad (1.25)$$

Относительное распределение излученных энергий по частотам определяется распределением атомов (или молекул) по различным возбужденным состояниям. Это распределение определяется специфическими плотностями энергии в частотах линий данного атома. Поэтому обе проблемы распространения излучения и возбуждения атомов в случае флуоресценции надо решать совместно.

3. Истинное поглощение. Под этим термином понимаются те случаи, когда поглощенная энергия превращается в тепловую энергию движения частиц. Обратный процесс происходит тогда, когда тепловая энергия переходит в излучение. В качестве первого примера можно привести случаи, когда поглощаются кванты каких-либо линий, идущие на возбуждение того или иного атома, а затем эта энергия возбуждения под влиянием удара второго рода переходит в кинетическую энергию частиц. Точно так же могут происходить обратные процессы, когда при ударах первого рода атомы возбуждаются за счет их кинетической энергии, а затем излучают энергию возбуждения. Другим примером истинного поглощения является поглощение светового кванта при фотоэлектрической ионизации атома какого-нибудь элемента. После такой ионизации оторванный электрон может рекомбинироваться с ионами других элементов и дать излучение совершенно других длин волн. Даже рекомбинация с ионами того же элемента может дать другую частоту, так как после рекомбинации атом может оказаться в таком квантовом состоянии, энергия которого отличается от энергии исходного состояния. Чтобы оценить, какие из вышеописанных процессов рассеяния, флуоресценции и чистого поглощения представляют наибольшую важность для нас в том или ином конкретном случае, надо проанализировать имеющиеся условия.



7. Коэффициент непрозрачности (Росселандово среднее). Разделим уравнения (1.14) на  $a_\nu$  и проинтегрируем по частотам. Тогда, например, первое из них дает:

$$\begin{aligned} & \int \cos^2 \alpha d\omega \int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial x} dv + \\ & + \int \cos \alpha \cos \beta d\omega \int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial y} dv + \\ & + \int \cos \alpha \cos \gamma d\omega \int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial z} dv = -H_x. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Если мы попытаемся в написанных интегралах заменить  $a_\nu$  его средним значением, то это среднее будет гармоническим средним, причем при вычислении среднего веса будут пропорциональны градиентам  $\frac{\partial I_\nu}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial I_\nu}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial I_\nu}{\partial z}$ . Строго говоря, в каждом из этих интегралов средние будут различны в разных случаях, вследствие того, что будет различным распределение весов по частотам, а также будет существовать зависимость среднего значения от направления.

Если мы имеем среду, отличающуюся высокой степенью непрозрачности (например, внутренние слои звезд), которая находится в стационарном состоянии, то можно ожидать, что интенсивность излучения (специфическая) в каждой точке этой среды определится почти той же формулой Планка, что и распределение специфической интенсивности излучения в совершенно замкнутом сосуде, находящемся в состоянии равновесия. Разница будет заключаться лишь в том, что температура, являющаяся в данном случае параметром, характеризующим распределение специфической интенсивности по частотам, может меняться от точки к точке. Если удовольствоваться этим приближением, то можно написать, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_\nu}{\partial x} &= \frac{\partial I_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x}; \quad \frac{\partial I_\nu}{\partial y} = \frac{\partial I_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial y}; \\ \frac{\partial I_\nu}{\partial z} &= \frac{\partial I_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Следовательно, если  $a_2$  определяется равенством

$$\frac{1}{a_2} \int \frac{\partial I_\nu}{\partial x} dv = \int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial x} dv, \quad (1.27)$$

то в силу равенства, вытекающего из (1.27) и (1.26):

$$a_2 = \frac{\int \frac{\partial I_\nu}{\partial x} dv}{\int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial x} dv} = \frac{\int \frac{\partial I_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} dv}{\int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} dv} = \frac{\int \frac{\partial I_\nu}{\partial T} dv}{\int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} dv},$$

и таких же равенств для других двух средних значений в интегралах, входящих в (1.14), во всех трех случаях наше среднее гармоническое будет иметь одно и то же значение:

$$a_2 = \frac{\int \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu}{\int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu}. \quad (1.28)$$

Это среднее называется коэффициентом непрозрачности, или „Росселандовым средним“, и его введение позволяет написать вместо (1.14):

$$\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{xz}}{\partial z} = -\frac{a_2}{c} H_x$$

и вообще:

$$\operatorname{div} \mathbf{P} = -\frac{a_2}{c} \mathbf{H}. \quad (1.29)$$

Во многих задачах поток  $\mathbf{H}$  является заданной функцией координат и поэтому (1.29) позволяет судить о распределении светового давления, если только известно  $a_2$ . Вот почему в астрофизических исследованиях это Росселандово среднее играет очень большую роль.

**8. Влияние линий поглощения на Росселандово среднее.** Наличие линий поглощения в спектре можно математически выразить тем, что коэффициент поглощения  $a_\nu$  имеет ряд острых максимумов, положения которых соответствуют длинам волн этих линий. Чтобы узнать влияние этих максимумов на Росселандово среднее, рассмотрим пример. Допустим, что коэффициент поглощения в непрерывном спектре характеризуется плавной кривой  $a_\nu = a_\nu^0$  и что внутри линий поглощения он в определенное количество  $n$  раз больше значения коэффициента

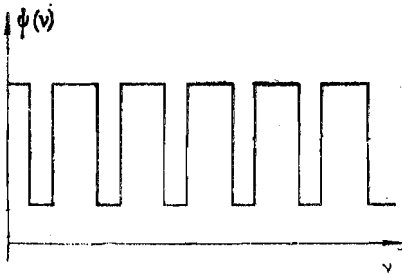


Рис. 2.

поглощения в соседних областях непрерывного спектра. Пусть все линии поглощения имеют одинаковую ширину  $\delta$  и находятся на одинаковых расстояниях друг от друга. Обозначим длину промежутка непрерывного спектра между двумя линиями поглощения через  $D$ . Тогда коэффициент  $a_\nu$  можно представить с помощью формулы

$$a_\nu = a_\nu^0 \psi_\nu, \quad (1.30)$$

где  $\psi_\nu$  есть кривая, изображенная на рис. 2. Очевидно, что интеграл  $\int \frac{1}{a_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu = \int \frac{1}{a_\nu^0 \psi_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu$  можно представить в ви-

и суммы двух интегралов:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\alpha_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu &= \int \frac{1}{\alpha_\nu^0 \psi_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu + \int \frac{1}{\alpha_\nu^0 \psi_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu = \\ &= \int_{(C)} \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu + \frac{1}{n} \int_{(L)} \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu, \end{aligned} \quad (1.31)$$

где  $C$  есть совокупность участков непрерывного спектра, а  $L$  — совокупность участков, входящих в линии. Так как между двумя линиями, т. е. на протяжении  $D$ , величины  $\alpha_\nu^0$  и  $\frac{\partial I_\nu}{\partial T}$  можно считать неизменными, то

$$\begin{aligned} \int_{(C)} \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu &= \sum \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} D = \\ &= \frac{D}{D+\delta} \sum \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} (D+\delta) = \frac{D}{D+\delta} \int \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu, \end{aligned}$$

где интегрирование в правой части распространено уже на весь спектр без вырезов. Точно так же

$$\begin{aligned} \int_{(L)} \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu &= \sum \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} \delta = \\ &= \frac{\delta}{D+\delta} \sum \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} (D+\delta) = \frac{\delta}{D+\delta} \int \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu. \end{aligned}$$

Сопоставляя эти результаты с (1.31), находим:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\alpha_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu &= \frac{D}{D+\delta} \int \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu + \\ &+ \frac{1}{n} \frac{\delta}{D+\delta} \int \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu = \frac{D+\frac{1}{n}\delta}{D+\delta} \int \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu, \end{aligned}$$

и, следовательно, для Росселандова среднего имеем:

$$\alpha_2 = \frac{\int \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu}{\int \frac{1}{\alpha_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu} = \frac{D+\delta}{D+\frac{\delta}{n}} \frac{\int \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu}{\int \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu};$$

и то же время, если бы не было линий поглощения, то Росселандово среднее  $\alpha_2^0$  выражалось бы через:

$$\alpha_2^0 = \frac{\int \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu}{\int \frac{1}{\alpha_\nu^0} \frac{\partial I_\nu}{\partial T} d\nu}.$$

Поэтому

$$\alpha_2 = \frac{D + \delta}{D + \frac{\delta}{n}} \alpha_2^0. \quad (1.32)$$

Так как  $n \gg 1$  и  $\delta$  мало по сравнению с  $D$ , то  $\alpha_2$  должно быть очень близко к  $\alpha_2^0$ . Даже если  $n = \infty$ , т. е. коэффициент поглощения в линиях бесконечно велик, мы получаем редуцированный фактор  $\frac{D}{D + \delta}$  для учета влияний линий. При  $\delta = \frac{1}{20}$ , т. е. при допущении, что ширина (суммарная) линий достаточно велика, мы получаем опять только фактор  $\frac{21}{20}$ , т. е. число, практически очень близкое к единице. Мы увидим далее, что обычные методы вычисления  $\alpha_2$  настолько грубы, что должны приводить к большим ошибкам, достигающим в лучшем случае нескольких десятков процентов. Поэтому, несмотря на то, что в линиях поглощения коэффициент поглощения может быть и очень велик, мы можем при вычислении Росселандова среднего вовсе не учитывать наличия линий.

Точные вычисления Росселандова среднего или „коэффициента непрозрачности“ в общем случае очень трудно провести до конца. Значительно легче произвести вычисление „среднего коэффициента поглощения“, которое определяется согласно формуле

$$\alpha_0 = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_\nu I_\nu d\nu}{\int_0^{\infty} I_\nu d\nu}.$$

Мы видели выше, что главным отличием Росселандова среднего является то, что на него мало влияет наличие отдельных резких и узких максимумов коэффициентов поглощения, т. е. спектральных линий. Практически это влияние равно нулю. Между тем при вычислении среднего коэффициента поглощения это влияние может быть значительным. Отбросив эти максимумы, т. е. считая, что никаких спектральных линий нет, мы можем надеяться получить значение среднего коэффициента поглощения, близкое к значению коэффициента непрозрачности.

Итак, следует учитывать только непрерывное поглощение. Оно, в свою очередь, складывается из двух частей: 1) поглощения, сопровождаемого переходом электрона из свободного состояния в свободное, конечно, в поле какого-нибудь иона, которое в первом приближении можно считать кулоновским. Это поглощение будет пропорционально как плотности электронов, так и плотности ионов; 2) поглощения, происходящего при переходах электронов из связанного состояния в свободное, т. е. того поглощения, которое происходит за границами всех спектральных серий. Мы дадим окончательный результат, получен-

или Чандрасекаром для коэффициента поглощения, рассчитанного на один атом:

$$\bar{\alpha} = \frac{40}{\pi^4 \sqrt{3}} \frac{c^2 h^4}{cm (2\pi m)^{3/2}} \left\{ \sum_{r=1}^{\infty} \chi_r \left( 1 + \frac{2,43}{kT} \chi_r \right) \chi_{r+1} \frac{N_e}{(kT)^{3/2}} \right.$$

Здесь  $e$  и  $m$  суть заряд и масса электрона,  $\chi_{r+1}$  есть доля атомов, ионизованных  $r$  раз,  $\chi_r$  есть  $r$ -тый потенциал ионизации,  $N_e$  — число электронов в единице объема.

Наличие множителя  $1 + \frac{2,43}{kT} \chi_r$  при  $\chi_{r+1}$  является явным выражением того факта, что каждому типу ионов соответствуют два возможных процесса поглощения. В этом множителе единица характеризует переходы из свободного состояния в свободное, а член  $\frac{2,43}{kT} \chi_r$  указывает на переходы из связанных состояний в свободные. Чтобы узнать относительное значение этих членов, достаточно, например, взять водородный атом, для которого  $\chi = 13,54$  В. Тогда  $\frac{2,43}{kT} \chi_r = \frac{3,83 \cdot 10^5}{T}$ . Откуда следует, что при  $T < 10^5$ , т. е. при температурах, царящих во внешних слоях звезд, главную роль играет второй член. Несомненно, что водородное поглощение играет крупную роль во внешних слоях более горячих звезд.

Короче говоря, выражение для коэффициента поглощения на один атом имеет приближенно следующую форму:

$$\bar{\alpha} = \sum_r \frac{c_1 N_e \chi_{r+1} \chi_r^2}{T^{3/2}},$$

где суммирование распространено по всем состояниям ионизации, а  $c_1$  — постоянная. Обычно, однако, в этой сумме один из членов имеет значение, значительно большее, чем другие. Это происходит вследствие того, что огромное большинство атомов находится обычно в одном определенном состоянии ионизации. Для этого состояния (пусть это будет состояние  $r$ -кратной ионизации)  $\chi_{r+1}$  близко к единице. Все остальные  $\chi$  близки к нулю. Поэтому можно просто написать:

$$\bar{\alpha} = \frac{c_1 N_e \chi_{r+1} \chi_r^2}{T^{3/2}}$$

и лишь следить за тем, чтобы взять  $r$  таким, чтобы в рассматриваемом интервале температур и плотностей большинство атомов было бы ионизовано  $r$  раз; следует заметить, что рассматриваемый, наиболее крупный член происходит от поглощения света атомами, ионизованными  $r-1$  раз. Поэтому  $\chi_r$  есть потенциал ионизации поглощающих атомов, а  $\chi_{r+1}$  есть доля атомов, находящихся в следующей стадии ионизации по сравнению с атомами, играющими наибольшую роль в поглощении.

Если в единице объема находятся  $n$  атомов, то объемный коэффициент поглощения будет приближенно равен

$$\alpha = n \alpha = \frac{c_1 x \eta p_e \chi_r^2}{k T^{11/2}},$$

где  $p_e$  — парциальное давление свободных электронов, равное  $n_e k T$ , а вместо  $\chi_{r+1}$  мы написали просто  $x$ , тем самым условившись под  $x$  понимать долю атомов, находящихся в стадии ионизации, непосредственно следующей после той стадии, в которой находятся атомы, играющие наибольшую роль в поглощении. Так как

$$n = \frac{\rho}{b \cdot m_H},$$

где  $\rho$  — плотность,  $b$  — атомный вес, а  $m_H$  — масса водородного атома, то

$$\alpha = c_2 \frac{x p_e \rho}{T^{11/2}} \cdot \frac{\chi^2}{b},$$

где  $c_2$  — новая постоянная, равная согласно Чандрасекару в CGS-системе  $5,62 \cdot 10^{19}$ . Для коэффициента поглощения на единицу массы имеем отсюда

$$\kappa = \frac{\alpha}{\rho} = c_2 \frac{x p_e}{T^{11/2}} \frac{\chi^2}{b}.$$

Этой формулой мы будем пользоваться в дальнейшем неоднократно.

## II. ЗВЕЗДНЫЕ ФОТОСФЕРЫ

Основные наши сведения о звездных атмосферах основаны на изучении их спектров, а также на непосредственном изучении атмосферы ближайшей к нам звезды — Солнца. Наблюдения показывают, что спектр огромного большинства звезд не испытывает изменений по крайней мере в течение десятка лет, а вероятно и в течение более продолжительных промежутков времени. Отсюда мы заключаем, что атмосферы этих звезд находятся в некотором установившемся состоянии. Очевидно, однако, что спектр Солнца для далеко расположенного наблюдателя (которому оно представлялось бы точкой) тоже казался бы неизменным, хотя непосредственное наблюдение указывает на большие физические изменения, происходящие в отдельных местах солнечной поверхности. Поэтому вероятно, что гипотеза о стационарном состоянии внешних слоев звезд тоже верна лишь в общем и среднем.

Наблюдения показывают, что солнечная атмосфера состоит из трех слоев, которые непрерывно переходят один в другой. Самый внутренний слой — фотосфера, от которой непосредственно достигает до нас та подавляющая часть излучения звезды, которая испускается в непрерывном спектре. Над фото-

ферой расположен обращающий слой, вызывающий появление линий поглощения в спектре звезды. Этот слой прозрачен для непрерывного спектра, который беспрепятственно проходит через него, и непрозрачен лишь в отдельных спектральных линиях.

Наконец, над обращающим слоем расположен более разреженный слой — хромосфера, производящая эмиссионные линии на краю Солнца. Мы можем наблюдать эти линии лучше всего тогда, когда излучение фотосферы не действует на глаз наблюдателя, например во время затмения.

Поскольку средний спектральный тип звезд, составляющих нашу галактику, принадлежит к спектральному типу Солнца, то является очень вероятным, что большинство звезд имеет аналогичную структуру атмосферы.

Задачей теоретической астрофизики является объяснить все наблюдательные данные, касающиеся упомянутых слоев.

Можно надеяться, что в результате изменения параметров, которые войдут в нашу теорию, в физически допустимых пределах, мы сумеем предсказать целый ряд свойств звезд, сильно отличающихся от Солнца по своей структуре. Таким образом теоретическая астрофизика сама указывает на возможность существования целого ряда интересных явлений.

**1. Лучевое равновесие фотосферы.** Фотосфера является тем слоем, от которого непосредственно доходит до нас почти вся энергия непрерывного спектра Солнца. Коэффициент поглощения в этом слое обладает острыми максимумами, соответствующими спектральным линиям, но, как мы видели, они мало сказываются на значении коэффициента непрозрачности, и мы можем их не учитывать. Следовательно, коэффициент поглощения можно считать здесь лишь медленно меняющейся функцией длины волны. Характер этой функции зависит от многих обстоятельств: состава атмосферы звезды, степени ионизации и т. д. Поскольку состав звездных атмосфер мало известен, нам остается лишь выбрать произвольно тот или иной закон изменения коэффициента поглощения с длиной волны и затем сравнить результаты теории с наблюдениями. Естественнее всего допустить, как первую гипотезу, что  $\alpha_\nu$  не зависит от  $\nu$ , т. е.  $\alpha_\nu = \alpha = \text{const}$ . Эта гипотеза называется гипотезой серого тела.

В рассматриваемом случае уравнение переноса (1.12)

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \epsilon_\nu - \alpha I_\nu,$$

можно проинтегрировать по всем частотам от 0 до бесконечности. Тогда, если обозначить:

$$\int_0^\infty \epsilon_\nu d\nu = \epsilon; \quad \int_0^\infty I_\nu d\nu = I, \quad (2.1)$$

мы получим:

$$\frac{dI}{ds} = \epsilon - \alpha I. \quad (2.2)$$

С другой стороны, во внешних слоях звезд, повидимому, нет источников звездной энергии. Поэтому мы можем написать уравнение, выражающее условие, что каждый элемент объема отдает столько же энергии, сколько он поглощает. Если единственным средством переноса энергии является излучение (что очень близко к действительности при температурах внешних слоев звезд), это уравнение будет иметь вид:

$$4\pi\epsilon = \alpha \int I d\omega, \quad (2.3)$$

где интегрирование с правой стороны распространено на все телесные углы.

Уравнения (2.2) и (2.3) полностью определяют  $\epsilon$  и  $I$ , если  $\alpha$  (не зависящая от  $\nu$ ) задана как функция точки и если заданы предельные условия. В связи с этим придется рассмотреть отдельно два случая: 1) случай, когда слои равной плотности можно считать плоско-параллельными, и 2) случай, когда нельзя пренебречь кривизной слоев.

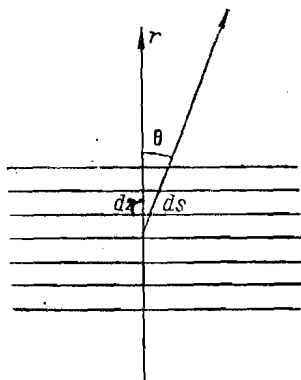


Рис. 3.

В этом параграфе мы рассмотрим плоско-параллельные слои.

Допустим, что толщина фотосферических слоев мала по сравнению с радиусом звезды. В этом случае мы можем принять концентрические сферические слои фотосферы плоско-параллельными. Вместо  $ds$  мы можем написать  $ds = dr \sec \theta$ , где  $dr$  — элемент радиуса-вектора, а  $\theta$  — угол, образуемый направлением излучения с внешней нормалью к слоям в данной точке

(рис. 3),  $\epsilon$  и  $\alpha$  являются функциями только  $r$ , а интенсивность  $I$  зависит от  $r$  и  $\theta$ . Уравнение переноса (2.2) переписывается теперь в виде

$$\cos \theta \frac{dI}{dr} = \epsilon - \alpha I,$$

или, деля на  $\alpha$  и обозначая  $\frac{\epsilon}{\alpha} = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega = B$ :

$$\cos \theta \frac{dI}{\alpha dr} = B - I; \quad (2.4)$$

уравнение лучевого равновесия примет вид:

$$B = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega. \quad (2.5)$$

Введем новую величину

$$\int_r^\infty \alpha dr = \tau, \quad (2.6)$$



зависимую оптической глубиной. Тогда вместо (2.4) будем иметь:

$$\cos \theta \frac{dI}{d\tau} = I - B. \quad (2.7)$$

Уравнения (2.7) и (2.5) совместно с предельными условиями приводят к интегральному уравнению для функции  $B$ , явившееся предметом довольно тщательного обсуждения в литературе. Мы можем приближенно решить эти уравнения с достаточной для нас точностью и не прибегая к интегральным уравнениям. Для этого обозначим среднюю интенсивность излучения, идущего в данной точке наружу, через  $I_1$  и среднюю интенсивность излучения, идущего внутрь звезды, через  $I_2$ . Среднее значение  $\cos \theta$  для наружных направлений равно  $\frac{1}{2}$ , а среднее значение  $\cos \theta$  для внутренних направлений равно  $-\frac{1}{2}$ . Поэтому для средних интенсивностей  $I_1$  и  $I_2$  мы можем вместо (2.7) приближенно написать:

$$\frac{1}{2} \frac{dI_1}{d\tau} = I_1 - B \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dI_2}{d\tau} = B - I_2. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.5) приведет тогда к виду:

$$B = \frac{1}{4\pi} (2\pi I_1 + 2\pi I_2) = \frac{1}{2} (I_1 + I_2). \quad (2.10)$$

Вычитая (2.9) из (2.8), находим:

$$\frac{1}{2} \frac{d(I_1 - I_2)}{d\tau} = I_1 + I_2 - 2B.$$

Правая часть этого равенства обращается, согласно (2.10), в нуль. Поэтому

$$\frac{d(I_1 - I_2)}{d\tau} = 0; \quad I_1 - I_2 = F, \quad (2.11)$$

где  $F$  — постоянная. Складывая (2.8) и (2.9), находим

$$\frac{1}{2} \frac{d(I_1 + I_2)}{d\tau} = I_1 - I_2 = F,$$

откуда

$$I_1 + I_2 = 2F\tau + C. \quad (2.12)$$

Постоянные  $F$  и  $C$  определяются из предельных условий.

В нашем приближении мы имеем для потока излучения:

$$H = \int I \cos \theta \, d\omega = \left[ 2\pi I_1 \cdot \frac{1}{2} + 2\pi I_2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \right] = \pi (I_1 - I_2) = \pi F.$$

Поэтому формула (2.11) выражает условие постоянства потока, что является, как мы видели уже раньше (1.20), следствием от-

существования источников энергии. Поэтому постоянная  $F$  определяется величиной потока  $H = \pi F$  на границе звезды, т. е. может быть получена в каждом случае из наблюдений. Для получения постоянной  $C$  вычтем из (2.12) уравнение (2.11). Имеем:

$$2I_2 = 2F\tau + C - F.$$

Так как на границе звезды ( $\tau = 0$ ) интенсивность излучения, идущего внутрь, равна 0 (здесь мы отвлекаемся от тесных двойных звезд, для которых это условие не соблюдается), мы находим:

$$C = F.$$

Теперь (2.12) можно переписать в виде

$$I_1 + I_2 = 2F \left( \tau + \frac{1}{2} \right), \quad (2.13)$$

и согласно (2.10):

$$B = F \left( \tau + \frac{1}{2} \right). \quad (2.14)$$

Так как величина  $B$ , согласно (2.3), равна в нашем случае средней интенсивности излучения в данной точке, то для плотности излучения мы имеем:

$$\rho = \frac{1}{c} \int I d\omega = \frac{4\pi}{c} B. \quad (2.15)$$

Допустим теперь, что отношение коэффициента излучения к коэффициенту поглощения в фотосферических слоях зависит от температуры слоя, так же как и у абсолютно-черного тела. В таком случае говорят, что слои находятся в состоянии локального термодинамического равновесия. Это допущение не будет строгим для внешних слоев фотосферы ( $\tau$  мало), но будет все более точно соблюдаться при углублении в звезду. Мы будем тогда иметь:

$$\frac{\varepsilon}{\alpha} = B = \frac{ac}{4\pi} T^4. \quad (2.16)$$

С другой стороны, для излучения с поверхности абсолютно-черного тела мы имеем:

$$H_r = \frac{ac}{4} T^4.$$

У нас же

$$H_r = \pi F.$$

Поэтому, определяя эффективную температуру звезды как такую температуру, при которой с единицы поверхности абсолютно-черного тела выходит такой же поток энергии, как у рассматриваемой звезды, мы находим следующее равенство для эффективной температуры:

$$F = \frac{ac}{4\pi} T_{\text{eff}}^4. \quad (2.17)$$

Важно иметь в виду, что это уравнение является определением эффективной температуры звезды.

Подставляя (2.16) и (2.17) в (2.14), имеем:

$$T^4 = T_{\text{eff}}^4 \left( \tau + \frac{1}{2} \right). \quad (2.18)$$

Таким образом мы определили изменение температуры с оптической глубиной. Из (2.18) следует при  $\tau = 0$  для температуры внешней границы звезды

$$T_0 = \frac{T_{\text{eff}}}{\sqrt[4]{2}}. \quad (2.19)$$

Эта формула была получена еще Шварцшильдом в 1906 г.<sup>1)</sup>

Заметим, что для определения эффективной температуры согласно (2.12) нужно знать  $\pi F = H$ , т. е. поток. Для протяженных объектов (с заметным угловым радиусом) величина выходящего потока может быть определена по поверхностной яркости, получаемой из непосредственных наблюдений. Однако, этот метод применим лишь к Солнцу. Для других тел поток может быть определен косвенным путем, согласно формуле

$$H = \frac{L}{4\pi R^2},$$

где  $L$  — светимость, а  $R$  — радиус звезды. Светимость  $L$  определяется из видимой яркости и расстояния. Что касается до величины  $R$ , то она может быть определена из видимого углового радиуса и расстояния. Но видимый угловой радиус, измеряемый интерферометром, известен только для нескольких холодных сверхгигантов. Кроме того для тех затмеваемых переменных звезд, для которых имеются одновременно спектроскопические и фотометрические орбиты, мы можем прямо найти значение  $R$  и не прибегать к непосредственному измерению диаметра звезд.

Оказывается, однако, что эффективная температура может быть приближенно определена из видимого распределения энергии по спектру звезды. В настоящее время определены эффективные температуры для нескольких сот звезд, на чем мы остановимся подробнее в дальнейшем.

Найденное значение  $B$  мы можем подставить в (2.7) и отсюда найти  $I$  в зависимости от  $\tau$  и  $\theta$ . Нетрудно видеть, что для  $\tau = 0$  мы имеем:

$$I(0, \theta) = \int_0^{\infty} e^{-t \sec \theta} B(t) \sec \theta dt. \quad (2.20)$$

Подставляя сюда (2.14), находим:

$$I(0, \theta) = F \left( \frac{1}{2} + \cos \theta \right); \quad I(0, 0) = \frac{3}{2} F,$$

<sup>1)</sup> Göttinger Nachrichten, стр. 41, 1906.

откуда:

$$\frac{I(\theta, \theta)}{I(0, 0)} = \frac{1 + \cos \theta}{3}, \quad (2.21)$$

т. е. яркость на краю диска ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) достигает  $1/3$  яркости в центре. Более точные решения наших уравнений дают несколько большую яркость на краю диска (около 40%), т. е. несколько меньшее потемнение <sup>1)</sup>.

Нужно конечно отметить, что формула (2.21) теряет силу при  $\theta$ , очень близких к  $90^\circ$  (вероятно при  $\theta > 89^\circ 30'$ ), по той причине, что для таких углов уже нельзя при вычислении интенсивности выходящего излучения пренебрегать кривизной слоев фотосферы. Однако, когда мы, производим оценки яркости на краю солнечного диска, мы, конечно, не можем ограничиться областью, столь близкой к краю, так как  $\theta = 89^\circ 30'$  соответствует видимому расстоянию от края диска, равному всего тридцатой доле секунды дуги. Нужно лишь надеяться, что при развитии методов быстрой регистрации явлений у нас появится возможность производить соответствующие измерения во время затмений.

Наблюдаемый в действительности закон потемнения к краю солнечного диска хорошо согласуется с формулой (2.21), в особенности же с более точными формулами, которые получаются при более точном решении наших уравнений. Это показывает, что основная гипотеза о том, что фотосфера состоит из серого материала, по крайней мере приближенно верна в том смысле, что в наиболее яркой части солнечного спектра (от  $3000 \text{ \AA}$  до  $20000 \text{ \AA}$ ) коэффициент непрерывного поглощения меняется не очень сильно.

При гипотезе серого тела мы можем вычислить также распределение интенсивности в спектре для каждой точки солнечного диска. Для этого нужно опять применить допущение о локальном термодинамическом равновесии. Иными словами, пусть

$$\varepsilon_\nu = \alpha \cdot \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{e^{kT}} - 1}.$$

Тогда, например, в центре диска мы будем иметь при  $\theta = 0$  следующую специфическую интенсивность выходящего излучения:

$$I_\nu(0, 0) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau} d\tau}{\frac{h\nu}{e^{kT}} - 1} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau} d\tau}{\frac{h\nu}{e^{kT_{\text{eff}}}} - \frac{1}{4}}, \quad (2.22)$$

<sup>1)</sup> E. A. Milne, Monthly Notices **81**, стр. 361 и 375, 1921. См. также Чандрасекар, *Астрономический журнал*, **11**, 6, 1934.

и вообще

$$I_r(0, \theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau}{\frac{h\nu}{kT_{\text{eff}}} [0,5 + \tau]^{3/4} - 1}. \quad (2.22')$$

По этим формулам численные значения  $I_r(0, \theta)$  были вычислены Милном и Линдбладом<sup>1</sup>. Эти значения не очень сильно откло-

$$I = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{kT} - 1}, \quad (2.23)$$

(2.23)

няются от кривой, т. е. от планковской кривой для  $T = T_{\text{eff}}$ . Общее согласие с наблюдениями для Солнца хорошие. Как формула (2.22), так и наблюдения дают некоторый избыток по сравнению с (2.23) в ультрафиолетовой части.

Сравнительно хорошее согласие теоретических выводов [формула (2.22)] с наблюдениями является следствием того, что излучение Солнца, непосредственно до нас доходящее, выходит из сравнительно небольшого интервала оптических глубин. Больше половины излучения, например, выходит из слоев, в которых  $\tau$  заключено в пределах  $0,2 < \tau < 0,8$ . В этой области температура слоев отклоняется от эффективной температуры не больше, чем на 7% в обе стороны. Поэтому и распределение по частотам достигающего до нас излучения, в условиях отсутствия избирательности в поглощении, очень близко соответствует Планковской кривой при

$$T = T_{\text{eff}}.$$

С другой стороны, совпадение (2.22) с наблюдаемой кривой в случае Солнца указывает опять-таки на законность допущения о сером теле, ибо сильные отклонения от среднего коэффициента поглощения безусловно сказались бы на распределении энергии в спектре.

**2. О потемнении к краю диска у затмевающихся переменных.** В настоящее время единственными объектами, для которых можно надеяться получить данные о законе потемнения к краю диска, являются затмевающиеся переменные. Здесь можно указать на следующее: теоретически, как мы видели, закон потемнения к краю диска в полном свете (болометрический) должен быть один и тот же для всех звезд и не должен зависеть от спектрального типа. Однако наши измерения оценивают яркость визуальной или фотографической области спектра. Поэтому для звезд разных спектральных типов могут получаться разные законы потемнения.

Чтобы разобраться в вопросе, обратим внимание на то обстоятельство [это видно непосредственно из формулы (2.22)], что при данной температуре потемнение возрастает с уменьше-

<sup>1</sup>) E. A. Milne, Phil. Trans., A, 223, 201, 1922, B. Lindblad, Uppsala Univ. Arsskrift 1, 1920.

нием длины волны, и при очень малых длинах волн (для Солнца около 1000 Å) получается слабое потемнение в длинах волн, больших, чем те, в которых находится максимум яркости спектра, и сильное потемнение (по сравнению с общим) в длинах волн, малых по сравнению с длиной волны максимума яркости. Отсюда следует, что для звезд типов *B* и *O* мы должны иметь потемнение в визуальных лучах, значительно меньшее, чем у Солнца, а в звездах типа *M* (в особенности в фотографических лучах) почти полное потемнение. Наблюдения пока еще слишком неточны и неполны, чтобы можно было проверить правильность этих выводов. Результаты наблюдений для группы исследованных фотоэлектрическим методом звезд даны в таблице I, заимствованной у В. А. Крата <sup>1)</sup>:

Таблица I

Название звезды	Компонент	Спектр	$x'$
U Her	Яркий	$B_3$	0,49
$\alpha$ Cr Bor	Слабый	$A_{0m}$	0,44
YZ Cas	Яркий	$A_3$	0,46
$\delta$ Lib	Яркий	$A_0$	0,54

Хотя полученные из наблюдений результаты в общем согласуются с теорией, они все же не могут дать полного контроля, поскольку относятся к весьма узкому интервалу спектральной последовательности.

**3. Эффект отражения в тесных звездных парах.** В случае тесной звездной пары излучение одной из звезд входит в фотосферу другой и там претерпевает поглощение. Поэтому в этом случае мы не можем применять вышеприведенных рассуждений, где считали интенсивность излучения, входящего в звезду снаружи, равной 0. С точки зрения наблюдателя, находящегося в фотосфере звезды *A*, интенсивность излучения в какой-либо точке этой фотосферы уже не будет непрерывной функцией направления, благодаря тому, что внутри некоторого телесного угла  $\Delta\omega_1$  будет приходить излучение от звезды *B* и, следовательно, на краю диска звезды *B* интенсивность терпит разрыв. Пусть телесный угол  $\Delta\omega_1$  очень мал по сравнению с единицей. Тогда все лучи, идущие от звезды *B*, можно считать параллельными и образующими некоторый угол  $\theta_1$  к нормали. В этом случае очень удобно рассматривать три усредненные интенсивности: 1) среднюю интенсивность  $I_1$  излучения, идущего наружу, 2) среднюю интенсивность  $I_2$  излучения, идущего внутрь, не считая интенсивности излучения, идущего непосредственно от звезды *B*, и 3) средняя интенсивность  $I_3$  излучения, идущего

<sup>1)</sup> Известия Энгельгардтовской обсерватории 19, 127, 1937.

от звезды  $B$  в направлениях  $\Delta\omega_1$  <sup>1)</sup>). Дифференциальные уравнения для  $I_1$  и  $I_2$  пишутся как обычно:

$$\frac{1}{2} \frac{dI_1}{d\tau} = I_1 - B \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dI_2}{d\tau} = B - I_2. \quad (2.9)$$

Что касается до  $I_3$ , то поскольку в него входит только излучение, идущее непосредственно от звезды  $B$ ,

$$\cos \theta_1 \frac{dI_3}{d\tau} = -I_3. \quad (2.24)$$

Уравнение лучевого равновесия будет иметь вид:

$$4\pi B = [2\pi I_1 + 2\pi I_2 + \Delta\omega I_3]. \quad (2.25)$$

Из (2.24) мы имеем:

$$I_3 = (I_3)_0 e^{-\tau \sec \theta_1},$$

и поэтому уравнение (2.25) можно переписать в виде:

$$B = \frac{1}{2} \left[ I_1 + I_2 + \frac{\Delta\omega}{2\pi} (I_3)_0 e^{-\tau \sec \theta_1} \right].$$

Здесь  $(I_3)_0$  — интенсивность излучения звезды  $B$ , падающая на внешнюю границу звезды  $A$ . Обозначим  $\Delta\omega I_{30} = \pi S$ ; тогда

$$B = \frac{1}{2} \left[ I_1 + I_2 + \frac{1}{2} S e^{-\tau \sec \theta_1} \right]. \quad (2.26)$$

Вычитая из (2.8) уравнение (2.9), мы получим на основании (2.26):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d(I_1 - I_2)}{d\tau} = I_1 + I_2 - 2B = -\frac{1}{2} S e^{-\tau \sec \theta_1},$$

откуда

$$I_1 - I_2 = F_0 + \cos \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1}, \quad (2.27)$$

где  $F_0$  — постоянная интегрирования. Мы видели, что результирующий поток  $H$  равен

$$H = \pi (I_1 - I_2);$$

следовательно, в данном случае

$$H = \pi [F_0 + \cos \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1}],$$

<sup>1)</sup> Это значит, что внутри направлений  $\Delta\omega_1$  мы делим излучение на обыкновенное, т. е. идущее непосредственно от вышележащих слоев той звезды  $A$ , в которой мы находимся, и дополнительное, которое получается от звезды  $B$  непосредственно. В  $I_2$  при усреднении войдет первая часть.  $I_3$  состоит целиком из второй части.

т. е. поток возрастает при приближении к внешней границе, что вполне естественно, ибо во внешних слоях к потоку энергии, идущему снизу ( $\pi F_0$ ), прибавляется энергия, поглощенная из излучения звезды  $B$ . Складывая (2.8) и (2.9), мы далее находим:

$$\frac{1}{2} \frac{d(I_1 + I_2)}{d\tau} = I_1 - I_2 = F_0 + \cos \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1},$$

откуда

$$I_1 + I_2 = 2F_0\tau - 2 \cos^2 \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1} + C. \quad (2.28)$$

Для определения постоянной  $C$  вычтем из (2.28) уравнение (2.27):

$$2I_2 = F_0(2\tau - 1) - S e^{-\tau \sec \theta_1} (\cos \theta_1 + 2 \cos^2 \theta_1) + C;$$

а так как  $I_2(0) = 0$ , находим:

$$C = F_0 + (2 \cos^2 \theta_1 + \cos \theta_1) S.$$

Итак:

$$I_1 + I_2 = 2F_0\tau + F_0 - 2 \cos^2 \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1} + (2 \cos^2 \theta_1 + \cos \theta_1) S.$$

Тогда, на основании (2.26):

$$B(\tau) = F_0 \left( \tau + \frac{1}{2} \right) - S e^{-\tau \sec \theta_1} \left( \cos^2 \theta_1 - \frac{1}{4} \right) + S \left( \cos^2 \theta_1 + \frac{1}{2} \cos \theta_1 \right). \quad (2.29)$$

Зная  $B(\tau)$ , можно по формуле (2.20) вычислить распределение энергии по диску звезды. Мы имеем:

$$I(0, \theta) = F_0 \left( \frac{1}{2} + \cos \theta \right) + S \cos \theta_1 \left( \cos \theta_1 + \frac{1}{2} \right) - \left( \cos^2 \theta_1 - \frac{1}{4} \right) \frac{\sec \theta S}{\sec \theta_1 + \sec \theta}$$

или, так как  $I(0, \theta) = F_0 \left( \frac{1}{2} + \cos \theta \right)$  есть закон распределения интенсивности в случае, когда нет звезды  $B$ , для дополнительной интенсивности  $\Delta I(0, \theta)$  мы имеем:

$$\begin{aligned} \Delta I(0, \theta) &= S \left[ \cos \theta_1 \left( \cos \theta_1 + \frac{1}{2} \right) - \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta + \cos \theta_1} \left( \cos^2 \theta_1 - \frac{1}{4} \right) \right] = \\ &= S \left( \cos \theta_1 + \frac{1}{2} \right) \left[ 1 - \frac{\cos \theta_1 - \frac{1}{2}}{\cos \theta + \cos \theta_1} \right] \cos \theta_1 = \\ &= S \cos \theta_1 \left( \cos \theta_1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{\cos \theta + \frac{1}{2}}{\cos \theta + \cos \theta_1}. \end{aligned}$$



Интегрируя это выражение по всему диску, мы можем найти полное количество света, отражаемого звездой  $A$ . При этом нужно иметь в виду, что для различных точек диска  $\theta_1$  будет различно. Мы рассмотрим здесь подробно только частный случай, ибо общий случай отличается лишь некоторым усложнением геометрических рассуждений. Именно, мы допустим, что звезда  $B$  находится между Землей и звездой  $A$ , т. е. мы наблюдаем „полную фазу“. В этом случае, как видно из рис. 4, углы  $\theta$  и  $\theta_1$  приближенно равны и поэтому

$$\Delta I(0, \theta) = \frac{1}{2} S \left( \cos \theta + \frac{1}{2} \right)^2;$$

$$\frac{\Delta I(0, \theta)}{\Delta I(0, 0)} = \left( \frac{1 + 2 \cos \theta}{3} \right)^2,$$

т. е. в отраженном свете потемнение к краю будет значительно больше, чем в собственном.

Для того чтобы найти отношение всего отраженного света ко всему обычному свету при полной фазе, мы прежде всего должны найти  $S$ . Так как  $\pi S$  есть количество энергии, падающей от звезды  $B$  на единицу поверхности перпендикулярно к лучам на расстоянии  $a$  ( $a$  есть расстояние между  $A$  и  $B$ ), то

$$\pi S = \frac{L_B}{4\pi a^2},$$

где  $L_B$  — светимость звезды  $B$ .

Количество энергии, отраженной от площадки  $d\sigma$  диска звезды  $A$  в направлении на Землю, внутри телесного угла  $d\Omega$  будет, согласно определению интенсивности, равно

$$\frac{L_B}{4\pi a^2} \cdot \frac{1}{2\pi} \left( \cos \theta + \frac{1}{2} \right)^2 \cos \theta d\Omega d\sigma.$$

Интегрируя по всему диску звезды  $A$ , получим:

$$d\Omega \frac{L}{4\pi a^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \cos \theta + \frac{1}{2} r^2 \cos \theta \sin \theta \right) d\theta = \frac{17}{24} L_B \frac{r_B^2}{4\pi a^2} d\Omega.$$

С другой стороны, количество собственного излучения, посылаемого звездой  $A$  внутри телесного угла  $d\Omega$ , равно

$$\frac{L_A}{4\pi} d\Omega.$$

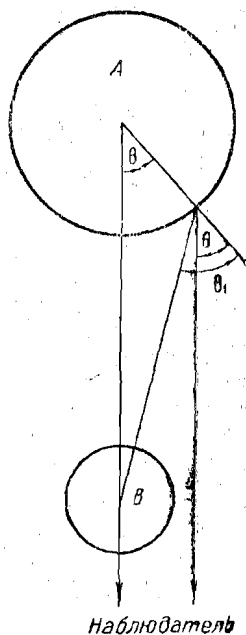


Рис. 4.

Сравнивая эти два выражения, находим, что отношение отраженного света к собственному свету звезды  $A$  в полной фазе будет

$$s = \frac{17}{24} \frac{r_A^2 L_B}{a^2 L_A}.$$

Величину  $s$  можно найти, зная орбиту затмевающейся переменной. Для ряда затмевающихся переменных эта величина таким образом была определена теоретически и из наблюдений. Согласие данных получается удовлетворительным, однако точность наблюдений недостаточна для детального сравнения.

**4. Протяженные фотосферы.** Весьма важным свойством фотосферы Солнца и других звезд-карликов, а также обыкновенных гигантов, является то обстоятельство, что фотосфера их, т. е. тот слой, внутри которого оптическая глубина возрастает от ничтожно малых значений до нескольких единиц (скажем, например, до двух), имеет линейную толщину, ничтожную по сравнению с радиусом самой звезды. Этот факт был использован нами в предыдущих параграфах для того, чтобы рассмотрение сферических слоев заменить рассмотрением плоско-параллельных. Он связан с тем, что плотность в самых внешних, изотермических слоях Солнца падает чрезвычайно быстро. Между тем, как мы увидим далее, в звездах типа Вольфа-Райе, а также  $R$  Cygni, не должно быть такого резкого падения плотности на внешней границе звезды. В частности, в этих случаях можно ожидать, что плотность падает приблизительно обратно пропорционально квадрату расстояния до центра звезды. Следовательно, ни о какой резкой границе звезды не может быть и речи. Попытаемся в этом случае выяснить условия в фотосферических слоях.

В случае, когда учитывается кривизна слоев, уравнение переноса

$$\frac{dI}{ds} = a(B - I)$$

может быть переписано (с помощью полярных координат) в виде

$$\cos \theta \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial I}{\partial \theta} = a(B - I). \quad (2.30)$$

Интегрируя (2.30) по всем телесным углам и имея в виду опять условие лучевого равновесия  $B = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega$ , мы получаем следующий результат:

$$\frac{dH}{dr} + \frac{2}{r} H = 0,$$

откуда

$$H = \frac{a_0^2}{r^2}, \quad (2.31)$$

т. е. поток обратно пропорционален квадрату расстояния от центра, что физически совершенно очевидно. Умножая (2.30) на  $\cos\theta$  и опять интегрируя, мы найдем:

$$\frac{dL}{dr} + \frac{1}{r} J - \frac{3}{r} L = -\alpha H, \quad (2.32)$$

где

$$L = \int I \cos^2 \theta d\omega \quad \text{и} \quad J = \int I d\omega.$$

Введем приближение Эддингтона, согласно которому  $L = \frac{1}{3} J$ . Тогда (2.32) дает

$$\frac{dJ}{dr} = -3\alpha H$$

или по условию лучевого равновесия ( $B = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega = \frac{1}{4\pi} J$ ):

$$\frac{dB}{dr} = -\frac{3\alpha}{4\pi} H. \quad (2.33)$$

Фактически звезда у нас простирается от центра до бесконечности. На бесконечности  $H=0$ . Но на внешней границе, согласно Эддингтону, мы можем принять  $B = \frac{1}{4\pi} J = \frac{2}{4\pi} H = 0$ . Поэтому из (2.33) следует

$$B = \frac{3}{4\pi} \int_0^{\tau} H d\tau, \quad (2.34)$$

где попрежнему

$$\tau = \int_r^{\infty} \alpha dr. \quad (2.35)$$

Будем считать, что плотность обратно пропорциональна некоторой степени  $n$  расстояния (в случаях звезд Вольфа-Райе  $n=2$ ):

$$\rho = \frac{\rho_0}{r^n}. \quad (2.36)$$

С другой стороны, для коэффициента поглощения на единицу массы мы можем принять следующую зависимость от температуры и плотности:

$$\kappa = \frac{\beta' \rho}{T^4} = \frac{\beta \rho}{B},$$

где  $\beta$  и  $\beta'$  — постоянные.

Поэтому (2.33) может быть переписана в виде

$$\frac{dB}{dr} = -\frac{3\alpha}{4\pi} H = -\frac{3\kappa \rho}{4\pi} H = -\frac{3\beta \rho^2}{4\pi B} H,$$

или, вводя (2.31) и (2.36):

$$B \frac{dB}{dr} = -\frac{3\beta \rho_0^2 a_0^2}{4\pi} \frac{1}{r^{2n+2}},$$

откуда, применяя полученные выше предельные условия для  $B$ , находим:

$$B = \varrho_0 \sqrt{\frac{3\beta a_0^2}{2\pi(2n+1)}} r^{-\left(n + \frac{1}{2}\right)}. \quad (2.37)$$

С другой стороны,

$$d\tau = -\kappa \varrho dr = -\varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{dr}{r^{n-\frac{1}{2}}},$$

откуда

$$\tau = \varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{1}{n-\frac{3}{2}} r^{-\left(n-\frac{3}{2}\right)}. \quad (2.38)$$

Сопоставляя (2.37) и (2.38), мы находим следующую зависимость между  $B$  и  $\tau$ :

$$B = C\tau^{\frac{n+\frac{1}{2}}{n-\frac{3}{2}}}; \quad C = \varrho_0 \sqrt{\frac{3\beta a_0^2}{2\pi(2n+1)}} \left\{ \frac{n-\frac{3}{2}}{\varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}}} \right\}^{\frac{2n+1}{2n-3}}. \quad (2.39)$$

или, так как  $B = \frac{ca}{4\pi} T^4$ ,

$$T = T_1 \tau^{\frac{2n+1}{4(2n-3)}}, \quad (2.40)$$

где  $T_1$  — температура слоя, в котором  $\tau = 1$ . Уравнение (2.39) показывает, что  $T$  возрастает в данном случае с оптической глубиной на много быстрее, чем в случае плоско-параллельных слоев, когда  $T^4$  представляет собой линейную функцию  $\tau$ .

Рассмотрим луч, проходящий на расстоянии  $a$  от центра звезды. Интегрируя (2.30), мы находим, что интенсивность этого луча при выходе из пределов звезды будет равна

$$I(\lambda, a) = \int_a^\infty e^{-\int_a^r \frac{\kappa \varrho dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}}} \frac{B(\lambda, T) \kappa \varrho dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}} + \\ + \int_a^\infty e^{-\left[ \int_a^\infty \frac{\kappa \varrho dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}} + \int_a^r \frac{\kappa \varrho dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}} \right]} \frac{B(\lambda, T) \kappa \varrho dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}}, \quad (2.41)$$

так как косинус угла, образованного этим лучом с нормалью к слою радиуса  $r$ , будет равен

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2}; \quad (2.42)$$

и (2.38) мы имеем:

$$\kappa \rho = -\frac{dr}{dr} = \rho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{1}{r^{n-\frac{1}{2}}}$$

Поэтому

$$\sqrt{1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2} = \rho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{1}{r^{n-\frac{3}{2}} \sqrt{r^2 - a^2}} = \frac{D}{r^{n-\frac{3}{2}} \sqrt{r^2 - a^2}},$$

где  $D$  — некоторая постоянная. Следовательно, если вместо  $r$  введем при данном  $a$  новую переменную  $\theta$ , связанную с ним соотношением (2.42), мы будем иметь:

$$\kappa \rho dr = \frac{D}{a^{n-\frac{3}{2}}} \operatorname{cosec}^{\frac{5}{2}-n} \theta d\theta,$$

и (2.41) можно будет переписать в упрощенном виде:

$$I(\lambda, a) = \frac{D}{a^{n-\frac{3}{2}}} \int_0^\pi \operatorname{cosec}^{\frac{5}{2}-n} \theta e^{-\frac{D}{a^{n-\frac{3}{2}}} \psi(\theta)} B(\lambda, T) d\theta, \quad (2.43)$$

где  $\psi(\theta)$  есть трансцендентная функция, определяемая равенством:

$$\psi(\theta) = \int_0^\theta \sin^{n-\frac{5}{2}} \theta d\theta. \quad (2.44)$$

Для полной интенсивности излучения всей звезды в данной длине волны  $\lambda$  мы должны вычислить интеграл по диску звезды:

$$I(\lambda) = 2\pi \int_0^\infty I(\lambda, a) a da,$$

т. е. двойной интеграл:

$$I(\lambda) = 2\pi D \int_0^\infty \int_0^\pi \operatorname{cosec}^{\frac{5}{2}-n} \theta e^{-\frac{D}{a^{n-\frac{3}{2}}} \psi(\theta)} B(\lambda, T) a \frac{da d\theta}{a^{n-\frac{5}{2}}}. \quad (2.45)$$

Теперь введем вместо  $a$  оптическую глубину  $\tau$ . Мы имеем:

$$\tau = \rho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{1}{a^{n-\frac{3}{2}}} a^{-(n-\frac{3}{2})} \operatorname{cosec}^{-(n-\frac{3}{2})} \theta. \quad (2.46)$$

Введя эту переменную вместо  $a$ , а  $\theta$  оставляя неизменным, мы находим, преобразуя по обычным правилам двойной

интеграл:

$$I(\lambda) = \frac{2\pi D}{n - \frac{3}{2}} \gamma^{-\frac{n - \frac{7}{2}}{n - \frac{3}{2}}} \int_0^{\infty} B(\lambda, T) \tau^{-\frac{2}{n - \frac{3}{2}}} d\tau \times \\ \times \int_0^{\pi} e^{-\frac{D}{a^{n - \frac{3}{2}}} \psi(\theta)} \sin \theta d\theta. \quad (2.47)$$

В частном случае, когда  $n=2$ , мы имеем:

$$I(\lambda) = 32\pi \rho_0^3 \left(\frac{10\pi\beta}{3a_0^2}\right)^2 \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\tau^4} B(\lambda, \tau) \int_0^{\pi} e^{-\tau \sqrt{\text{cosec } \theta} \psi(\theta)} \sin \theta d\theta,$$

где

$$\psi(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^{\theta} \sqrt{\text{cosec } x} dx. \quad (2.48)$$

Этот случай мы имеем тогда, когда материя вытекает из звезды с постоянной скоростью во всех направлениях и следовательно плотность обратно пропорциональна квадрату расстояния.

Подставим теперь  $B(\lambda, T) = C\lambda^{-5} [e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1]^{-1}$ , а также заметим, что согласно (2.38), при  $n=2$ ,  $4\rho_0^3 \frac{10\pi\beta}{3a_0^2} = R_1$ , где  $R_1$  есть радиус слоя, оптическая глубина которого равна 1. В результате мы имеем:

$$I(\lambda) = \pi R_1^2 C \lambda^{-5} E(\lambda, T), \quad (2.49)$$

где

$$E(\lambda, T) = \int_0^{\infty} [e^{\frac{c_2}{\lambda T_1 \tau^{5/4}}} - 1]^{-1} \Phi(\tau) d\tau \quad (2.50)$$

и

$$\Phi(\tau) = 2 \int_0^{\pi} e^{-\tau \sqrt{\text{cosec } \theta} \psi(\theta)} \sin \theta d\theta. \quad (2.51)$$

Функции  $\psi(\theta)$  и  $\Phi(\tau)$  табулированы в таблицах 2.

Пользуясь этими таблицами, можно вычислить  $\lambda^{-5} E(\lambda, T_1)$ , т. е. относительное распределение яркости в спектре при каждом данном  $T_1$ . Оказывается, например, что при каждом  $T_1$  мы получаем кривую, настолько отличающуюся от планковского закона, что если попытаемся определить по интенсивностям в двух длинах волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  температуру, предполагая, что распределение подчиняется закону Планка (т. е. если мы попытаемся определить так называемую „цветовую“ температуру), то мы будем получать самые различные температуры в зависимости

Таблица 2

 $\psi(\theta)$ 

$\theta^\circ$	$\theta_R$	$\psi(\theta)$	$\theta^\circ$	$\theta_R$	$\psi(\theta)$
0°	0,000	0,000	90°	1,571	1,311
8°36'	0,150	0,387	105°	1,833	1,443
15°	0,262	0,512	120°	2,094	1,579
30°	0,524	0,727	135°	2,356	1,726
45°	0,785	0,896	150°	2,618	1,895
60°	1,047	1,044	165°	2,880	2,110
75°	1,309	1,180	180°	3,142	2,623

$\Phi(\tau)$

$\tau$	$\Phi(\tau)$	$\tau$	$\Phi(\tau)$	$\tau$	$\Phi(\tau)$
0,0	4,00	1,8	$3,54 \cdot 10^{-1}$	9,0	$9,84 \cdot 10^{-5}$
0,2	2,92	2,0	2,77	10,0	3,42
0,4	2,22	2,5	1,52	12,0	$3,98 \cdot 10^{-6}$
0,6	1,67	3,0	$8,34 \cdot 10^{-2}$	14,0	$4,87 \cdot 10^{-7}$
0,8	1,28	4,0	2,76	16,0	$5,67 \cdot 10^{-8}$
1,0	$9,76 \cdot 10^{-1}$	5,0	$8,28 \cdot 10^{-3}$	18,0	$7,26 \cdot 10^{-9}$
1,2	7,51	6,0	2,68	20,0	$8,24 \cdot 10^{-10}$
1,4	5,82	7,0	$9,06 \cdot 10^{-4}$		
1,6	4,50	8,0	2,94		

от того, какие две длины волны мы выбрали. Например, если положим  $T_1 = 5560^\circ$ , то мы получаем таблицу 3 значений температур по разным парам длин волн,

Таблица 3

$\lambda_1 = 500 \text{ \AA}$	
$\lambda_2 = 1000 \text{ ,,}$	$T(\lambda_1, \lambda_2) = 21300^\circ$
$\lambda_3 = 4000 \text{ ,,}$	$T(\lambda_2, \lambda_3) = 15100^\circ$
$\lambda_4 = 5000 \text{ ,,}$	$T(\lambda_3, \lambda_4) = 7500^\circ$
$\lambda_5 = 5875 \text{ ,,}$	
$\lambda_6 = 6563 \text{ ,,}$	$T(\lambda_5, \lambda_6) = 7050^\circ$
$\lambda_7 = 8000 \text{ ,,}$	$T(\lambda_6, \lambda_7) = 6000^\circ$

где мы имеем температуры того же порядка, которые получаются из наблюдений звезды Р Cygni при сравнении соответ-

ствующих участков спектров <sup>1)</sup>. Поэтому можно считать, что если фотосфера звезды Р Cygni устроена по закону  $n=2$ , то для нее  $T_1$  будет, вероятно, как раз порядка  $5600^\circ$ . Впоследствии будет показано, что спектроскопические данные определенно указывают на истечение материи из этой звезды. Поэтому весьма вероятно, что полученное совпадение результатов не является случайным.

### III. ОБРАЩАЮЩИЙ СЛОЙ И ОБРАЗОВАНИЕ ЛИНИЙ ПОГЛОЩЕНИЯ

Непрерывный спектр, идущий из фотосферических слоев, проходит через обращающий слой, который вызывает появление линий поглощения. Интенсивность этих линий и само наличие

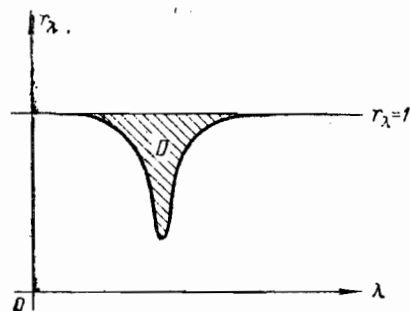


Рис. 5.

их зависит от присутствия тех или других элементов в атмосфере, а также от степени ионизации и возбуждений. Внутри линий интенсивность спектра очень быстро меняется с длиной волны, обычно достигая минимума в ее середине и возрастая в обе стороны от центра. Это возрастание продолжается до тех пор, пока линия не переходит постепенно в непрерывный спектр. Из-за отсутствия резкой границы там, где линия переходит в не-

прерывный спектр, нельзя говорить о ширине линий без более точного определения этого понятия. В дальнейшем под эквивалентной шириной  $D$  линии (рис. 5) мы будем понимать ширину такого участка непрерывного спектра вблизи линии, энергия которого равна всей энергии, поглощенной в линии. Таким образом эквивалентная ширина характеризует полное поглощение (или, как принято в литературе, — „полную интенсивность“) данной линии. Более подробно линия характеризуется заданием интенсивности в каждой частоте внутри линии. Образует частное

$$\frac{\text{интенсивность в данной частоте внутри линии}}{\text{интенсивность непрерывного спектра около линии}} = r_\lambda.$$

В этом частном числитель быстро меняется внутри линии. Если задано  $r_\lambda$ , то говорят, что задан профиль данной линии. Очевидно, что:

$$D = \int (1 - r_\lambda) d\lambda. \quad (3.1)$$

<sup>1)</sup> Области около  $500 \text{ \AA}$  и  $1000 \text{ \AA}$  недоступны непосредственному наблюдению. Но мы можем производить косвенное сравнение яркости этих участков спектра с яркостью видимой части спектра в случае звезд типа Р Cygni на основании теории Занстра. (См. главу о звездах Вольфа-Райе).



Значение  $I_{\lambda}$  в центре линии  $I_{\lambda_0}$  называют центральной остаточной интенсивностью.

Задачей теоретической астрофизики является предсказать особенности спектра звезды, включая сюда и строение спектральных линий, в зависимости от тех или иных параметров (например  $g$  и  $T$ ), характеризующих физическое состояние звездной атмосферы. Для того чтобы добиться решения этой задачи, надо прежде всего рассмотреть самый механизм образования линий поглощения.

Основная причина, вызывающая линию поглощения, заключается в том, что в частотах спектральных линий коэффициент поглощения для рассматриваемого атома имеет большее значение, чем в частотах непрерывного спектра. Однако контур линии будет сильно зависеть от того, каким способом происходит возбуждение атомов в обрабатываемых слоях звезд и каково созданное в результате возбуждения распределение атомов по возбужденным состояниям. Мы начнем рассмотрение проблемы с того случая, когда в атмосфере царит идеальное термодинамическое равновесие и, следовательно, в каждой точке атомы распределены по стационарным состояниям согласно закону Больцманна.

**1. Случай локального термодинамического равновесия.** При термодинамическом равновесии, как известно, отношение  $B_{\nu}(T)$  коэффициента излучения  $\eta_{\nu}$  и коэффициента поглощения  $a_{\nu}$  зависит только от температуры слоя и частоты. Поскольку путем интегрирования уравнения переноса для излучения отдельной частоты получается, что интенсивность излучения, выходящего под углом  $\theta$  к нормали, равна:

$$I_{\nu}(\theta, 0) = \int_0^{\infty} \eta_{\nu}(s) e^{-\int_0^s a_{\nu} ds} ds, \quad (3.2)$$

то, вводя

$$\frac{\eta_{\nu}(s)}{a_{\nu}(s)} = B_{\nu}(T), \quad (3.3)$$

найдем:

$$I_{\nu}(\theta, 0) = \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) e^{-\int_0^s a_{\nu} ds} ds, \quad (3.4)$$

где  $ds$  — элемент пути луча. В случае плоско-параллельных слоев

$$ds = -dz \cdot \sec \theta,$$

где  $dz$  — элемент высоты.

Если обрабатываемый слой изотермичен, то  $B_{\nu}(T)$  не зависит от глубины слоя, и тогда (3.4) дает нам:

$$I_{\nu}(\theta, 0) = B_{\nu}(T),$$

т. е. интенсивность выходящего излучения будет просто равна интенсивности излучения абсолютно-черного тела, т. е. не будет никаких спектральных линий поглощения. Кроме того распределение яркости по диску в этом случае будет равномерным.

Однако, как мы видели, на самом деле  $T$  и, следовательно,  $B_\nu(T)$  возрастает при погружении в звезду. Обозначая оптическую глубину в данной частоте через  $\tau_\nu$ ,

$$\int_z^\infty \alpha_\nu dz = \tau_\nu, \quad (3.5)$$

мы можем переписать (3.4) в виде:

$$I_\nu(\theta, 0) = \int_0^\infty B_\nu(T) e^{-\tau_\nu \sec \theta} d\tau_\nu. \quad (3.6)$$

Таким образом  $I_\nu(\theta, 0)$  есть экспоненциально взвешенное среднее значение  $B_\nu(T)$ . В той частоте, в которой  $\tau_\nu$  возрастает быстрее при углублении в звезду (т. е. в которой коэффициент поглощения велик), среднее значение  $B_\nu(T)$  будет соответствовать более наружному слою и, следовательно, будет меньше, чем в той частоте, в которой  $\tau_\nu$  возрастает медленнее.

Поэтому в центральных частях линии  $I_\nu(\theta, 0)$  должно быть меньше, чем в непрерывном спектре, и мы будем иметь линию поглощения. При чрезвычайно быстро растущем  $\tau_\nu$  (что соответствует центру интенсивной линии) будут играть роль лишь внешние слои, для которых оптическая глубина в непрерывном спектре близка к нулю и, следовательно,  $B_\nu(T)$  равно  $B_\nu(T_0)$ . Вынося эту величину как постоянную, мы получим

$$I_\nu(\theta, 0) = B_\nu(T_0),$$

т. е. интенсивность излучения в центре сильной линии поглощения должна быть равна интенсивности излучения абсолютно-черного тела при температуре внешней границы звезды. В других местах спектра эта интенсивность должна быть больше и определяться формулой, полученной в главе о фотосферах.

С другой стороны, при рассматриваемых предположениях, когда  $\sec \theta \rightarrow \infty$ , т. е. на краю диска, мы будем иметь опять

$$I_\nu(\theta, 0) \rightarrow B_\nu(T_0),$$

независимо от значения коэффициента поглощения. Следовательно, при рассматриваемых предположениях линии поглощения должны исчезать на краю диска и распределение энергии в непрерывном спектре должно следовать распределению энергии в спектре абсолютно-черного тела при  $T = T_0$ .

На самом деле мы знаем, что линии поглощения наблюдаются не только близ центра диска Солнца, но и на краю диска.

При этом эквивалентная ширина каждой линии у центра диска и на краю, согласно наблюдениям, мало отличаются друг от друга. Поэтому и гипотезу о том, что для отношения  $\frac{\eta_\nu}{\alpha_\nu}$  в обращающемся слое в частотах линий соблюдается закон Кирхгофа-Планка, нужно оставить.

**2. Отклонение  $\frac{\eta_\nu}{\alpha_\nu}$  в обращающемся слое.** Почему отношение  $\frac{\eta_\nu}{\alpha_\nu}$  в обращающемся слое должно отклоняться от закона Кирхгофа-Планка?

Чтобы ответить на этот вопрос, представим себе, что обращающийся слой состоит из одного сорта атомов и что эти атомы имеют лишь два уровня энергии: 1-й и 2-й. Следовательно, эти атомы могут поглощать и излучать лишь одну определенную частоту. Возбуждение этих атомов и переходы из второго состояния в первое могут происходить под влиянием двух причин: 1) под действием столкновений с окружающими частицами и 2) в результате поглощения и излучения световых квантов. Если доминирует первый фактор, то максвелловское распределение скоростей сталкивающихся частиц автоматически приводит к тому, что отношение числа атомов во втором и в первом состояниях определяется законом Больцманна, а отношение  $\frac{\eta_\nu}{\alpha_\nu}$

законом Кирхгофа-Планка. Во втором же случае дело будет обстоять иначе. В самом деле, атомы, находящиеся в обращающемся слое, поглощают излучение, исходящее из фотосферы в рассматриваемой частоте, и рассеивают это излучение во все стороны, в том числе и обратно в фотосферу, где это излучение, поглощаясь, уже перерабатывается в другие частоты. Чем больше таких рассеивающих атомов расположено в обращающемся слое, тем больше вероятность, что световой квант рассматриваемой частоты, испытав значительное число рассеяний, попадет обратно в фотосферу и исчезнет. Таким образом в этом случае роль обращающегося слоя сводится к тому, что он определенную часть световых квантов, выходящих из фотосферы в рассматриваемой частоте линии, посылает назад в фотосферу. Между тем в частотах непрерывного спектра излучение фотосферы беспрепятственно или почти беспрепятственно проходит через обращающийся слой; в результате появляется линия поглощения. Ее глубина зависит от количества рассеивающих атомов в обращающемся слое.

Так как роль обращающегося слоя сводится к диффузному селективному отражению вышедшей из фотосферы лучистой энергии назад в фотосферу, где она преобразуется в другие частоты, то во внешних слоях обращающегося слоя интенсивность излучения в рассматриваемой частоте меньше, чем в фотосфере. Меньшая интенсивность излучения приводит к меньшему числу возбужденных атомов. Между тем коэффициент излучения  $\eta_\nu$  зависит от количества возбужденных атомов. Очевидно поэтому,

что в отражающем слое отношение  $\frac{\eta_\nu}{\alpha_\nu}$  должно быть меньше, чем в фотосфере.

Разберем, как будет идти рассеяние световых квантов в отражающем слое. В стационарном состоянии количество квантов, поглощаемых атомами в какой-либо частоте внутри спектральной линии, должно равняться числу квантов, излучаемых атомами в этой частоте. Это правило должно выполняться, если только каждый атом может находиться в двух состояниях. Поскольку совокупность атомов можно рассматривать как некоторую рассеивающую среду, то мы можем для рассматриваемой частоты  $\nu$  ввести объемный коэффициент рассеяния  $\sigma_\nu$ , который будет вообще пропорционален количеству рассеивающих атомов  $n$  в единице объема:

$$\sigma_\nu = nk_\nu. \quad (3.7)$$

Уравнение переноса будет иметь обычный вид:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\sigma_\nu I_\nu + \eta_\nu. \quad (3.8)$$

Но очевидно, что количество энергии, излучаемой единицей объема в рассматриваемой частоте, поскольку мы имеем дело с чистым рассеянием, должно быть равно количеству поглощаемой в этой частоте энергии и, следовательно,

$$4\pi\eta_\nu = \sigma_\nu \int I_\nu d\omega. \quad (3.9)$$

Уравнение (3.9) может быть названо уравнением монохроматического лучевого равновесия или условием чистого рассеяния. Внося (3.9) в (3.8), находим:

$$\frac{dI_\nu}{\sigma_\nu ds} = -I_\nu + \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\omega$$

или, заменяя

$$ds = dz \cdot \sec \theta,$$

получаем:

$$\cos \theta \frac{dI_\nu}{\sigma_\nu dz} = -I_\nu + \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\omega.$$

С другой стороны, введем оптическую глубину в данной частоте  $\nu$ :

$$t_\nu = \int_z^\infty \sigma_\nu dz. \quad (3.10)$$

Тогда

$$\cos \theta \frac{dI_\nu}{dt_\nu} = I_\nu - \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\omega. \quad (3.11)$$

Интегрируя это уравнение по всем телесным углам и помня, что  $\int I \frac{d\omega}{4\pi}$  уже не зависит от направления, получаем:

$$\frac{d}{dt} \int I_r \cos \theta d\omega = 0,$$

откуда для потока

$$\int I_r \cos \theta d\omega = H_r, \quad (3.12)$$

где  $H_r$  — некоторая постоянная.

С другой стороны умножая (3.11) на  $\cos \theta$  и интегрируя, получаем:

$$\frac{d}{dt} \int I_r \cos^2 \theta d\omega = H_r. \quad (3.13)$$

Согласно введенному Эддингтоном приближению, мы можем принять, что среднее значение  $\cos^2 \theta$  в левой части уравнения (3.13) равно одной трети, и вынести его за знак интеграла. Поэтому

$$\frac{1}{3} \frac{d}{dt} \int I_r d\omega = H_r,$$

откуда

$$\int I_r d\omega = 3H_r t_r + C. \quad (3.14)$$

С другой стороны, на внешней границе звезды, где  $t_r$  равно нулю, излучение направлено только наружу, а интенсивность излучения, направленного внутрь, равна нулю. Поэтому при  $t_r = 0$  в интегралах (3.12) и (3.14) интегрирование можно распространить только на внешнюю полусферу направлений. С другой стороны, для лучей, идущих наружу, среднее значение  $\cos \theta$  можно принять равным половине. Поэтому при  $t_r = 0$ , имеем:

$$H_r = \frac{1}{2} \int I_r d\omega; \quad C = \int I_r d\omega,$$

откуда

$$C = 2H_r,$$

и согласно (3.14) при любых  $t_r$ :

$$\int I_r d\omega = H_r (3t_r + 2).$$

Для средней интенсивности излучения на оптической глубине  $t_r$  имеем:

$$\frac{1}{4\pi} \int I_r d\omega = \frac{3}{4\pi} H_r \left( t_r + \frac{2}{3} \right). \quad (3.15)$$

Подставляя (3.15) в (3.11), имеем:

$$\cos \theta \frac{dI_r}{dt_r} = I_r - \frac{3}{4\pi} H_r \left( t_r + \frac{2}{3} \right). \quad (3.16)$$

Решая это уравнение, найдем для интенсивности излучения направленного внутрь, на глубине  $t_v$ :

$$I_r(t_v, \theta) = \frac{3}{4\pi} \int_0^{t_v} e^{-(t_v-x)\sec\theta} H_\nu \left(x + \frac{2}{3}\right) \sec\theta dx$$

или

$$I_r(t_v, \theta) = \frac{3}{4\pi} H_\nu \left(t_v + \frac{2}{3} - \cos\theta\right) + \frac{3}{4\pi} H_\nu \left(\cos\theta - \frac{2}{3}\right) e^{-t_v \sec\theta}. \quad (3.17)$$

Второй член в этом выражении при больших  $t_v$  будет пренебрежимо мал. Возьмем это выражение при том значении  $t_v$ , которое соответствует границе обращаемого слоя и фотосферы. Обозначим это значение через  $t_{v0}$ . Мы будем иметь:

$$I_r(t_{v0}, \theta) = \frac{3}{4\pi} H_\nu \left(t_{v0} + \frac{2}{3} - \cos\theta\right).$$

Умножая это выражение на  $\cos\theta$  и интегрируя по всем телесным углам, направленным внутрь, получаем в результате интегрирования выражение

$$\frac{3}{4} H_\nu t_{v0}.$$

Это — поток, идущий внутрь на глубине  $t_{v0}$ . Для того чтобы получить поток  $G_\nu$ , идущий наружу на той же глубине, мы должны прибавить к нему результирующий поток  $H_\nu$ , так как последний представляет собой разность потока, идущего наружу, и потока, идущего внутрь:

$$G_\nu = H_\nu \left(1 + \frac{3}{4} t_{v0}\right).$$

Но очевидно, что  $G_\nu$  представляет собой поток, который имел бы место при отсутствии рассеивающего действия обращаемого слоя. С другой стороны, последний поток должен равняться потоку в какой-либо частоте непрерывного спектра вблизи линии. Поэтому для отношения потоков в частоте, лежащей внутри линии, и в частоте соседнего участка непрерывного спектра мы получаем:

$$\frac{H_\nu}{G_\nu} = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} t_{v0}}.$$

Поскольку излучение всей звезды в интервале частот шириной  $d_\nu$  равно внутри линии  $4\pi R^2 H_\nu d_\nu$ , а в непрерывном спектре около линии  $4\pi R^2 G_\nu d_\nu$ , то мы получаем для искомого отношения  $r_\nu$  интенсивность внутри линии и в непрерывном спектре

$$r_\nu = \frac{H_\nu}{G_\nu} = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} t_{v0}}. \quad (3.19)$$

Эта формула таким образом применима тогда, когда рассматривается излучение звезды в целом. Однако легко показать, что она применима и к отдельным точкам диска звезды (Солнца). В самом деле, для интенсивности выходящего наружу излучения имеем:

$$\begin{aligned}
 I_{\nu}(0, \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t_{\nu} \sec \theta} \eta_{\nu} dz \cdot \sec \theta = \\
 &= \int_0^{\infty} e^{-t_{\nu} \sec \theta} \frac{\eta_{\nu}}{\sigma_{\nu}} dt_{\nu} = \frac{3}{4\pi} H_{\nu} \int_0^{\infty} e^{-t_{\nu} \sec \theta} \left(t_{\nu} + \frac{2}{3}\right) \sec \theta dt_{\nu} = \\
 &= \frac{3}{4\pi} H_{\nu} \left(\cos \theta + \frac{2}{3}\right), \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

ибо согласно (3.9) и (3.15)

$$\frac{\eta_{\nu}}{\sigma_{\nu}} = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega = \frac{3}{4\pi} H_{\nu} \left(t_{\nu} + \frac{2}{3}\right).$$

Таким образом относительное распределение яркости в монохроматическом изображении диска должно быть таким же, как распределение интегральной яркости (во всех длинах волн по диску).

Поскольку распределение энергии по диску в каждой отдельной длине волны непрерывного спектра можно приближенно считать таким же, как и распределение в интегральном свете, постольку  $r_{\nu}$  будет оставаться неизменным вдоль

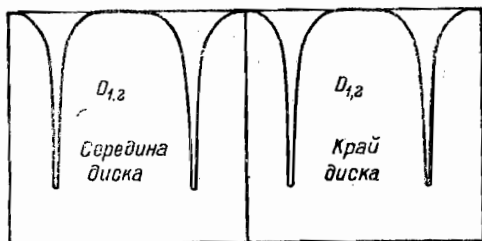


Рис. 6.

диска. Поскольку, однако, в ультрафиолетовой части спектра контраст между центром и краем больше, а в инфракрасной части спектра меньше, чем в общем свете, постольку для линий, лежащих в ультрафиолетовой части спектра,  $r_{\nu}$  должна возрастать при удалении от центра к краю, а в инфракрасной — убывать. Следовательно, при переходе от центра к краю ультрафиолетовые линии должны делаться слабее, а инфракрасные становиться резче. В видимой же области спектра, где распределение близко к распределению в общем свете,  $r_{\nu}$  должно мало меняться с расстоянием от центра диска, т. е. контуры линий в центре и на краю диска должны мало отличаться между собой.

Наблюдения подтверждают это заключение. На рис. 6 приведены контуры желтого дублета  $D_{1,2}$  натрия для центра и края солнечного диска, причем в обоих случаях по оси ординат отложено  $r_{\nu}$ . Как видно из рисунка, оба контура весьма близки друг к другу.

3. **Смешанный случай селективного рассеяния и непрерывного поглощения.** Выше был рассмотрен случай, когда обращающий слой производит только селективное рассеяние, в то время как поверхность фотосферы дает непрерывный спектр. Граница между фотосферой и обращающим слоем предполагается определенной и соответствует оптической глубине  $t_0$  в частоте линии.

Между тем очевидно, что материя фотосферы, состоящая по существу из тех же атомов, что и обращающий слой, обладает также большой рассеивающей способностью внутри линии. С другой стороны, и обращающий слой, будучи почти прозрачен по отношению к непрерывному спектру, все же обладает некоторой поглотительной способностью по отношению к нему, и разница в этом смысле между внешними слоями фотосферы и нижними слоями обращающего слоя невелика. Резкой границы между фотосферой и обращающим слоем не существует, и ее введение в теорию является искусственным.

Не производя такого разделения слоев, мы примем уже в этом параграфе, что как объемный коэффициент поглощения  $\alpha_v$ , так и объемный коэффициент рассеяния  $\sigma_v$  являются непрерывными функциями глубины. Первый коэффициент пропорционален числу атомов в единице объема, производящих непрерывное поглощение, а второй — числу атомов в единице объема, производящих рассеяние в линии. Поэтому является довольно хорошим приближением предположить, что отношение  $\frac{\alpha_v}{\sigma_v}$  не зависит от глубины, а только от частоты.

Уравнение переноса в рассматриваемом случае будет иметь форму:

$$\frac{dI_v}{ds} = -(\sigma_v + \alpha_v) I_v + \eta_v + \epsilon_v, \quad (3.21)$$

где  $\eta_v$  — количество энергии, рассеиваемой единицей объема в единицу времени в единичном телесном угле, а  $\epsilon_v$  — количество излучаемой той же единицей объема энергии.

По определению  $\eta_v$  и  $\sigma_v$  мы имеем:

$$4\pi\eta_v = \sigma_v \int I_v d\omega,$$

вследствие чего уравнение (3.21) может быть переписано в виде

$$\frac{dI_v}{ds} = -(\sigma_v + \alpha_v) I_v + \frac{\sigma_v}{4\pi} \int I_v d\omega + \epsilon_v.$$

Вводя  $ds = dz \sec \theta$ , получим:

$$\cos \theta \frac{dI_v}{dz} = -(\sigma_v + \alpha_v) I_v + \frac{\sigma_v}{4\pi} \int I_v d\omega + \epsilon_v.$$

Мы проинтегрируем это уравнение, пользуясь методом Эдингтона. Для этого умножим уравнение на  $d\omega$  и проинтегрируем по всем телесным углам, а затем умножим его же на



ос  $\theta \frac{d\omega}{4\pi}$  и проинтегрируем опять по всем направлениям. Тогда,ставляя обозначения предыдущего параграфа, найдем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH_v}{dz} &= -\alpha_v \int I_v d\omega + 4\pi\epsilon_v, \\ \frac{d}{dz} \int I_v \cos^2 \theta d\omega &= -H_v (\sigma_v + \alpha_v). \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

Считая в приближении Эддингтона, что  $\int I \cos^2 \theta d\omega = \frac{1}{3} \int I d\omega$ , мы получаем из этих двух уравнений:

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\sigma_v + \alpha_v} \frac{d}{dz} \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} \right) = 3\alpha_v \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} - 3\epsilon_v,$$

или, вводя

$$(\sigma_v + \alpha_v) dz = -d\tau_v; \quad \frac{1}{4\pi} \int I_v d\omega = J_v,$$

включаем, что

$$\frac{d^2 J_v}{d\tau_v^2} = 3 \left( \frac{\alpha_v}{\alpha_v + \sigma_v} J_v - \frac{\epsilon_v}{\alpha_v + \sigma_v} \right).$$

Обозначим  $\frac{\alpha_v}{\alpha_v + \sigma_v} = \lambda_v$ . Кроме того заметим, что согласно гипотезе о локальном термодинамическом равновесии

$$\frac{\epsilon_v}{\alpha_v} = B_v,$$

где  $B_v$  — интенсивность излучения абсолютно-черного тела при температуре слоя. Тогда

$$\frac{d^2 J_v}{d\tau_v^2} = 3\lambda_v (J_v - B_v). \quad (3.23)$$

С другой стороны, заметим, что  $B_v$  мало меняется в обрабатываемом слое и в верхних слоях фотосферы. Поэтому с достаточной степенью приближения мы можем разложить  $B_v$  в ряд по степеням  $\tau_v$  и ограничиться лишь первыми двумя членами:

$$B_v = a_v + b_v \tau_v. \quad (3.24)$$

Подставляя это в уравнение (3.23) и интегрируя его, найдем:

$$J_v = C_1 e^{-p_v \tau_v} + C_2 e^{p_v \tau_v} + a_v + b_v \tau_v, \quad (3.25)$$

где

$$p_v = \sqrt{3\lambda_v} \quad (3.26)$$

и  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные интегрирования.

Очевидно, что постоянная  $C_2$  должна равняться нулю, так как при углублении внутрь звезды условия должны прибли-

жаться к условиям абсолютно-черного тела и средняя интенсивность излучения  $J_\nu \rightarrow B_\nu$ .

Для того чтобы найти  $C_1$ , перепишем второе из уравнений (3.22) в виде

$$\frac{1}{3} \frac{dJ_\nu}{d\tau_\nu} = \frac{1}{4\pi} H_\nu$$

и подставим в него вместо  $J_\nu$  решение (3.25):

$$-p_\nu C_1 e^{-p_\nu \tau_\nu} + b_\nu = \frac{3}{4\pi} H_\nu. \quad (3.27)$$

С другой стороны, на внешней границе, при  $\tau_\nu = 0$ , как и в предыдущем параграфе, мы имеем приближенно:

$$H_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\omega = \frac{1}{2} \int I_\nu d\omega = 2\pi J_\nu = 2\pi (C_1 + a_\nu), \quad (3.28)$$

так как излучение идет лишь в наружных направлениях, и среднее значение  $\cos \theta$  для этих направлений равно половине.

Подставляя в (3.27)  $\tau_\nu = 0$  и сравнивая с (3.28), получаем:

$$-p_\nu C_1 + b_\nu = \frac{3}{2} (C_1 + a_\nu),$$

откуда

$$C_1 = \frac{2b_\nu - 3a_\nu}{2p_\nu + 3}.$$

Подставляя выражение для  $C_1$  в (3.28), находим:

$$H_\nu = 4\pi \frac{b_\nu + a_\nu p_\nu}{2p_\nu + 3}. \quad (3.29)$$

С другой стороны, поток излучения в непрерывном спектре вблизи рассматриваемой частоты  $\nu$  (где  $\sigma_\nu = 0$ ) мы найдем, рассмотрев уравнение переноса

$$\cos \theta \frac{dI^\circ}{dz} = -I^\circ + B_\nu, \quad (3.30)$$

которое отличается от уравнения (3.21) лишь тем, что  $\sigma_\nu = 0$ , т. е.  $\lambda = 1$ . Для потока  $H_\nu^\circ$  в этом случае мы получим:

$$H_\nu^\circ = 4\pi \frac{b_\nu^\circ + a_\nu \sqrt{3}}{3 + 2\sqrt{3}}. \quad (3.31)$$

Заметим здесь, что  $b_\nu$ , т. е. коэффициент разложения  $B_\nu$  в (3.24), будет отличаться от  $b_\nu^\circ$ , так как  $\tau$  и  $\tau_\nu^\circ$  на одной и той же глубине отличны друг от друга. Поэтому для отношения потоков излучения внутри линии и в непрерывном спектре мы имеем:

$$\frac{H_\nu}{H_\nu^\circ} = \frac{b_\nu + a_\nu p_\nu}{b_\nu^\circ + a_\nu \sqrt{3}} \frac{3 + 2\sqrt{3}}{3 + 2p_\nu}. \quad (3.32)$$

Что касается до величин  $a_\nu$  и  $b_\nu$ , входящих в эту формулу, то мы имеем, согласно определению:

$$a_\nu = B_\nu(0); \quad b_\nu = \frac{dB_\nu(0)}{d\tau_\nu}. \quad (3.33)$$

С другой стороны,  $B_\nu$  представляется формулой Планка. Поэтому

$$B_\nu(0) = \frac{2hv^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT_0}} - 1}, \quad (3.34)$$

где  $T_0$  — температура внешней границы звездной атмосферы, при  $\tau_\nu = 0$ . Далее:

$$\frac{dB_\nu(0)}{d\tau_\nu} = \frac{dB_\nu(0)}{dT} \frac{dT}{d\tau} \frac{d\tau}{d\tau_\nu}, \quad (3.35)$$

где  $\tau$  — оптическая глубина в общем свете. В предположении о независимости коэффициента непрерывного поглощения от длины волны мы имеем (см. стр. 49), что и

$$\frac{d\tau}{d\tau_\nu} = \frac{a_\nu}{a_\nu + \sigma_\nu} = \lambda. \quad (3.36)$$

В результате (3.35) перепишется в виде:

$$b_\nu = \frac{dB_\nu(0)}{d\tau_\nu} = \frac{2hv^3}{c^2} \frac{e^{\frac{hv}{kT_0}}}{(e^{\frac{hv}{kT_0}} - 1)^2} \frac{hv}{kT_0} \frac{\lambda}{4};$$

$$b_\nu^c = \frac{2hv^3}{c^2} \frac{e^{\frac{hv}{kT_0}}}{(e^{\frac{hv}{kT_0}} - 1)^2} \frac{hv}{4kT_0}. \quad (3.37)$$

Из

$$T^4 = T_0^4 \left( \tau + \frac{1}{2} \right)^2$$

следует, что

$$\frac{dT(0)}{d\tau} = \frac{1}{4} T_0,$$

где производная в левой части взята при  $\tau = 0$ .

Принимая во внимание (3.26), (3.34) и (3.37), уравнение (3.32) перепишем в виде:

$$r_\nu = \frac{H_\nu}{H_\nu^c} = \frac{\frac{\lambda}{4} \frac{hv}{kT_0} + (1 - e^{-\frac{hv}{kT_0}}) \sqrt{3\lambda}}{\frac{hv}{4kT_0} + (1 - e^{-\frac{hv}{kT_0}}) \sqrt{3}} \frac{3 + 2\sqrt{3}}{3 + 2\sqrt{3\lambda}}. \quad (3.38)$$

В центральных частях линии можно пренебречь  $\sqrt{\lambda}$  по сравнению с единицей и  $\lambda$  по сравнению с  $\sqrt{\lambda}$ . В этом приближении мы будем иметь:

$$r_\nu = \sqrt{\lambda} \frac{1}{\sqrt{3} + \frac{1}{\frac{4kT_0(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_0}})}{h\nu}}} (\sqrt{3} + 2), \quad (3.39)$$

и так как  $a_\nu$  мало по сравнению с  $\sigma_\nu$ , то, пользуясь формулой  $\lambda = \frac{a_\nu}{a_\nu + \sigma_\nu}$ , найдем:

$$r_\nu = \sqrt{\frac{a_\nu}{\sigma_\nu}} \cdot \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} + \frac{1}{\frac{4kT_0(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_0}})}{h\nu}}}$$

Мы видим, что  $r$  оказывается в этом случае обратно-пропорциональным корню квадратному из  $\sigma$ , и так как  $\sigma_\nu = \pi k_\nu$ , то, следовательно, корню квадратному из  $k_\nu$ .

Между тем, в предыдущем параграфе  $r_\nu$  было пропорционально  $\frac{1}{1 + \frac{3}{4} t_\nu}$ , и так как в рассматриваемой части линии еди-

ницей можно пренебречь по сравнению с  $\frac{3}{4} t_\nu$ , то можно сказать, что  $r_\nu$  обратно-пропорционально  $k_\nu$ , т. е. первой степени  $k_\nu$ . Таким образом введение одновременно действия селективного рассеяния и непрерывного поглощения во всех слоях сильно влияет на результат теории.

**4. Зависимость интенсивности линии от частоты встречаемости поглощающих атомов.** Мы видели, что для отношения интенсивностей в спектральной линии и в непрерывном спектре первый метод вычисления дает:

$$r_\nu = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} t_{\nu_0}}$$

а второй метод вычисления:

$$r_\nu = \sqrt{\frac{a_\nu}{a_\nu + \sigma_\nu}} \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} + \frac{1}{\frac{4kT_0(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_0}})}{h\nu}}}$$

Последняя формула справедлива только для внутренних частей линии, где  $\frac{a_\nu}{\sigma_\nu}$  мало по сравнению с единицей. Теперь на-

шей задачей является связать величины  $t_{v_0}$  или  $\frac{a_v}{\sigma_v}$ , имеющие пока формальное значение, с физическими характеристиками звездной атмосферы.

Выше уже указывалось, что  $\sigma_v$  можно выразить через коэффициент рассеяния  $k_v$  на один атом с помощью формулы

$$\sigma_v = nk_v, \quad (3.40)$$

где  $n$  — число атомов в единице объема, способных поглощать рассматриваемую спектральную линию. Что касается до  $k_v$ , то эта величина связана с частотой. Вид этой связи зависит, во-первых, от того, какой диапазон частоты около центра спектральной линии может поглощать некоторый атом в рассматриваемом состоянии и, во-вторых, от распределения скоростей атомов, ибо доплеровское смещение при наличии скорости по лучу зрения изменяет частоту, которую способен поглотить атом. Вывод этой зависимости будет дан ниже. Пока же мы примем во внимание, что

$$t_{v_0} = \int_{z_0}^{\infty} \sigma_v dz = \int_{z_0}^{\infty} nk_v dz = k_v \int_{z_0}^{\infty} ndz,$$

где  $z_0$  — высота основания обращаемого слоя.

Если через  $N$  мы обозначим полное число атомов, способных поглощать данную линию и находящихся над фотосферой в вертикальном столбе с поперечным сечением, равным единице площади, то

$$N = \int_{z_0}^{\infty} ndz.$$

Поэтому

$$t_{v_0} = k_v N$$

и

$$r_v = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} k_v N}.$$

Чем больше число  $N$ , тем меньше  $r_v$  в данной частоте, т. е. тем темнее спектральная линия. Таким образом интенсивность спектральной линии, согласно рассматриваемой теории, должна зависеть от полного числа атомов, находящихся над  $1 \text{ см}^2$  фотосферы.

С другой стороны, при учете одновременного действия поглощения и рассеяния, мы имеем по (3.39):

$$r_v = \sqrt{\frac{a_v}{a_v + \sigma_v}} \left( \frac{\sqrt{3+2}}{\sqrt{3 + \frac{h\nu}{4kT_0(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_0}})}}} \right) = c \sqrt{\frac{a_v}{a_v + \sigma_v}}, \quad (3.41)$$

где

$$c = \frac{\sqrt{3+2}}{\sqrt{3} + \frac{h\nu_0}{4kT_0 \left(1 - e^{-\frac{h\nu_0}{kT}}\right)}}$$

В свою очередь коэффициент непрерывного поглощения в данной частоте есть функция состояния вещества. Для различных линий в каждом небольшом участке спектра  $\alpha$ , одно и то же. Поэтому  $r$ , т. е. интенсивность линии, уже зависит главным образом от  $\sigma$ , и тем самым от  $n$ , т. е. количества атомов, способных поглощать данную линию, находящихся в единице объема, т. е. зависит от частоты встречаемости атомов, находящихся в состоянии, способном поглотить спектральную линию.

Мы видим, что вычисление  $r$ , т. е. контура линии, может быть доведено до конца согласно обеим теориям, при условии, когда известно  $k$ , как функция частоты. К этому вопросу мы и перейдем.

**5. Влияние затухания излучения на вид функции  $k$ , и на ширину линии поглощения.** Электродинамика учит, что всякая атомная система поглощает не бесконечно узкие спектральные линии. Атом при переходе из одного состояния в другое способен поглощать (или излучать) не только ту частоту  $\nu_0$ , которая точно соответствует разности энергий этих уровней, но также и некоторый диапазон частот, близких к этой частоте  $\nu_0$ . Однако поглощение квантов различных частот имеет разную степень вероятности. Поэтому и коэффициент рассеяния на один атом меняется с частотой.

Согласно Вайскопфу и Вигнеру <sup>1)</sup> (Weisskopf und Wigner), для коэффициента рассеяния на один атом мы имеем выражение:

$$k_\nu = \frac{c^2}{32\pi^2\nu^2} \frac{g_n}{g_m} A_{nm}\Gamma_{nm} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2}, \quad (3.42)$$

где величины  $c$  и  $\nu$  имеют обычное значение,  $g_n$  и  $g_m$  — кратности (веса) верхнего и нижнего состояний, соответствующих рассматриваемому атомному переходу,  $A_{nm}$  — коэффициент вероятности спонтанного перехода  $n \rightarrow m$ , а  $\Gamma_{nm}$  представляет собой сумму:

$$\Gamma_{nm} = \frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_m},$$

где  $\tau_n$  и  $\tau_m$  — средние продолжительности жизни атома в верхнем и нижнем состояниях соответственно.

Мы видим, что  $k_\nu$  убывает по мере увеличения абсолютной величины разности  $\nu - \nu_0$  и достигает при  $|\nu - \nu_0| = \frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}$  половины своего значения в центральной частоте ( $\nu = \nu_0$ ). Иными словами,

<sup>1)</sup> Zeitschrift für Physik, 63, 54, 1930.

на протяжении  $\frac{\Gamma_{nm}}{2\pi}$  по шкале частот коэффициент поглощения сравним с его значением в центре линии. Получающаяся таким образом ширина называется „естественной шириной“ спектральной линии.

Если мы возьмем вещество в объеме  $dV$ , находящееся в термодинамическом равновесии, и рассмотрим его излучение при условии прозрачности рассматриваемого объема к своему собственному излучению, то количество излучения в единице телесного угла в единичном интервале частот будет, согласно закона Кирхгофа-Планка, равно  $\epsilon, dV = a, B, dV = nk, B, dV$ . Произведение  $nB, dV$  мало меняется с длиной волны, и поэтому  $\epsilon, dV$  будет пропорционально  $k$ , и, в частности, на расстоянии  $\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}$  от центра линии интенсивность излучения этого элемента объема упадет вдвое. Следовательно для такой идеальной эмиссионной линии при полном отсутствии самообращения мы будем иметь ширину, равную „естественной ширине“. Это расширение связано с процессом затухания, т. е. с самим механизмом излучения, и поэтому присутствует всегда. Весь вопрос заключается лишь в том, нет ли других причин, вызывающих более сильное расширение спектральной линии.

Если для спектральных линий в видимой части спектра мы перейдем от ширины в шкале частот к ширине в шкале длин волн, то при  $\frac{\Gamma_{nm}}{2\pi} = 10^3 \text{ сек}^{-1}$  (значение, близкое к наибольшему возможному) получаем для ширины в шкале длин волн величину порядка  $10^{-4} \text{ \AA}$ , т. е. ширину, ничтожно малую по сравнению с ширинами всех наблюдаемых в звездных спектрах линий поглощения. Звездные линии поглощения в десятки тысяч раз шире, чем описанная выше идеальная эмиссионная линия, обладающая естественной шириной.

Но легко видеть, что применение той же формулы (3.42) к звездным линиям поглощения приводит к совершенно другим результатам.

Так например, подставляя выражение (3.42) в (3.19), мы получаем для случая только рассеивающей фотосферы:

$$r_v = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} \frac{CA_{nm}\Gamma_{nm}N}{(v-v_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2}}, \quad (3.43)$$

$$C = \frac{c^2}{32\pi^2 v^2} \frac{g_n}{g_m},$$

и в видимой области спектра оказывается порядка  $10^{-11} \text{ см}^2$ . Будем условно считать шириной линии удвоенное расстояние от центра линии поглощения до той частоты, в которой поглощение стало вдвое меньше, чем поглощение в центре, равное  $1 - r_{v_0}$ .

Но при достаточно большом  $N$  ( $N \gg 10^{12}$ ) выражение  $r_{\nu_0}$  будет очень близко к нулю. Поэтому в этих случаях ширина линии будет равна удвоенному расстоянию от той частоты, в которой  $r_{\nu} = \frac{1}{2}$ , до центра линии. Но  $r_{\nu} = \frac{1}{2}$  там, где

$$\frac{3}{4} \frac{CA_{nm}\Gamma_{nm}N}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2} = 1.$$

Очевидно, что для каждой частоты  $\nu$ , сколь угодно удаленной от центра линии, можно подобрать такое число частиц  $N$

$$N = \frac{4}{3} \frac{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2}{CA_{nm}\Gamma_{nm}}, \quad (3.44)$$

что  $r_{\nu}$  будет равно половине. Следовательно при достаточно большом  $N$  линия может достигнуть сколь угодно большой ширины. Если ширину линии обозначим через  $\Delta\nu$ , то условие (3.44), накладываемое на число атомов, чтобы образовать линию поглощения данной ширины, можно переписать в следующем виде:

$$N = \frac{4}{3} \frac{\left(\frac{\Delta\nu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2}{CA_{nm}\Gamma_{nm}}. \quad (3.45)$$

Когда речь идет о ширинах линии  $\Delta\nu$ , больших по сравнению с  $\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}$  (а мы именно с этим случаем имеем дело в астрофизике), вторым слагаемым в выражении (3.45) можно пренебречь, тогда

$$N = \frac{1}{3} \frac{(\Delta\nu)^2}{CA_{nm}\Gamma_{nm}} \quad (3.46)$$

или

$$\Delta\nu = \sqrt{3CA_{nm}\Gamma_{nm}N}, \quad (3.47)$$

т. е. ширина линии пропорциональна корню квадратному из числа атомов. Таким образом, формула (3.42), учитывающая эффект затухания излучения и приводящая в случае идеальной эмиссионной линии к естественной ширине порядка  $10^{-4} \text{ \AA}$ , в случае линии поглощения при возрастании числа поглощающих атомов приводит к сколь угодно большим ширинам. Рассматриваемый тип расширения спектральной линии называется расширением вследствие затухания излучения. Правильнее сказать, что это расширение связано как с затуханием излучения, так и с численностью поглощающих атомов.

Обращаясь к случаю, когда в атмосфере звезды одновременно действуют рассеяние и непрерывное поглощение, мы видим, что



положение дел будет аналогичным. В самом деле, формула (3.38) показывает, что  $r_\nu$  есть функция  $\lambda$ , т. е. есть функция от  $\frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu} = \frac{nk_\nu}{\alpha_\nu}$ . Таким образом в конечном счете величина  $r_\nu$  зависит от произведения  $\frac{nk_\nu}{\alpha_\nu}$ . Определяя ширину линии  $\Delta\nu = 2|\nu_1 - \nu_0|$ , где  $\nu_1$  есть та частота, в которой  $r_{\nu_1} = \frac{1}{2}$ , мы приходим, согласно (3.38), к некоторому уравнению:

$$\frac{1}{2} = f\left(k_\nu \frac{n}{\alpha_\nu}\right), \quad (3.48)$$

ибо, как только что указывалось, правая часть (3.38) зависит от  $k_\nu n$ . Решая уравнение  $f(x) = \frac{1}{2}$ , мы найдем некоторый корень  $x_1$  и, следовательно, ту частоту  $\nu_1$ , в которой  $r_\nu = \frac{1}{2}$ . В этой частоте  $\frac{k_{\nu_1} n}{\alpha_\nu} = x_1$ , т. е.

$$\frac{n}{\alpha_\nu} = \frac{x_1}{k_{\nu_1}} = \frac{x_1}{CA_{nm}\Gamma_{nm}} \left\{ (\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2 \right\}.$$

Чем больше отношение  $\frac{n}{\alpha_\nu}$ , тем больше  $|\nu_1 - \nu_0|$ . При достаточно большом значении  $|\nu_1 - \nu_0|$  мы можем опять пренебречь  $\left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2$  и, заменив  $|\nu_1 - \nu_0| = \frac{\Delta\nu}{2}$ , получим:

$$\frac{n}{\alpha_\nu} = \frac{x_1 \Delta\nu^2}{4CA_{nm}\Gamma_{nm}}. \quad (3.49)$$

В этом случае ширина линии растет пропорционально корню квадратному из  $\frac{n}{\alpha_\nu}$ :

$$\Delta\nu = \left(\frac{4CA_{nm}\Gamma_{nm}n}{x_1\alpha_\nu}\right)^{1/2}, \quad (3.50)$$

и при достаточно большом  $\frac{n}{\alpha_\nu}$  может стать сколь угодно большой. Так как  $\alpha_\nu$  пропорционально количеству атомов, производящих непрерывное поглощение в рассматриваемом участке спектра, то мы можем сказать, что ширина линии поглощения в рассматриваемой модели обрабатываемого слоя пропорциональна корню квадратному из отношения числа атомов, способных произвести поглощение (т. е. рассеяние) данной линии, к числу атомов, производящих поглощение в непрерывном спектре около этой линии поглощения.

Совершенно так же, как мы вывели зависимость ширины в определенном выше смысле (спектроскописты называют такую

ширину „полушириной“) от числа рассеивающих атомов, можно вывести и зависимость эквивалентной ширины, т. е. полного количества поглощенной в линии энергии, от числа рассеивающих атомов.

По определению эквивалентной ширины, мы имеем:

$$D = \int (1 - r_\lambda) d\lambda.$$

Внося сюда значение  $r_\lambda$  из (3.43) и пользуясь тем, что  $d\lambda = -\frac{cd\nu}{\nu^2}$ , находим:

$$D = \int \frac{\frac{3}{4} \frac{CA_{nm}\Gamma_{nm}N}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2}}{1 + \frac{3}{4} \frac{CA_{nm}\Gamma_{nm}N}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2}} \frac{cd\nu}{\nu^2}.$$

Частота  $\nu_0$  внутри линии меняется относительно мало, и поэтому мы можем ее вынести за знак интеграла. Величину же  $\nu - \nu_0$  обозначим через  $x$ . Тогда

$$D = \frac{c}{\nu^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{3CA_{nm}\Gamma_{nm}N}{4 \left[ x^2 + \left(\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}\right)^2 \right] + 3A_{nm}\Gamma_{nm}N} dx.$$

При достаточной ширине величина  $\frac{\Gamma_{nm}}{4\pi}$  в большей части линии мала по сравнению с  $\nu - \nu_0$ . Поэтому мы можем просто написать:

$$D = \frac{c}{\nu^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{3CA_{nm}\Gamma_{nm}N}{4x^2 + 3CA_{nm}\Gamma_{nm}N} dx.$$

Вычисление этого интеграла дает

$$D = \frac{c\pi}{\nu^2} \sqrt{\frac{3}{4} CA_{nm}\Gamma_{nm}N}. \quad (3.51)$$

Эквивалентная ширина линии пропорциональна корню квадратному из числа рассеивающих атомов, расположенных над фотосферой, и корню квадратному из произведения  $A_{nm}\Gamma_{nm}$ .

Совершенно так же мы получим, в случае одновременного действия поглощения и рассеяния, что эквивалентная ширина спектральной линии пропорциональна корню квадратному из отношения числа атомов в единице объема, способных рассеивать данную спектральную линию, к числу атомов в единице объема способных поглощать непрерывный спектр в окрестностях рассматриваемой линии.

Переходя к другим причинам расширения спектральных линий, скажем прежде всего несколько слов о лоренцовском расширении. Дело в том, что атомы, составляющие поглощающий газ, могут сталкиваться между собою, а также с частицами посторонних, присутствующих газов. В результате столкновения состояние атома (и его энергия) может измениться. Продолжительность нахождения атома в рассматриваемом состоянии будет определяться не только вероятностями перехода под влиянием излучения или поглощения световых квантов, но также и вероятностями переходов под влиянием столкновений. Классическая теория расширения под влиянием столкновений с частицами постороннего газа была разработана Лоренцем и приводила к формуле, аналогичной (3.42), с той лишь разницей, что постоянная  $\Gamma_{nm}$ , входящая в знаменатель, равная

$$\Gamma_{nm} = \frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_m} = \sum_{k=1}^{n-1} A_{nk} + \sum_{k=1}^{m-1} A_{mk},$$

где суммирование в правой части проведено по всем состояниям с энергией, меньшей чем энергия  $n$ -го и соответственно  $m$ -го состояния, должна была иметь другое значение, ибо продолжительности жизни  $\tau_n$  и  $\tau_m$  определялись уже не вероятностями спонтанных переходов, а вероятностями столкновений.

Если средний промежуток времени между двумя столкновениями становится меньше продолжительности жизни возбужденного атома в свободном состоянии, лоренцовское расширение превосходит естественную ширину, и его нужно учитывать. Однако в звездных атмосферах необходимые для этого плотности никогда не достигаются. Так, в обрабатываемом слое Солнца число свободных электронов в  $1 \text{ см}^3$  имеет порядок  $n_e = 10^{21}$ . Скорость их порядка  $v = 500 \text{ км/сек}$ . Поэтому число столкновений в секунду с электронами (наиболее частый вид столкновений), равно  $\sigma n_e v$ , где  $\sigma$  есть поперечное сечение атома (порядка  $10^{-16} \text{ см}^2$ ), будет порядка  $5 \cdot 10^2$ , т. е. средний промежуток времени между последовательными столкновениями будет порядка  $1/500$  секунды, что очень велико по сравнению с продолжительностью жизни в свободном состоянии. Поэтому лоренцовским расширением во всех случаях можно пренебречь.

**6. Доплеровское расширение вследствие теплового движения.** Тепловые скорости частиц по лучу зрения приводят к смещениям частоты каждого атома в разные стороны и на разную величину. В результате получается расширение спектральной линии даже при пренебрежении затуханием.

Поскольку при максвелловском распределении скоростей распределение проекций на всякую ось (в том числе и на луч зрения) является гауссовским, то и распределение смещений частот атомов будет подчинено закону Гаусса. В результате кривая  $K$ , имеет форму обычной гауссовой кривой ошибок. Дисперсия этой кривой определяется средним значением квадрата

проекции скорости, т. е. температурой газа. Постоянный же множитель находится из условия, что количество всех переходов при изотропном излучении должно быть равно  $nB_{m \rightarrow n} \rho_\nu dt$ , где  $B_{m \rightarrow n}$  — эйнштейновский коэффициент вероятности перехода из нижнего состояния в верхнее под влиянием излучения<sup>1)</sup>. Окончательно нетрудно найти, что в этом случае:

$$k_\nu = \frac{c^2}{8\pi^2\nu^2} \frac{g_n}{g_m} A_{nm} \frac{m^{1/2}\lambda}{(2\pi kT)^{1/2}} e^{-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}\right)^2} \quad (3.52)$$

Мы видим, что согласно этой формуле в частоте  $\nu$ , определяемой уравнением

$$|\nu - \nu_0| = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}},$$

коэффициент поглощения имеет еще величину, сравнимую со значением коэффициента поглощения в центральной частоте  $\nu_0$ . Поэтому ширина идеальной эмиссионной линии, излучаемой единицей объема при отсутствии самообращения, будет порядка  $\frac{2\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ . При звездных температурах для различных атомов эта ширина измеряется сотыми и десятими долями ангстрем. Следовательно, эта „доплеровская ширина“ по порядку величины значительно превосходит так называемую естественную ширину.

Чтобы выяснить влияние доплеровского расширения на ширину линий поглощения в звездных спектрах, надо проанализировать выражение для  $r_\nu$ , например в идеально рассеивающей атмосфере.

Мы имеем теперь:

$$r_\nu = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} C_1 e^{-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}\right)^2} N} ; \quad C_1 = \frac{c^2}{8\pi\nu^3} \frac{g_n}{g_m} A_{nm} \frac{m^{1/2}\lambda}{(2\pi kT)^{1/2}} \quad (3.53)$$

Та частота, в которой  $r = \frac{1}{2}$ , удовлетворяет уравнению:

$$e^{-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{\nu_1-\nu_0}{\nu_0}\right)^2} = \frac{4}{3C_1 N}$$

или

$$\nu_1 - \nu_0 = \nu_0 \sqrt{\left(\frac{mc^2}{2kT}\right) \ln \frac{3}{4} C_1 N} \quad (3.54)$$

Удваивая разность  $|\nu_1 - \nu_0|$ , мы получим так называемую полуширину. Мы видим, что она растет крайне медленно пропорционально корню квадратному из логарифма полного числа

<sup>1)</sup> О коэффициентах Эйнштейна смотреть, например, в курсе: Л. Бриллюэн, Квантовая статистика, ОНТИ, Харьков, 1934, стр. 173—177.

поглощающих атомов. Но это правило будет осуществляться только для тех значений  $N$ , при которых  $r_{v_0} \approx 0$ . При меньших же значениях  $N$ , когда  $r_{v_0}$  близко к единице, мы имеем приближенно:

$$1 - r_{v_0} = \frac{3}{4} C_1 e^{-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{v-v_0}{v_0}\right)^2} N, = \frac{1-r_{v_0}}{2} = \frac{3}{2} C_2 N$$

и полуширина не зависит от числа атомов и остается постоянной, определяемой дисперсией скоростей атомов.

В результате получается такая картина: при малых значениях  $N$  ширина линии поглощения, происходящая вследствие теплового движения молекул, значительно больше, чем ширина, связанная с затуханием. Поэтому контур спектральной линии целиком определяется формулой (3.53) и носит название доплеровского контура. При дальнейшем увеличении числа атомов ширина линии сперва будет следовать формуле (3.54), т. е. чрезвычайно медленно расти. Одновременно будет увеличиваться (и притом значительно быстрее) та „теоретическая ширина“, которая обусловлена затуханием излучения [по формуле (3.47)], которая пока мала и не играет никакой роли. Однако для некоторого  $N$  ширины, определяемые формулами (3.47) и (3.53), станут равными, и, наконец, ширина, обусловливаемая затуханием излучения, превзойдет ширину, обусловленную тепловыми движениями. Поэтому при дальнейшем росте  $N$  действительная ширина линии поглощения определяется формулой (3.47).

Итак, мы приходим к выводу, что для малых значений  $N$  контур линии определяется тепловым движением и при больших значениях  $N$  — затуханием излучения. Граница между этими двумя значениями  $N$ , которую мы можем обозначить через  $N_1$ , определяется уравнением:

$$v_0 \sqrt{\frac{mc^2}{2kT} \lg \frac{3}{4} C_1 N_1} = \sqrt{3CA_{nm} \Gamma_{nm} N_1}$$

При температурах звездных атмосфер и обычных для разрешенных линий в оптической части спектра значениях  $A_{nm}$  и  $\Gamma_{nm}$  (порядка  $10^8 \text{ сек}^{-1}$ ) мы получаем, что  $N_1$  порядка  $10^{15} \text{ см}^{-2}$ .

**7. Другие причины расширения спектральных линий** Из других причин расширения спектральных линий надо упомянуть прежде всего так называемый молекулярный эффект Штарка. Дело в том, что каждая спектральная линия расщепляется в электрическом поле, и степень разделения на компоненты зависит от напряженности электрического поля в той точке, в которой находится атом. Подобное же расщепление линии будет происходить у атома, находящегося вблизи свободного электрона, т. е. в поле этого электрона. Степень расщепления будет зависеть от расстояния между атомом и электроном. Материя в звездных атмосферах в такой степени ионизирована, что в каждом элементе объема имеется некоторое число свободных электронов. Действие свободных электронов на разные атомы различно (вследствие

случайной разницы расстояний), и поэтому разные атомы показывают разную степень штарковского расщепления. В результате вместо штарковского расщепления получается штарковское расширение линии. Очевидно, что среднее расстояние между электроном и атомом рассматриваемого сорта пропорционально

$n_e^{-3/2}$ ). А так как штарковское расщепление пропорционально силе поля, т. е. обратно пропорционально квадрату расстояния до свободного электрона, то для ширины линии получаем:

$$\Delta\nu = Cn_e^{2/3}.$$

Наряду со штарковским эффектом действуют и другие причины, приводящие к расширению спектральной линии. Так, например, вращение звезды должно приводить к расширению спектральной линии, если линейная скорость вращения достаточно велика (порядка сотен километров в секунду). Это происходит оттого, что при вращении звезды разные части диска движутся с разными радиальными скоростями по отношению к нам, а мы наблюдаем спектр звезды в целом, т. е. спектр излучения, идущего от всех частей диска. Обнаружение такого расширения позволяет определить приближенно линейную скорость вращения звезды.

**8. Сравнение теории с наблюдениями.** Мы видим, что, согласно теории, контур линии, определяемый выражением для  $r_v$ , зависит от одного параметра ( $N$  или  $\frac{n}{a}$ ), связанного со свойствами звездной атмосферы. В остальном  $r_v$  зависит либо от мировых постоянных, либо же от постоянных, характерных для данного атома и квантового перехода. Поэтому напрашивается следующий способ сравнения теории с наблюдениями.

Мы видели, что параметр  $N$  (или  $\frac{n}{a}$ ) связан с эквивалентной шириной. По эквивалентной ширине линии поглощения мы можем найти значение  $N$  для данной линии и после этого, зная  $N$ , построить функцию  $\frac{n}{a}$ , т. е. теоретический контур этой линии. Незнание постоянных  $A_{nm}$  и  $\Gamma_{nm}$  (с чем приходится часто встречаться) не играет при этом существенной роли, ибо эквивалентная ширина зависит от произведения  $A_{nm}\Gamma_{nm}N$ , и это произведение целоком входит в выражение для  $r_v$ .

Как показал Унзольд (Unsold), наблюдаемые контуры линий в солнечной атмосфере довольно удовлетворяют теоретической формуле<sup>2)</sup>

$$r_v = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} k_v N}.$$

<sup>1)</sup> Так как на каждый электрон приходится объем, пропорциональный  $n_e^{-1}$ . Линейное протяжение этого объема пропорционально  $n_e^{-1/3}$ .

<sup>2)</sup> См. Zeitschrift für Physik, 44, 793, 1927.

Однако в центральной части линий наблюдения расходятся с теорией, и притом это расхождение имеет систематический характер. Именно, для всех интенсивных линий поглощения теоретические формулы приводят к значению  $r_v$  в центре линии, очень мало отличающемуся от нуля ( $r_v < 0,01$ ). На самом деле центральные интенсивности даже наиболее интенсивных линий в солнечном спектре заметно отличны от нуля. Так например, для линий  $H$  и  $K$ , принадлежащих  $\text{Ca II}$  в центре линии  $r_v = 0,05$ . В других случаях  $r_v$  в центре линий достигает еще больших значений. В этом заключается первое расхождение с предложенной выше простой теорией.

С другой стороны, мы можем пытаться проверить построенную теорию путем применения ее к мультиплетам, все компоненты которых поглощаются из одного и того же квантового состояния. При рассмотрении компонент такого мультиплета мы должны считать  $N$ , т. е. число атомов в нижнем состоянии, для всех них одним и тем же. Поэтому эквивалентные ширины отдельных компонент должны относиться как  $\sqrt{S A_{nm} I_{nm}}$ . Так, например, в случае желтого дублета натрия, где величины  $S A_{nm} I_{nm}$  для двух компонент относятся как 1:2, эквивалентные ширины должны относиться как 1: $\sqrt{2}$ . Согласно Унзольду, это требование теории приблизительно выполняется в спектре Солнца для натриевого дублета<sup>1)</sup>. Однако Шайн<sup>2)</sup> указал, что в случае триплета магния  $2^3P_{0,1,2} - 1^3S_1$  имеются отклонения у ряда звезд и вместо теоретических отношений 1: $\sqrt{3}$ : $\sqrt{5}$  эквивалентных ширин мы имеем отношения порядка 1:1,3:1,7. Так же и в случае резонансного дублета  $\text{Ca II}$  ( $H$  и  $K$ ) мы имеем отклонение от теоретического отношения в сторону приближения этого отношения к единице.

Наконец, Унзольд использовал тот факт, что для всех бальмеровских линий водорода  $N$  одно и то же. С другой стороны, квантовая механика дает возможность вычислить отношения значений  $\sqrt{S A_{nm} I_{nm}}$  для различных линий. Оказалось, что наблюдаемые эквивалентные ширины отклоняются от теоретических в сторону больших эквивалентных ширин для высших членов бальмеровской серии. Иными словами, если мы вычислим по наблюдаемой эквивалентной ширине и известной вероятности перехода для линии  $H_n$  число атомов  $N$ , то вычисленные с этим значением  $N$  эквивалентные ширины других линий бальмеровской серии малы по сравнению с наблюдаемыми и притом, чем более высокий член бальмеровской серии мы берем, тем больше это отклонение. Унзольд считает, что это явление объясняется эффектом Штарка. Для доказательства того, что эффект Штарка должен вызвать именно такое расхождение, рассмотрим, как влияет эффект Штарка на эквивалентную ширину, т. е. на полное количество энергии, поглощенное в спектральной линии. Пусть  $N$  ато-

<sup>1)</sup> A. Unsöld, Zeitschrift für Physik, 44, 793, 1927.

<sup>2)</sup> G. Shajn, Monthly Notices, 90, 1931.

мов, расположенных над  $1 \text{ см}^2$  фотосферы при отсутствии электрического поля, вызывают линию поглощения. Количество энергии, поглощенное в этой линии, будет пропорционально  $\sqrt{N}$ . Пусть при тех же условиях существует электрическое поле и пусть при этом оно вызывает расщепление линии на два сравнительно далеких друг от друга компонента. Пусть поглощение в каждой линии обусловлено  $\frac{N}{2}$  атомами. Тогда количество энергии, поглощенное в каждом компоненте, будет определяться  $\sqrt{\frac{N}{2}}$ , и полное количество энергии, поглощенное в обоих компонентах, будет пропорционально  $\sqrt{2N}$ . Таким образом расщепление линии поглощения на два компонента одинаковой силы вызывает увеличение полного количества поглощенной энергии (т. е. суммарной эквивалентной ширины) в  $\sqrt{2}$  раза, т. е. происходит расширение, эквивалентное удвоению числа атомов. На самом деле эффект Штарка, а тем более молекулярный эффект Штарка, не ведет к полному разделению линий на компоненты. Но зато и число компонент велико. Поэтому при наличии эффекта Штарка эквивалентная ширина при постоянном  $N$  должна быть тем больше, чем больше расширение линии, вызванное этим эффектом. Очевидно, что влияние эффекта Штарка должно быть тем больше, чем выше номер линии в бальмеровской серии, ибо состояния, соответствующие большим квантовым числам (т. е. большим радиусам классических орбит), особенно чувствительны к небольшим внешним возмущениям.

Унзольд считает, что влияние эффекта Штарка на первую линию водородной серии  $H_\alpha$  незначительно. Поэтому он применяет к этой линии формулу, полученную выше для эквивалентной ширины:

$$D = \frac{c\pi}{\nu^2} \sqrt{\frac{3}{4} C A_{nm} \Gamma_{nm} N},$$

и получает число  $N$  водородных атомов над  $1 \text{ см}^2$  солнечной фотосферы на втором квантовом уровне.

**9. Количественный анализ солнечной атмосферы.** Благодаря установленной выше зависимости эквивалентной ширины линии поглощения от числа поглощающих атомов, принципиально возможно получить представление о количественном составе всей солнечной атмосферы путем изучения эквивалентных ширин линий всех элементов. Правда, для некоторых элементов в доступной наблюдению части солнечного спектра нет линий, которые поглощаются теми состояниями атомов или ионов, в которых находится большинство атомов данного элемента. Так например, для натрия мы можем наблюдать резонансный дублет в желтой части спектра. Однако большинство атомов натрия на Солнце находится в ионизованном состоянии. Между тем линии, поглощаемые ионами  $\text{Na}^+$ , находящимися в основном состоянии (а большинство ионов находится именно в этом состоянии), находятся



и недоступной наблюдениям ультрафиолетовой части спектра. Но мы можем всегда от числа атомов Na, находящихся в нейтральном состоянии, перейти к числу ионов Na<sup>+</sup>, зная температуру Солнца и концентрацию свободных электронов в обрабатываемом слое. Для этого нужно воспользоваться только формулой ионизационного равновесия, имеющей вид (см. главу об ионизации звездных атмосферах):

$$\frac{n^+}{n} n_e = \frac{(2\pi\mu kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\chi/kT},$$

где  $n^+$ ,  $n$ ,  $n_e$  — соответственно числа ионов, нейтральных атомов и электронов в 1 см<sup>3</sup>,  $\mu$  — масса электрона и  $\chi$  — энергия, необходимая для ионизации нейтрального атома. Если  $n_e$  и  $T$  принять постоянными для атмосферы, то эту формулу можно заменить формулой:

$$\frac{N^+}{N} n_e = \frac{(2\pi\mu kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\chi/kT}, \quad (3.55)$$

где  $N^+$  и  $N$  — числа ионов и атомов над 1 см<sup>2</sup> фотосферы. Конечно,  $n_e$  сильно меняется в обрабатываемом слое. Поэтому под  $n_e$  в этой формуле нужно подразумевать некоторое среднее значение концентрации свободных электронов в обрабатываемом слое.

С другой стороны формулой (3.55) можно воспользоваться для определения среднего числа электронов в 1 см<sup>3</sup> обрабатываемого слоя, если для какого-нибудь элемента из эквивалентных ширины резонансных линий можно одновременно определить  $N^+$  и  $N$ . Так, согласно Унзольду, мы имеем следующие значения  $N^+$  и  $N$  для ряда атомов и ионов на Солнце (таблица 4).

Таблица 4

Элемент	Длина вол- ны линии, Å	$N \cdot 10^{-18}$
Ca	4227	0,034
Ca <sup>+</sup>	3934—68	23,3
Sr	4607	0,0001
Sr <sup>+</sup>	4078—4216	0,021

Эти данные для  $N$  и  $N^+$  в случае кальция и стронция показывают, что оба эти элемента почти полностью ионизованы в солнечной атмосфере. По ним из формулы (3.55) получаем приблизительное значение  $n_e$ :

$$n_e = 8,5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}.$$

С другой стороны, если в видимой области спектра нет линий, поглощаемых основным состоянием данного атома или иона, а только линии, поглощаемые из возбужденных состояний, то, пользуясь формулой Больцманна для отношения чисел атомов  $n_i$  и  $n_k$  в двух состояниях с энергиями  $\epsilon_i$  и  $\epsilon_k$ :

$$\frac{n_i}{n_k} = \frac{g_i}{g_k} e^{-\frac{\epsilon_i - \epsilon_k}{kT}},$$

где  $g_i$  и  $g_h$  — кратности этих состояний, мы можем получить число атомов в любом состоянии, в том числе и в основном состоянии. Из той же формулы Больцманна следует, что при обычных разностях уровней большинство атомов (или ионов) находится при температурах, царящих в звездных атмосферах, в нормальном состоянии.

Наконец, еще одно затруднение заключается в том, что далеко не для всех переходов известны величины  $A_{nm}$  и  $\Gamma_{nm}$ . Однако можно приближенно принять, что для всех переходов (кроме запрещенных) эти величины зависят только от частоты и равны значению этих величин для гармонического осциллятора, имеющего ту же частоту. Такое допущение означает, что

$$A_{nm} = \frac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{mc^3}. \quad (3.56)$$

На самом же деле  $A_{nm}$  всегда можно представить в виде:

$$A_{nm} = 8\pi^2 \frac{e^2 \nu^2}{mc^3} f_{nm}, \quad (3.57)$$

где  $f_{nm}$  есть „сила осцилляторов“, соответствующая рассматриваемому переходу. Известно, что если линия соответствует разрешенному переходу между двумя не слишком высокими состояниями атома, то  $f$  будет порядка нескольких десятых. Так например, для линий  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$  и  $L_\gamma$  лаймановской серии водорода мы имеем соответственно:  $f = 0,416; 0,079; 0,029$ . Поэтому в результате отбрасывания множителя  $f$  неправильности в определении  $A_{nm}$  будут доходить до десяти раз. Такое же положение будет с  $\Gamma_{nm}$ , которое определяется через  $A_{nm}$ . Однако, ведя исследование по избраным, наиболее интенсивным линиям данного элемента, мы можем уменьшить возможную ошибку в  $A_{nm}$  и  $\Gamma_{nm}$  до 2—3 раз, а следовательно и наши значения  $N$  будут ошибочными приблизительно во столько же раз и притом в сторону преуменьшения.

Такая работа по количественному анализу солнечной атмосферы была проведена Ресселом<sup>1</sup> на основании роландовских глазомерных оценок интенсивностей линий в солнечном спектре. Рессел поставил перед собой задачу перевода интенсивностей из шкалы Роланда в шкалу эквивалентных ширин, т. е. задачу о переводе роландовских интенсивностей в величины  $\sqrt{SA_{nm}\Gamma_{nm}}$ . Так как у компонент одного сложного мультиплета  $N$  одно и то же, а отношения  $\sqrt{SA_{nm}\Gamma_{nm}}$  известны, то, сопоставляя роландовские оценки интенсивностей компонент этого мультиплета с относительными значениями  $\sqrt{SA_{nm}\Gamma_{nm}N}$ , можно определить  $\sqrt{SA_{nm}\Gamma_{nm}N}$  с точностью до постоянного множителя как функцию интенсивности в роландовской шкале. Неизвестный же постоянный множитель получается из известного значения эквивалентной ширины какой-нибудь одной линии, имеющейся также

<sup>1</sup>) *Astrophysical Journal*, 70, 11, 1929.

в каталоге Роланда. Для этого можно воспользоваться хотя бы данными Унзольда. Итак, получаем  $\sqrt{CA_{nm}\Gamma_{nm}N}$  как функцию роландовской оценки, а так как мы можем принять, что  $\sqrt{CA_{nm}\Gamma_{nm}}$  для интенсивных линий постоянно, в результате будем иметь  $N$  как функцию интенсивности в шкале Роланда (и длины волны), так как  $C$  зависит от длины волны спектральной линии.

Таблица 5

Атом- ный номер	Эле- мент	lg N	lg N <sup>+</sup>	lg (N + + N <sup>+</sup> )	Атом- ный номер	Эле- мент	lg N	lg N <sup>+</sup>	lg (N + + N <sup>+</sup> )
1	H	11,5	5,7	11,5	44	Ru	1,0	1,6	1,7
3	Li	-0,9	2,0	2,0	45	Rh	-0,3	0,5	0,5
4	Be	1,8	0,8	1,8	46	Pd	0,6	0,9	1,1
6	C	7,4	4,4	7,4	47	Ag	0,0	1,0	1,0
7	N	7,6	1,8	7,6	48	Cd	2,1	1,6	2,2
8	O	9,0	3,3	9,0	49	In	-2,0	0,0	0,0
11	Na	4,0	7,2	7,2	50	Sn	0,3	1,2	1,2
12	Mg	7,0	7,7	7,8	51	Sb	0,4	0,7	0,8
13	Al	4,6	6,4	6,4	56	Ba	-0,2	3,3	3,3
14	Si	7,0	7,0	7,3	57	La	-0,7	1,8	1,8
16	S	5,7	3,4	5,7	58	Ce	—	2,4	2,4
19	K	2,8	6,8	6,8	59	Pr	—	0,6	0,6
20	Ca	4,6	6,7	6,7	60	Nd	—	2,0	2,0
21	Sc	1,9	3,6	3,6	62	Sm	—	1,5	1,5
22	Ti	3,6	5,2	5,2	63	Eu	—	1,4	1,4
23	V	1,9	5,0	5,0	64	Gd	—	1,1	1,1
24	Cr	4,4	5,7	5,7	66	Dy	—	1,6	1,6
25	Mn	5,1	5,8	5,9	68	Er	—	0,1	0,1
26	Fe	6,7	7,1	7,2	72	Hf	—	0,4	0,4
27	Co	5,1	5,4	5,6	74	W	-0,1	-0,1	0,2
28	Ni	5,7	5,7	6,0	77	Ir	-0,5	-0,5	-0,2
29	Cu	4,3	4,9	5,0	78	Pt	1,5	1,0	1,6
30	Zn	4,9	3,8	4,9	81	Tl	-0,8	1,4	1,4
31	Ga	0,2	2,0	2,0	82	Pb	0,2	1,2	1,2
32	Ge	2,5	2,8	3,0					
33	As	0,6	-0,7	0,6					
37	Rb	-2,5	1,7	1,7					
38	Sr	0,6	3,3	3,3					
39	It	0,8	2,6	2,6					
40	Zr	0,9	2,5	2,5					
41	Cb	-0,2	1,0	1,0					
42	Mo	0,5	1,4	1,4					

Эта калибровка роландовской шкалы интенсивностей линий в солнечном спектре привела Рессела к таблице 5, характеризующей количественный состав солнечной атмосферы. В этой таблице единицей для величин  $N$ ,  $N^+$  и  $N+N^+$  служат  $6 \cdot 10^{12}$  атомов на  $1 \text{ см}^2$ .

Гелий, несомненно присутствующий в солнечной атмосфере в большом количестве (так как его линии видны в спектре солнечной хромосферы), не приведен в таблице, так как он не дает

линий поглощения в доступной наблюдениям области солнечного спектра. Это связано с тем обстоятельством, что в атмосфере Солнца действительно очень мало атомов гелия в возбужденных состояниях, которые одни могут поглощать доступные наблюдениям частоты.

Ряд других элементов также еще не обнаружен в спектре Солнца. Отсутствие их может явиться следствием трех причин:

1) Высокий потенциал возбуждения линий в видимых частотах спектра (подобно гелию).

2) Полная ионизация данного элемента. Линий не будет, если у ионизированного атома слишком высок потенциал возбуждения субординатных серий <sup>1)</sup>.

3) Отсутствие достаточных данных о спектре тех или иных элементов.

**10. Метод Адамса-Рессела определения температур обращающихся слоев звезд.** Формулу Больцманна для числа атомов в  $k$ -ом квантовом состоянии в единице объема можно переписать в виде

$$n_k = C e^{-\frac{\epsilon_k}{kT}},$$

где  $C$  — постоянная, меняющаяся вдоль высоты атмосферы и от звезды к звезде. Интегрируя эту формулу по высоте обращающегося слоя и считая температуру в этом слое постоянной, мы получим для числа атомов над  $1 \text{ см}^2$  фотосферы:

$$N_k = C' e^{-\frac{\epsilon_k}{kT}}, \quad (3.58)$$

где  $C'$  меняется от звезды к звезде и от элемента к элементу. Для Солнца пусть значение  $C'$  для определенного атома равно  $C_{\odot}$  и  $T = T_{\odot}$ . Тогда

$$N_{k\odot} = C'_{\odot} e^{-\frac{\epsilon_k}{kT_{\odot}}}. \quad (3.59)$$

Деля (3.58) на (3.59) и логарифмируя, получаем:

$$\ln \frac{N_k}{N_{k\odot}} = \ln \frac{C'}{C'_{\odot}} - \epsilon_k \left( \frac{1}{kT} - \frac{1}{kT_{\odot}} \right).$$

Обозначим  $\ln \frac{C'}{C'_{\odot}} = C_1$ . Тогда

$$\ln \frac{N_k}{N_{k\odot}} = C_1 - \epsilon_k \left( \frac{1}{kT} - \frac{1}{kT_{\odot}} \right). \quad (3.60)$$

<sup>1)</sup> Субординатной серией называется серия спектральных линий, для которых общий нижний уровень — возбужденный.

Для определенной звезды в этом равенстве при переходе от линии к линии меняется  $\epsilon_k$ , и мы видим, что  $\ln \frac{N_k}{N_{k\odot}}$  представляется линейной функцией от  $\epsilon_k$ .

Адамс и Рессел<sup>1)</sup> взяли спектры ряда звезд и Солнца, полученных с большой дисперсией и с одинаковой степенью почернения в непрерывном спектре. Сравнивая линии звезды с линиями Солнца, они оценивали интенсивности линий спектра звезды в роландовской шкале. Эти оценки, как указывалось выше, являются функциями эквивалентной ширины, т. е.  $A_{nm}\Gamma_{nm}N$ . Поэтому для каждой линии можно было получить значение этого произведения. Если взять одну и ту же линию в спектре звезды и Солнца, то  $A_{nm}\Gamma_{nm}$  будет одно и то же, и отношение  $A_{nm}\Gamma_{nm}N$  для обоих случаев даст прямо отношение  $N$ , т. е. левую часть уравнения (3.60). Рассматривая теперь ряд линий с различными потенциалами их возбуждения, т. е. с различными  $\epsilon_k$ , и получая для них  $\frac{N_k}{N_{k\odot}}$ , мы можем эти отношения нанести на

график как функцию  $\epsilon_k$ . Итак, мы получим  $\frac{N_k}{N_{k\odot}}$  как эмпирическую функцию  $\epsilon_k$ . Эта функция должна быть линейной, и из углового коэффициента ее должна определяться величина  $\left(\frac{1}{kT} - \frac{1}{kT_{\odot}}\right)$ . Поскольку температуру Солнца можно считать известной, то отсюда оказывается возможным определить температуру обращающего слоя звезды. Оказалось, что эмпирическая кривая близка к прямой линии, и отсюда довольно уверенно можно получить температуру для горячих звезд. Для холодных же звезд отклонения от прямой линии довольно значительны. Так например, для звезд  $\alpha$  Ориона и  $\alpha$  Скорпиона вместо линейной формулы (3.60) получается для линий железа соотношение

$$\lg \frac{N_k}{N_{k\odot}} = C - 1,05 \epsilon_k + 0,087 \epsilon_k^2, \quad (3.61)$$

когда  $\epsilon_k$  выражено в вольтах. Коэффициент 1,05 приводит для этих звезд к температуре около 2600° К. Следующий член, однако, показывает, что в высоких возбужденных состояниях в атмосфере звезды имеется относительно большее число атомов, чем следует согласно формуле Больцманна. Правда, этот вывод сделан в предположении, что на самом Солнце, с которым производится сравнение, царит Больцманново распределение. Конечно, можно было бы допустить, что, наоборот, на Солнце имеется недостаток атомов в высоких возбужденных состояниях по сравнению с формулой Больцманна и этим пытаться объяснить эмпирическую формулу (61). Однако другие данные указывают на то, что на Солнце отклонение от формулы Больцманна

<sup>1</sup> Astrophysical Journal 68, 279, 1928.

налицо именно в сторону избытка числа атомов в состояниях с большой энергией. Об этом говорит хотя бы тот факт, что число атомов водорода во втором квантовом состоянии над  $1 \text{ см}^2$  фотосферы, согласно исследованиям Унзольда, равно  $5 \cdot 10^{15}$ , откуда по формуле Больцмана следует, что число атомов водорода в нормальном состоянии над  $1 \text{ см}^2$  фотосферы больше  $10^{24}$  и давление на нижней границе обращаемого слоя должно достигать одной десятой атмосферы. Но это невозможно, ибо при таком давлении столкновения столь часты, что поглощаемая атомами внутри линии энергия благодаря ударам возбужденных атомов об атомы водорода почти целиком обращалась бы в тепловую, и эти слои не принадлежали бы к обращаемому слою, поскольку последний, по определению, является причиной образования линий поглощения.

Приходится поэтому считать, что число водородных атомов в нормальном состоянии не так велико и что имеется избыток возбужденных атомов по сравнению с формулой Больцмана. Поэтому появление квадратичного члена в формуле (3.61) не только нельзя объяснить недостатком на Солнце атомов в высоких квантовых состояниях, но даже при отсутствии этого члена можно было бы считать, что имеется избыток атомов в высших состояниях в атмосферах холодных звезд (так как сравнение произведено с Солнцем, где этот избыток налицо). Наличие квадратичного члена показывает, что этот избыток гораздо больше, чем на Солнце, и что чем холоднее звезда, тем большие отклонения от формулы Больцмана она показывает (поскольку такой же член появляется для других холодных звезд). Это явление носит название феномена Адамса-Рессела. Его выражение мы находим между прочим и в том обстоятельстве, что если по эквивалентной ширине бальмеровских линий определим число атомов водорода во втором квантовом состоянии над  $1 \text{ см}^2$  поверхности звезды типа *K* или *M*, а отсюда по формуле Больцмана перейдем к числу атомов водорода в нормальном состоянии, то получим нижнюю границу для давления у основания обращаемого слоя, измеряемую сотнями и тысячами атмосфер, что является уже абсурдом.

Так как распределение атомов по возбужденным состояниям регулируется в звездных атмосферах почти исключительно излучением, то причина отклонения этого распределения от больцмановского должна заключаться в отклонениях спектрального состава излучения звезды от излучения черного тела. Для того чтобы был излишек атомов в возбужденных состояниях, надо, чтобы в высоких частотах излучение было бы больше, чем это следует по кривой Планка, и при этом относительное отклонение от планковского распределения должно расти в сторону больших частот.

В главе о фотосферах звезд указывалось, что теоретическое распределение энергии по спектру Солнца, согласно формуле (2.22), отличается как раз той особенностью, что оно тем больше отклоняется от планковского распределения при температуре

в  $6000^\circ$ , чем более высокие частоты мы будем рассматривать. Так, вычисление показывает, что интенсивность, вычисленная по формуле (2.22), превосходит в тысячу раз интенсивность планковского излучения в той длине волны ( $\lambda = 918 \text{ \AA}$ ), которая соответствует переходу водорода из основного состояния в ионизованное. Поэтому и возбуждение водородных атомов должно быть аномальным. Однако, поскольку формула (2.22) была выведена при совершенно произвольном допущении о независимости коэффициента непрерывного поглощения от длины волны и посколькy распределение энергии в отдаленных от максимума частях спектра может сильно зависеть от характера связи коэффициента поглощения с длиной волны, нельзя быть уверенным, что упомянутая формула дает правильное объяснение явлению Адамса-Рессела.

**11. Центральные интенсивности линий поглощения.** Выше уже упоминалось, что построенная элементарная теория дает центральные интенсивности достаточно интенсивных спектральных линий, близкие к нулю (во всяком случае меньшие, чем 0,01 доля интенсивности непрерывного спектра). Между тем наблюдения показывают, что центральные интенсивности заметно отличны от нуля и притом даже в случае резонансных линий различных атомов.

В таблице 6 для примера приведены центральные интенсивности ряда резонансных линий для центра солнечного диска.

Таблица 6

Элемент	Линия	$\lambda$	$\chi$	$r_{\infty}$	Автор
Na	$1^2S_{1/2} - 2^2P_{1/2, 3/2}$	5890	5,12	0,25	} Ун- зольд Текерей } Пла- скет } Унзольд
		5896		0,3	
Al	$2^2P_{1/2, 3/2} - 2^2S_{1/2}$	3944	5,96	0,15	
		3962		0,11	
Ca	$1^1S_0 - 2^1P_1$	4227	6,08	0,03	
Mg	$2^3P_{0, 1, 2} - 1^3S_1$	5167	7,61	0,23	
		5173		0,22	
Ca <sup>+</sup>	$1^2S_{1/2} - 2^2P_{1/2, 3/2}$	5184	11,8	0,19	
		3934		0,08	
		3968		0,08	
Sr <sup>+</sup>	$1^2S_{1/2} - 2^2P_{1/2, 3/2}$	4078	11,0	0,2	
		4216		0,3	

Мы видим, что центральные интенсивности резонансных линий поглощения еще значительны. Для нерезонансных же линий они достигают вообще еще больших значений.

Теоретическое значение центральной интенсивности получается близким к нулю по той причине, что вероятность рассеяния светового кванта в центральной частоте очень велика; что же касается до вероятности истинного излучения в этой частоте (она дается величиной  $\alpha, B_*$ ), то она такая же, как и для

других частей линий, и в результате можем ожидать зарождения столь большого количества квантов рассматриваемой частоты, чтобы происходила компенсация производимого рассеянием ослабления фотосферы. Поэтому возникает вопрос, не могут ли, кроме истинного излучения (и истинного поглощения), постоянного внутри линии, происходить селективное истинное излучение и поглощение. При этом напомним, что под истинным излучением подразумевается процесс превращения энергии светового кванта в тепловую энергию, а под истинным излучением — обратный процесс. Такие процессы селективного истинного излучения и поглощения, действительно, могут происходить. Так например, световой квант в частоте спектральной линии может быть поглощен атомом. Возбужденный атом может столкнуться с какой-либо посторонней частицей, и энергия возбуждения, т. е. энергия поглощенного кванта, может превратиться в энергию поступательного движения столкнувшихся частиц (столкновения второго рода или сверхэластичные столкновения). Иными словами, энергия светового кванта превратится в энергию теплового движения. Возможны и обратные процессы (неэластичские столкновения), приводящие к истинному излучению. Очевидно, что и те и другие процессы являются селективными, потому что связаны с поглощением и излучением определенной линии. При термодинамическом равновесии оба типа процессов взаимно компенсируются. Во внешних же слоях обрабатываемого слоя интенсивность в линии мала (по сравнению с законом Планка), поэтому количество энергии, подвергающейся истинному поглощению, меньше, чем в случае термодинамического равновесия. Что же касается до истинного излучения, то оно будет совершаться приблизительно столь же часто, как и при термодинамическом равновесии. Поэтому будет перевес излучения над поглощением. Будет создаваться световые кванты в частоте линии, что должно увеличить остаточную интенсивность в центре линии.

Некоторые авторы поэтому выдвинули гипотезу о том, что столкновения и являются причиной остаточных интенсивностей центральных линий. Однако, если даже считать, что в нижних слоях обрабатываемого слоя столкновения играют еще некоторую роль, все же в достаточно высоких слоях они уже не должны играть никакой роли, и эти высокие слои должны были бы опять свести к нулю центральные интенсивности.

Но Стрёмгрен (В. Strömngren) указал<sup>1)</sup>, что существует причина, которая также приводит к истинному селективному поглощению и не зависит от плотности материи.

Именно, пусть поглощение светового кванта привело к возбуждению атома. Возбужденный атом в результате поглощения некоторого другого кванта может быть ионизован. Тем самым энергия светового кванта превращается в скрытую теплоту ионизации. Возможны и обратные процессы, когда свободный электрон рекомбинируется с ионизованным атомом и в резуль-

<sup>1)</sup> Zeitschrift für Astrophysik, 10, 237, 1935.



тате получается нейтральный атом в возбужденном состоянии, а потом этот возбужденный атом переходит в нормальное состояние. Если нормальное состояние обозначать цифрой 1, возбужденное состояние — цифрой 2, а ионизованное 3, то мы будем иметь процессы типов  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  и  $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . В термодинамическом равновесии оба типа процессов взаимно компенсируются. Во внешних же слоях обращаемого слоя интенсивность излучения в линии мала, поэтому переходы типа  $1 \rightarrow 2$ , а тем самым  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ , происходят реже, чем при термодинамическом равновесии. На процессы же типа  $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  интенсивность в частоте спектральной линии почти не влияет. Каждый процесс типа  $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  приводит к созданию кванта в частоте линии.

Преобладание этих процессов должно увеличить центральную интенсивность линии поглощения<sup>1)</sup>.

Математический учет селективного истинного поглощения может быть произведен следующим образом. В единице объема в результате перехода атомов из первого состояния во второе всего поглощается энергии частоты  $\nu$ :

$$\sigma_{\nu} \int I_{\nu} d\omega.$$

Из этой энергии только часть рассеивается во все стороны. Обозначим эту часть через  $(1 - \epsilon)$ . Таким образом единица объема рассеивает энергию, равную

$$(1 - \epsilon) \sigma_{\nu} \int I_{\nu} d\omega.$$

Энергия же  $\epsilon \sigma_{\nu} \int I_{\nu} d\omega$  подвергается истинному поглощению вследствие того, что возбужденные атомы ионизируются.

Для вычисления истинного излучения в единице объема мы воспользуемся тем, что при термодинамическом равновесии истинное излучение равно истинному поглощению в рассматриваемой частоте. Так как интенсивность излучения при термодинамическом равновесии равна планковской функции  $B_{\nu}(T)$ , то количество истинного излучения равно

$$4\pi \epsilon \sigma_{\nu} B_{\nu}(T).$$

Полное количество энергии, испускаемое в единицу времени единицей объема в единице телесного угла, поэтому равно

$$(1 - \epsilon) \sigma_{\nu} \frac{1}{4\pi} \int I_{\nu} d\omega + \epsilon \sigma_{\nu} B_{\nu}(T) + \alpha_{\nu} B_{\nu}(T), \quad (3.62)$$

<sup>1)</sup> Может возникнуть вопрос, откуда берутся атомы в ионизованном состоянии (а только они могут идти по пути  $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ), когда процессы  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  происходят столь редко? Ответ на этот вопрос заключается в том, что происходят процессы непосредственной ионизации из основного состояния типа  $1 \rightarrow 3$ . Эти процессы обусловлены интенсивностью непрерывного спектра и в верхних слоях обращаемого слоя происходят примерно с той же частотой, что и в нижних. Таким образом в верхних слоях обращаемого слоя атомы преимущественно совершают циклические процессы типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ .

где первый член соответствует рассеянию, второй селективному истинному излучению и третий непрерывному истинному излучению. Уравнение переноса в рассматриваемом случае может быть написано в виде

$$\cos \theta \frac{dI_\nu}{dz} = -(\alpha_\nu + \sigma_\nu) I_\nu + (1 - \epsilon) \sigma_\nu \int \frac{I_\nu d\omega}{4\pi} + \epsilon \sigma_\nu B_\nu(T) + \alpha_\nu B_\nu(T). \quad (63)$$

Величина  $\epsilon$  представляет собой вероятность того, что атом, находящийся в возбужденном состоянии 2, будет ионизован, а не перейдет обратно в состояние 1. Эта вероятность для данного состояния и атома зависит исключительно от средней интенсивности излучения, производящего ионизацию  $2 \rightarrow 3$ . Ионизация из состояния 2 производится частотами непрерывного спектра. Мы можем принять, что интенсивность непрерывного спектра в обрабатываемом слое мало меняется, и потому  $\epsilon$  остается постоянной вдоль слоя. В том же самом приближении мы можем для простоты принять  $B_\nu(T)$  постоянным и равным  $B_\nu(T_0)$ , где  $T_0$  — температура внешней границы звезды. Кроме того, допустим, что  $\frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu}$  не меняется с глубиной в обрабатываемом слое.

Решение уравнения (3.9) в эддингтоновском приближении может быть без труда проведено так же, как мы это сделали раньше для случая  $\epsilon = 0$ . Решение для центральных частей линии будет иметь вид:

$$r_\nu = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{\lambda_\nu}}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\lambda_\nu}},$$

где

$$\lambda_\nu = 3 \frac{\alpha_\nu + \epsilon \sigma_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu}.$$

В центре спектральной линии  $\sigma_\nu$  и даже  $\epsilon \sigma_\nu$  очень велико по сравнению с  $\alpha_\nu$ . Поэтому практически  $\lambda$  равно  $3\epsilon$  и

$$r_{\nu_0} = \frac{2}{3} \sqrt{3\epsilon},$$

так как  $\epsilon$  мало.

Таким образом центральная интенсивность линии поглощения при этих условиях целиком определяется значением коэффициента  $\epsilon$ . При этом даже малые значения  $\epsilon$  приводят к заметным значениям для  $r_{\nu_0}$ . Так например, если  $\epsilon = 0,001$ , все же  $r_{\nu_0} = 0,04$ .

Вычислим теперь выражение  $\epsilon$  через атомные коэффициенты вероятностей перехода. Пусть  $n_2$  — число атомов, находящихся в единице объема в возбужденном состоянии. Тогда  $A_{2 \rightarrow 1} n_2 dt$  будет число атомов, совершающих спонтанный переход  $2 \rightarrow 1$  за время  $dt$ . С другой стороны, число ионизаций из второго состояния за то же время будет равно  $C n_2 dt$ , где  $C$  — некото-

ный коэффициент, зависящий от интенсивности ионизирующего излучения. Вероятность того, что данный атом из состояния 2 перейдет в ионизованное, будет равна

$$\varepsilon = \frac{C}{A_{2 \rightarrow 1} + C}. \quad (3.64)$$

Хотя фотоионизация из состояния 2 совершается в довольно широком интервале частот, мы все же можем считать, что вероятность фотоионизации определяется плотностью излучения в некоторой эффективной частоте  $\nu_{23}$  и написать:

$$C = B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{\nu_{23}}, \quad (3.65)$$

где  $B_{2 \rightarrow 3}$  — эйнштейновский коэффициент вероятности перехода, соответствующий фотоионизации из состояния 2, а  $\varrho_{\nu_{23}}$  — плотность излучения в соответствующей частоте. Вводя, кроме того, известное соотношение между эйнштейновскими коэффициентами

$$A_{2 \rightarrow 1} = \frac{g_1}{g_2} \sigma_{12} B_{1 \rightarrow 2},$$

где

$$\sigma_{12} = \frac{8\pi h \nu_{12}^3}{c^3},$$

мы получим теперь вместо (3.64)

$$\varepsilon = \frac{B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{\nu_{23}}}{\frac{g_1}{g_2} \sigma_{12} B_{1 \rightarrow 2} + B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{\nu_{23}}}.$$

Для выяснения порядка величины  $\varepsilon$  положим  $B_{1 \rightarrow 2} = B_{2 \rightarrow 3}$  (они на самом деле одинакового порядка), далее  $g_1 = g_2$  (обе величины всегда порядка единицы) и, наконец,  $\nu_{23} = \nu_{12}$ . Тогда

$$\varepsilon = \frac{\varrho_{\nu_{23}}}{\sigma_{\nu_{23}} + \varrho_{\nu_{23}}},$$

а так как

$$\sigma_{\nu_{23}} = \frac{\sigma_{\nu_{23}}}{e \frac{h \nu_{23}}{kT} - 1},$$

то

$$\varepsilon = e^{-\frac{h \nu_{23}}{kT}}.$$

Если, например, энергия ионизации  $h\nu_{23}$  (как у Na) равна 3 V, то это дает при температуре Солнца  $\varepsilon = \frac{1}{400}$  и  $r_{\nu_0} = 0,05$ . Для Ca+ мы получаем значительно меньшую цифру. Однако, Стрёмгрен думает, что частично расхождение может быть объяснено тем, что интенсивность ультрафиолетового излучения в высоких частотах значительно превосходит планковскую и, следовательно, вероятность фотоионизации больше той, которая вычисляется

по формуле Планка. Действительно, это должно привести к сильному увеличению остаточной интенсивности в центре линии, как это будет показано в следующем параграфе.

Однако, нельзя считать, что мы в настоящее время имеем вполне удовлетворительное объяснение наблюдаемых центральных интенсивностей. В этом направлении необходимы дальнейшие теоретические изыскания.

**12. Аномальное возбуждение и проблема центральных интенсивностей. Интерпретация спектрогелкограмм.** Рассмотрим случай, когда имеет место селективное истинное поглощение (вызываемое фотоионизацией) при том условии, что интенсивность излучения, вызывающего ионизацию атомов, находящихся в основном состоянии, отличается по какой-либо причине от интенсивности черного излучения на некоторый множитель  $Q$ . В этом случае циклических переходов типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  будет в  $Q$  раз больше, чем при термодинамическом равновесии. Поэтому количество энергии ультрафиолетового излучения частоты  $1 \rightarrow 3$ , переходящего в частоту  $2 \rightarrow 1$ , будет тоже в  $Q$  раз больше, чем при термодинамическом равновесии. Следовательно, количество энергии в частоте  $\nu$ , излучаемой единицей объема в единицу времени в единице телесного угла, в результате таких циклических процессов будет равно

$$Q\varepsilon\sigma_\nu B_\nu(T).$$

В силу этого уравнение переноса примет уже следующий вид:

$$\begin{aligned} \cos\theta \frac{dI_\nu}{dz} = & -(\alpha_\nu + \sigma_\nu) I_\nu + \\ & + (1 - \varepsilon)\sigma_\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + Q\varepsilon\sigma_\nu B_\nu(T_0) + \alpha_\nu B_\nu(T_0) \end{aligned}$$

вместо (3.63). Разделим это уравнение на  $\sigma_\nu + \alpha_\nu$ , введем оптическую глубину

$$\tau_\nu = \int_z^\infty (\sigma_\nu + \alpha_\nu) dz$$

и, умножив уравнение (3.64) на  $d\omega$ , проинтегрируем по всем  $d\omega$ , разделив результат на  $4\pi$ . В результате получим:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \frac{dH}{d\tau_\nu} = & \frac{\alpha_\nu + \varepsilon\sigma_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu} \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} - Q\varepsilon \frac{\sigma_\nu}{\sigma_\nu + \alpha_\nu} B_\nu(T_0) - \\ & - \frac{\alpha_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu} \alpha_\nu B_\nu(T_0). \end{aligned} \quad (3.65)$$

С другой стороны, умножая (3.64) на  $\cos\theta d\omega$  и интегрируя, получим:

$$\frac{d}{d\tau_\nu} \int I_\nu \cos^2\theta d\omega = H_\nu. \quad (3.66)$$

Так как среднее значение  $\overline{\cos^2 \vartheta} = \frac{1}{3}$ , то, вынося это среднее значение за знак интеграла, получим:

$$\frac{dJ_v}{d\tau_v} = \frac{3H_v}{4\pi}, \quad (3.67)$$

где

$$J_v = \frac{1}{4\pi} \int I_v d\omega.$$

Дифференцируя (3.67) по  $\tau_v$  и сопоставляя с (3.65), находим.

$$\frac{1}{3} \frac{d^2 J_v}{d\tau_v^2} = \frac{\alpha_v + \varepsilon\sigma_v}{\alpha_v + \sigma_v} J_v - \frac{\alpha_v + Q\varepsilon\sigma_v}{\alpha_v + \sigma_v} B_v. \quad (3.68)$$

Обозначим для простоты

$$\lambda^2 = 3 \frac{\alpha_v + \varepsilon\sigma_v}{\alpha_v + \sigma_v}; \quad \mu = \frac{\alpha_v + Q\varepsilon\sigma_v}{\alpha_v + \varepsilon\sigma_v}. \quad (3.69)$$

Тогда (3.68) переписывается в виде

$$\frac{d^2 J_v}{d\tau_v^2} = \lambda^2 (J_v - \mu B_v). \quad (3.70)$$

Примем, что  $B_v$  постоянна, т. е. пренебрежем изменением температуры в обрабатываемом слое; тогда решение (3.70) представится в виде:

$$J_v = \mu B_v + C e^{-\lambda \tau_v}, \quad (3.71)$$

где  $C$  — постоянная. Коэффициент при  $e^{-\lambda \tau_v}$ , разумеется, равен нулю, поэтому этот член отсутствует.

Из предельного условия:

$$H_v(0) = 2\pi J_v(0) \quad (\checkmark)$$

находим:

$$C = - \frac{\mu B_v}{1 + \frac{2}{3} \lambda}. \quad (3.72)$$

С другой стороны, для потока энергии мы имеем из (3.67) и (3.71):

$$H_v = - \frac{4\pi}{3} C \lambda e^{-\lambda \tau_v}. \quad (3.73)$$

Подставляя сюда вместо  $C$  его значение из (3.72), находим для внешней границы ( $\tau_v = 0$ ) выходящий поток:

$$H_v(0) = \mu B_v \frac{\frac{4\pi}{3} \lambda}{1 + \frac{2}{3} \lambda}. \quad (3.74)$$

Не трудно далее увидеть, что рядом с линией поглощения в непрерывном спектре ( $\lambda \neq \lambda_0$ ) мы имеем:

$$H_{\nu_1} = 2\pi B_{\nu_1} \quad (3.75)^1$$

откуда, путем деления (3.74) на (3.75), получим:

$$\frac{H_{\nu}}{H_{\nu_1}} = \mu \frac{\frac{2}{3} \lambda}{1 + \frac{2}{3} \lambda}, \quad (3.76)$$

или, внося сюда (3.69) для относительной интенсивности внутри линии, находим:

$$r_{\nu} = \frac{1 + \varepsilon \eta_{\nu} Q}{1 + \varepsilon \eta_{\nu}} \frac{\frac{2}{3} \lambda}{1 + \frac{2}{3} \lambda}, \quad (3.77)$$

где

$$\eta_{\nu} = \frac{\sigma_{\nu}}{\alpha_{\nu}}.$$

В центральных частях спектральной линии  $\eta_{\nu}$  очень велико по сравнению с  $1/\varepsilon$ . Кроме того  $Q > 1$ . Поэтому приближенно можно написать

$$r_{\nu} = Q \frac{\frac{2}{3} \lambda}{1 + \frac{2}{3} \lambda}. \quad (3.78)$$

В предыдущем параграфе мы видели, что в самом центре линии

$$\lambda = \sqrt{3\varepsilon},$$

поэтому для самого центра линии можно написать:

$$r_{\nu_0} \approx \frac{2}{3} \sqrt{3\varepsilon} \sqrt{\varepsilon} Q. \quad (3.79)$$

Сравнивая с результатом предыдущего параграфа, мы видим, что центральная интенсивность при уклонении ультрафиолетового излучения звезды от планковской формулы оказывается в  $Q$  раз больше, чем при отсутствии такого уклонения.

Формула (3.77) была получена Стрёмгреном в 1935 г. для объяснения центральных интенсивностей фраунгоферовых линий. Однако он не заметил, что при достаточно большом значении величины  $Q$  в центре линии поглощения должна находиться эмиссионная линия.

<sup>1)</sup> На самом деле  $H_{\nu}(0) = \pi B_{\nu}(T_{\text{eff}})$ . Но приближенно можно положить:

$$B_{\nu}(T_{\text{eff}}) = 2 B_{\nu}(T_0).$$

В самом деле, по мере приближения от крыльев линии по-  
 площения к ее центру отношение  $\eta_v = \frac{\sigma_v}{\alpha_v}$  растет.

Не трудно видеть, что при небольших значениях  $\eta_v$ , удовле-  
 воряющих условию

$$1 \ll \eta \ll \frac{1}{Q\varepsilon} < \frac{1}{\varepsilon},$$

мы будем иметь:

$$\lambda = \sqrt{3} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon\eta}{1 + \eta}} \approx \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\eta}}.$$

Поэтому, согласно (3.22), в этом случае

$$r_v = \frac{\frac{2}{3} \sqrt{3}}{\sqrt{\eta_v} + \frac{2}{3} \sqrt{3}}.$$

В этом участке, где коэффициент рассеяния не очень велик,  
 контур линии будет вести себя нормально, т. е. интенсивность  
 будет убывать по мере возрастания  $\eta_v$ , но если  $\eta_v$  велико по  
 сравнению с единицей, то при приближении к центру линии  
 мы попадем в такой интервал значений  $\eta_v$ , который характери-  
 зуется выполнением условия:

$$\frac{1}{Q\varepsilon} \ll \eta_v \ll \frac{1}{\varepsilon};$$

при этом условии мы получаем:

$$r_v = \varepsilon\eta_v Q \frac{\frac{2}{3} \sqrt{3}}{\sqrt{\eta_v} + \frac{2}{3} \sqrt{3}},$$

и мы видим, что  $r_v$  возрастает по мере возрастания  $\eta_v$ , т. е.  
 по мере приближения к центру линии. Можно показать, что это  
 возрастание будет продолжаться (хотя и весьма замедленно)  
 до центра линии; в центре линии будет максимум; схематиче-  
 ский контур линии можно будет представить латинской бук-  
 вой *W*.

Сказанное имеет непосредственное отношение к Солнцу, где  
 в некоторых частях диска имеется такой максимум интенсивно-  
 стей близ центра спектральных линий Call.

При спектроскопических наблюдениях тот участок кон-  
 тура линий *H* и *K*, в котором происходит убывание интен-  
 сивности по мере приближения к центру, называется *H*<sub>1</sub> и *K*<sub>1</sub>.  
 Тот же участок, где происходит возрастание интенсивности,  
 носит соответственно название *H*<sub>2</sub> и *K*<sub>2</sub>. Правда, полученная  
 нами формула не объясняет наличие весьма узкого минимума  
 в центре этих линий, обозначаемого обычно буквами *H*<sub>3</sub> и *K*<sub>3</sub>.  
 Однако весьма вероятно, что полученное объяснение наличия

ярких компонент  $H_2$  и  $K_2$  правильно; компоненты же  $H_3$  и  $K_3$  обусловлены вероятно какими-то дополнительными условиями в самых верхних слоях солнечной атмосферы. С рассматриваемой точки зрения получается следующая интерпретация спектрогелиограмм.

В тех областях, где  $H_2$  и  $K_2$  ярки, т. е. во флюкулах, соответствующих этим компонентам, величина  $Q$  велика, т. е. светлый флюкул представляет собою ту область солнечного диска в которой ионизирующее ионы  $Ca^+$  излучение, относительно сильнее отклоняется от формулы Планка.

Однако возможно, что какая-либо другая причина может производить такое же действие, т. е. вызывать селективное истинное излучение, измеряемое членом  $Q_{\text{ср.п.}}(T)$ , и тем самым давать флюкулы на спектрогелиограммах в линиях  $H$  и  $K$ .

#### IV. ИОНИЗАЦИЯ В ЗВЕЗДНЫХ АТМОСФЕРАХ

**1. Проблема истолкования спектральных классов.** В предыдущей главе мы видели, что интенсивность линии поглощения, т. е. ее эквивалентная ширина, зависит от числа поглощающих атомов на  $1 \text{ см}^2$  фотосферы. Поэтому совокупность спектральных линий и их интенсивностей в конечном счете определяет химический состав звездной атмосферы. Но известно, что разные спектральные типы звезд показывают спектральные линии, принадлежащие к разным элементам. Однако это не означает различия в химическом составе звездных атмосфер, ибо каждая линия поглощается лишь атомами соответствующего элемента, находящегося в некоторой определенной стадии ионизации и возбуждения. Наличие или отсутствие соответствующей линии говорит лишь о достаточном или недостаточном числе атомов в этом состоянии ионизации и возбуждения. Наши средства позволяют исследовать лишь сравнительно узкий диапазон длин волн в звездных спектрах, и не всегда спектральные линии, поглощаемые состоянием атома, наиболее часто встречающимся в атмосфере исследуемой звезды, попадают в доступный нам интервал длин волн. Сравнительная же частота того или иного состояния возбуждения и ионизации зависит от температуры и давления в тех слоях, которые находятся над фотосферой. В свою очередь, среднее давление над фотосферой зависит от ускорения силы тяжести. Поэтому, в конечном счете, характер спектра зависит от температуры и силы тяжести на поверхности звезды. В свою очередь, по спектру должно быть принципиально возможно определить значение обоих параметров, если химический состав всех звездных атмосфер одинаков. Весьма существенно, однако, что возбуждение и ионизация гораздо чувствительнее к изменению температуры, чем к изменению силы тяжести. В частности, распределение по возбужденным состояниям атомов, находящихся в данной стадии ионизации, целиком определяясь формулой Больцманна, зависит только от температуры и не зависит от давления. В силу этого, в первом



приближении, характер спектра зависит только от одного параметра — температуры, влияние же величины ускорения силы тяжести может быть обнаружено лишь при более тщательном исследовании. Действительно, применяющаяся в настоящее время гарвардская классификация спектров, описывающая в первом приближении все разнообразие спектров, является линейной классификацией, т. е. классификацией, зависящей от одного параметра. За такой параметр может быть, в частности, принята цветовая температура звезды, если она может быть определена достаточно точно.

Правда, в области холодных звезд, начиная от типа *G*, происходит разветвление последовательности спектральных классов на три ветви: 1) *K—M*, 2) *R—N* и 3) *S*. Но это разветвление по видимому связано уже с различием химического состава атмосфер этих звезд. Если отвлечься от этого, то спектральная классификация на остальном протяжении является линейной. Более тонкий анализ спектров указывает на то, что звезды с одинаковой температурой, но различной абсолютной величиной имеют некоторые различия в своих спектрах. Это влияние абсолютной величины на спектр объясняется изменением ускорения силы тяжести, от которого при данной температуре зависит абсолютная величина (через посредство соотношения между массой и абсолютной яркостью). Эта зависимость спектра от абсолютной величины, как от второго параметра, и лежит в основе разработанного Адамсом и Кольшуттером метода определения спектроскопических параллаксов, имеющего огромное практическое значение.

В последние годы все более чувствовалось, что одномерная эмпирическая классификация — гарвардская — является уже недостаточной при решении многих вопросов. Поэтому Морган (*W. W. Morgan*) выступил в 1937 г. с предложением двумерной эмпирической классификации<sup>1)</sup>, когда спектр звезды характеризуется заданием двух координат (или точки на плоскости). За первую координату он принимает гарвардский тип, весьма чувствительный к изменениям температуры. За вторую он принимает специальный индекс, весьма чувствительный к изменению абсолютной величины (ходя и не совсем свободный от влияния температуры). Первой задачей наблюдателя является приписать каждой звезде эти две координаты *x* и *y*.

Вторая задача заключается в выяснении характера зависимости

$$x = f_1(T, g); \quad y = f_2(T, g)$$

и нахождение по данным *x* и *y* величин *T* и *g*.

**2. Элементарная теория ионизации.** Рассмотрим сперва качественно зависимость спектра звезды от температуры, считая парциальное давление свободных электронов постоянным.

При низких температурах все атомы всех элементов, если отвлечься от возможности химических соединений, должны на-

<sup>1)</sup> *W. W. Morgan, Astrophysical Journal, 85, 1937.*

ходиться в нормальном и нейтральном состояниях. По мере повышения температуры все большая доля атомов переходит в возбужденные и ионизованные состояния. Все меньшее число атомов остается нейтральным и в нормальном состоянии. Поэтому главные серии нейтральных атомов должны неизменно убывать в интенсивности по мере повышения температуры. При понижении температуры интенсивности линий этих серий должны все возрастать. Наглядным примером этого является линия  $\lambda$  4227 нейтрального кальция, являющаяся резонансной линией этого атома. Она достигает огромной эквивалентной ширины в поздних подразделениях типа *M*. Эквивалентная ширина, возрастающая монотонно по мере понижения температуры, никогда у этих линий не достигает максимума.

Рассмотрим теперь субординатные серии какого-либо нейтрального атома, т. е. серии, поглощаемые атомами, находящимися в возбужденных состояниях. При низких температурах относительное число атомов в возбужденном нейтральном состоянии мало. При повышении температуры это число сначала растет. С дальнейшим повышением температуры значительный процент атомов ионизируется до тех пор, пока огромное большинство атомов не окажется в ионизованном состоянии. При этих температурах число атомов в возбужденных состояниях нейтрального атома уже убывает по мере повышения температуры. При некоторой температуре будут максимум числа атомов в возбужденном состоянии и максимальная эквивалентная ширина линии поглощения. Поэтому и в последовательности гарвардских классов от *M* до *A* в некотором классе мы будем иметь максимальную интенсивность рассматриваемой линии поглощения. Чем выше потенциал возбуждения данного состояния, тем выше та температура, при которой достигается этот максимум.

То же самое можно сказать про линии субординатных серий любого иона. Что же касается до спектральной серии, поглощаемой основным состоянием некоторого иона, то эта серия тоже должна давать максимум, ибо при низких температурах ионизованных атомов в нормальном состоянии мало, так как почти все атомы находятся в нейтральном состоянии. При повышении температуры число ионов в нормальном состоянии сперва растет. Но при дальнейшем повышении температуры это число, начиная с некоторого момента, начнет убывать, ибо начнутся переходы в возбужденные состояния иона, вторичная ионизация и т. д.

Мы приходим к выводу, что для любых линий поглощения, за исключением принадлежащих к главной серии нейтрального атома, мы должны в последовательности спектральных классов иметь в некоторой точке максимум. Только лишь в тех случаях, когда мы рассматриваем линии ионов очень высоких стадий ионизации, максимум может не наблюдаться, ибо он соответствует температуре более высокой, чем температура наиболее горячих звезд с линиями поглощения (тип *O*,  $T = 30\,000^\circ$ ).

С другой стороны надо отметить, что при достаточно низкой температуре нейтральные атомы вступают в химические соединения. Поэтому число нейтральных атомов в нормальном состоянии, начиная с некоторого значения температуры, должно убывать при переходе к более низким температурам. Соответствующий максимум линий поглощения главной серии нейтрального атома наступает, однако, обычно при столь низких температурах, что его практически трудно наблюдать.

Вопрос о температурах, при которых наступает максимум той или иной линии поглощения, был рассмотрен Фаулером (R. H. Fowler) и Миллом<sup>1)</sup>. Ниже мы дадим их теорию в несколько измененном виде:

а) *Максимумы дуговых линий.* Обозначим через  $n_0$  и  $n_1$  концентрацию нейтральных и однажды ионизованных атомов рассматриваемого элемента. Концентрацией  $n_2$  дважды ионизованных атомов мы в данном случае можем пренебречь, ибо в противном случае дуговые линии были бы слабы. Пусть, далее,  $n = n_0 + n_1$  будет суммарная концентрация атомов. Уравнение ионизационного равновесия может быть приближенно написано в виде<sup>2)</sup>:

$$\frac{n_1 n_e}{n_0} = j e^{-\frac{\chi_0}{kT}}, \quad (4.1)$$

где  $n_e$  означает концентрацию свободных электронов,  $\chi_0$  — энергию ионизации, а  $j$  выражается формулой

$$j = \frac{(2\pi\mu kT)^{3/2}}{h^3}, \quad (4.2)$$

где  $\mu$  — масса электрона.

Обозначим далее через  $n_0^i$  концентрацию нейтральных атомов в  $i$ -том возбужденном состоянии, а через  $g_i$  — кратность этого состояния. Тогда

$$n_0^i = n_0 \frac{g_i}{g_0} e^{-\frac{\chi_i - \chi_0}{kT}}, \quad (4.3)$$

где  $\chi_i$  — энергия ионизации с  $i$ -того состояния ( $\chi_0 - \chi_i$  — энергия возбуждения).

Пользуясь (4.1), мы можем выразить  $n_0$  через полное число атомов  $n = n_0 + n_1$

$$n_0 = \frac{n}{1 + \frac{j}{n_e} e^{-\frac{\chi_0}{kT}}}. \quad (4.4)$$

1) Monthly Notices, 83, 403, 1923, 84, 499, 1924.

2) С. Росселанд, *Астрофизика на основе теории атома*, ОНТИ, 1936, стр. 40

Подставляя это в (4.3), находим для  $n_0^i$ :

$$n_0^i = \frac{g_i}{g_0} \frac{p e^{\frac{x_i - x_0}{kT}}}{1 + \frac{f}{n_e} e^{-\frac{x_0}{kT}}}. \quad (4.5)$$

Мы видели в предыдущей главе, что эквивалентная ширина линии зависит от отношения  $\frac{n_0^i}{\alpha}$ , где  $\alpha$  — коэффициент непрерывного поглощения вблизи линии. Сделаем простейшее допущение о том, что объемный коэффициент поглощения пропорционален плотности:

$$\alpha = \kappa \rho, \quad (4.6)$$

где  $\kappa$  — коэффициент поглощения на единицу массы. Будем считать этот массовый коэффициент поглощения постоянным. При полной перемешанности всех элементов в атмосфере можно считать, что

$$m t = q \rho, \quad (4.7)$$

где  $m$  — масса атома рассматриваемого элемента, а  $q$  — постоянная весовая доля атомов данного сорта среди всех атомов. Из (4.6) и (4.7) имеем:

$$\alpha = \frac{\kappa m}{q} n, \quad (4.8)$$

а деля (4.5) на (4.8), получаем:

$$\frac{n_0^i}{\alpha} = \frac{q}{\kappa m} \frac{g_i}{g_0} \frac{e^{\frac{x_i - x_0}{kT}}}{1 + \frac{f}{n_e} e^{-\frac{x_0}{kT}}}. \quad (4.9)$$

В этом выражении  $n_e$  должно меняться с высотой в атмосфере. Поэтому  $\frac{n_0^i}{\alpha}$  меняется также. Следовательно, эквивалентная ширина спектральной линии будет определяться каким-то средним значением  $n_e$ . Это среднее значение  $\bar{n}_e$  будет меняться вообще при переходе от одного спектрального класса к другому, являясь функцией температуры звезды. Закон этого изменения нам неизвестен. Так, Фаулер и Милн полагали, что можно считать парциальное электронное давление постоянным, и через него выражали  $\bar{n}_e$ :

$$\bar{n}_e = \frac{p_e}{kT}; \quad p_e = \text{const.} \quad (4.10)$$

Подставляя (4.10) в (4.9), мы видим, что, когда  $x_0 - x_i$  отлично от нуля, отношение  $\frac{n_0^i}{\alpha}$ , а следовательно и эквивалентная ширина

спектральной линии сперва возрастают с увеличением температуры, а затем убывают. Дифференцирование (4.9) дает при условии (4.10) следующее условие максимума:

$$\bar{p}_e = \frac{\chi_i + \frac{5}{2} kT}{\chi_0 - \chi_i} \frac{(2\pi\mu kT)^{3/2} kT}{h^3} e^{-\frac{\chi_0}{kT}}. \quad (4.11)$$

В этом уравнении экспоненциальный множитель играет главную роль, ибо он весьма быстро меняется с температурой. Поэтому температура максимума примерно пропорциональна энергии ионизации  $\chi_0$ .

Наблюдения над спектрами дают возможность без точных фотометрических измерений заключить, в каком спектральном подразделении данная линия или серия достигает максимума. Температура этого подразделения может быть тогда получена из (4.11), если известно  $\bar{p}_e$ , принимаемое постоянным вдоль гарвардской последовательности. Это значение  $\bar{p}_e$  можно определить хотя бы из условия, что в том случае, когда в одном и том же подразделении две серии разных элементов достигают максимума, то температуры, получаемые из (4.11) по энергиям ионизации и возбуждения этих серий, должны быть равны. Можно также для этого воспользоваться известной цветовой температурой какой-либо звезды. Иными словами, применение формулы (4.11) не должно приводить к противоречиям. Зная  $\bar{p}_e$ , мы можем определить температуру различных спектральных классов, ибо в каждом классе несколько серий достигает своего максимума. Фаулер и Милн приняли  $\bar{p}_e = 10^{-6}$  ат. В результате ими впервые была получена „ионизационная шкала“ звездных температур.

б) *Максимумы искровых линий.* Рассмотрим те искровые линии, которые поглощаются ионизованным атомом в нормальном состоянии. Практически мы можем наблюдать эти линии лишь в тех случаях, когда они лежат в доступной области спектра, для чего необходимо, чтобы ближайший возбужденный уровень имел достаточно малую энергию возбуждения. Между тем потенциал ионизации уже однажды ионизованного атома бывает сравнительно высок. Поэтому при повышении температуры нормальные ионы сначала переходят в возбужденное состояние и лишь потом в состояние второй ионизации. Убывание числа нормальных ионов после максимума в этих случаях начинается не столько вследствие вторичной ионизации, сколько вследствие возбуждения на ближайший уровень. Поэтому можно считать, что при температурах, близких к  $T_{\max}$ , число  $n_2$  дважды ионизованных атомов мало и его можно не учитывать. Тогда мы будем иметь:

$$n = n_0 + n_1 + n'_1, \quad (4.12)$$

где  $n'_1$  — число возбужденных ионов в ближайшем возбужденном состоянии, а  $n_1$  — число ионов в нормальном состоянии.

Для отношения  $\frac{n'_1}{n_1}$  имеем:

$$\frac{n'_1}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{\epsilon}{kT}}, \quad (4.13)$$

где  $\epsilon$  — энергия возбуждения ближайшего возбужденного состояния иона.

Формулы (4.1) и (4.13), будучи подставлены в (4.12), дают:

$$n_1 = \frac{n}{1 + \frac{n_e}{f} e^{\frac{x_0}{kT}} + \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{\epsilon}{kT}}}, \quad (4.14)$$

Пользуясь (4.8), найдем тогда:

$$\frac{n_1}{a} = \frac{q}{\pi n} \frac{1}{1 + \frac{\bar{p}_e}{f \kappa T} e^{\frac{x_0}{kT}} + \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{\epsilon}{kT}}}. \quad (4.15)$$

Для максимума этого выражения получаем условие:

$$\bar{n}_e = \frac{\bar{p}_e}{\kappa T}, \quad \bar{p}_e = \frac{\kappa T \epsilon_0}{x_0 + \frac{5}{2} \kappa T} \frac{(2\pi\mu\kappa T)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{x_0 + \epsilon}{kT}}. \quad (4.16)$$

При температуре, удовлетворяющей этому условию, линии, поглощаемые ионизованным атомом, находящимся в нормальном состоянии, будут иметь максимальную эквивалентную ширину. К числу таких линий в наблюдаемой части спектра относятся линии  $H$  и  $K$  ионизованного кальция, дублет  $\lambda\lambda$  4078, 4216, принадлежащий  $Sg^+$  и т. д.

Характерно, что вычисленная согласно формуле (4.15) кривая зависимости эквивалентной ширины от температуры имеет весьма плоский максимум. Это вполне соответствует наблюдениям, согласно которым максимумы линий поглощения, соответствующих нормальным состояниям ионизованного атома, всегда довольно плоски, и поэтому точку максимума определить точно на практике трудно. Так обстоит, например, дело с линиями  $H$  и  $K$ .

Совершенно таким же образом могут быть рассмотрены и другие случаи, например побочные серии ионизованного атома и т. д. Полученные формулы дают возможность определить температуру спектрального подразделения по линиям поглощения, которые достигают в этом подразделении максимума. Полученная в результате этого шкала носит название ионизационной шкалы звездных температур. Ионизационная шкала имеет большое практическое значение для горячих звезд, так как в этом случае цветные температуры не могут быть определены точно, ибо начиная примерно с  $20\,000^\circ$  относительное распределение энергии в доступной части спектра практически

не отличается от распределения энергии у звезды с бесконечно высокой температурой, определяемого формулой Рэля-Джинса

$$I(\lambda) = C\lambda^{-4} T.$$

е) *Ионизационная шкала звездных температур.* Подставляя в формулы типа (4.9) или (4.16) цветовую температуру для спектрального класса, в котором та или иная линия достигает максимума, мы можем получить  $\bar{n}_e$ , т. е. среднюю концентрацию электронов в обрабатываемом слое. Оказывается, что для целого ряда звезд получаются цифры порядка  $10^{11} - 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , т. е. в десятки миллионов раз меньше, чем концентрация молекул в земной атмосфере. Принимая у других звезд такую же концентрацию  $\bar{n}_e$ , мы можем обратно определять их температуры. Результаты, полученные по этому методу Фаулером и Милном, приводятся в таблице 7.

Таблица 7

Спектральный класс	Максимум линии	Ионизационная температура, °C
$K_5$	Na; $1^2P - m^2D$	3 900
$K_5$	Ca; $1^3P - m^3D$	4 270
$K_5$	Ca; $1^1P - m^3S$	4 420
$G_5$	Mg; $1^3P - m^3S$	5 250
$G_5$	Mg; $1^1P - m^1S$	5 440
$K_0 - K_5$	Ba II; $1^2S - m^2P$	5 450
$G_0 - K_0$	Sr II; $1^2S - m^2P$	5 970
$G_0$	Ca II; $1^2S - m^2P$	6 290
$A_0$	H; серия Бальмера	10 000
$A_0$	Mg II; $2^2D - m^3F$	10 220
$B_2$	He; $2^3P - m^3D$	16 100
$B_2$	C II; $2D - mF$	16 560
$B_1$	Si III; O II	19 000
$B_0 - O_9$	Si IV;	26 600
$O_6$	He II; 4686; серия Пикеринга	35 200

3. *Эффект абсолютной величины. Его теория.* Мы видели, что в выражениях (4.9) и (4.15), определяющих собою интенсивность линий, фигурирует средняя концентрация свободных электронов в атмосфере звезды. Эта средняя концентрация свободных электронов должна быть очень близка к концентрации электронов непосредственно над фотосферой, ибо главную роль в определении полной интенсивности линии поглощения (т. е. ее эквивалентной ширины) играют слои, непосредственно находящиеся над фотосферой, как наиболее богатые поглощающими атомами (вследствие большой плотности). В свою очередь, концентрация

свободных электронов у основания обращающего слоя зависит при постоянной температуре от ускорения силы тяжести, т. е. в конечном счете от абсолютной величины. Зависимость выражений (4.9) и (4.16) от ускорения силы тяжести  $g$  при этом двоякая. Именно, кроме явной зависимости от  $\bar{n}_e$ , имеется еще зависимость через  $\kappa$ , ибо на самом деле коэффициент поглощения в непрерывном спектре  $\kappa$  зависит тоже от  $n_e$ . Для того чтобы выяснить эту зависимость, мы должны несколько более конкретизировать условия в звездной атмосфере.

Допустим, что большинство атомов обращающего слоя принадлежит элементу, у которого потенциал ионизации ниже, чем потенциал ионизации того элемента, линии которого мы рассматриваем. Раз речь идет об ионизации последнего элемента, то очевидно, что атомы элементов, составляющих большинство, должны быть уже почти целиком ионизованы. Поэтому свободные электроны будут составлять почти половину всех частиц, и можно написать

$$p_e = \frac{1}{2} p, \quad (4.17)$$

где  $p$  — полное газовое давление.

С другой стороны, на нижней границе обращающего слоя, там, где начинается фотосфера, оптическая глубина в частотах непрерывного спектра достигает заметного значения (не превосходящего впрочем единицу). Это значение мы можем принять равным  $\frac{1}{3}$ . Значит для основания обращающего слоя мы имеем:

$$\tau = \frac{1}{3} = \int_z^\infty \alpha dz = \int_z^\infty \kappa \rho dz, \quad (4.18)$$

и так как в статической атмосфере должно выполняться условие гидростатического равновесия:

$$dp = -g \rho dz, \quad (4.19)$$

то

$$\tau = \frac{1}{g} \int_0^p \kappa dp = \frac{2}{g} \int_0^{p_e} \kappa dp_e. \quad (4.20)$$

Чтобы вычислить этот интеграл, нужно знать зависимость массового коэффициента поглощения  $\kappa$  от физических условий. Теория коэффициента поглощения дает, что он может быть представлен в виде:

$$\kappa = \frac{ax}{T^{11/2}} p_e, \quad (4.21)$$

где  $x$  — степень ионизации атома или иона, являющегося главным фактором в непрерывном поглощении. Мы предположили,



что атомы, составляющие большинство в атмосфере и тем самым ответственные за непрерывное поглощение, почти полностью ионизованы ( $x=1$ ), и в то же самое время вторичная ионизация еще не началась. Поэтому

$$\kappa = \frac{a}{T^{11/2}} p_e. \quad (4.22)$$

Вводя (4.22) в (4.20), найдем:

$$\tau = \frac{a}{gT^{11/2}} p_e^2.$$

Но уже указывалось, что у основания обращаемого слоя  $\tau = \frac{1}{3}$ . Поэтому электронное давление у основания обращаемого слоя определяется формулой:

$$a p_e^2 = \frac{1}{3} g T^{11/2}, \quad (4.23)$$

а концентрация свободных электронов — выражением

$$n_e = a' g^{1/2} T^{7/4}; \quad p_e = a' k g^{1/2} T^{11/4}, \quad (4.24)$$

где

$$a' = \left(\frac{1}{3a}\right)^{1/2} k^{-1}.$$

Внося (4.24) в (4.22), находим следующее выражение для коэффициента поглощения на единицу массы у основания обращаемого слоя:

$$\kappa = \frac{a a' k}{T^{11/4}} g^{1/2} = \left(\frac{a}{3}\right)^{1/2} \frac{g^{1/2}}{T^{11/4}}. \quad (4.25)$$

Подставляя в (4.9) выражения для  $n_e$  и  $\kappa$ , получим теперь:

$$\frac{n_0^i}{\alpha} = \frac{g_i}{g_0} \frac{q}{m} \left(\frac{3}{a}\right)^{1/2} \frac{T^{11/4}}{g^{1/2}} \frac{e^{\frac{x_i - x_0}{kT}}}{1 + \frac{f}{a' g^{1/2} T^{7/4}} e^{-\frac{x_0}{kT}}}. \quad (4.26)$$

Мы видим, что отношение  $\frac{n_0^i}{\alpha}$  убывает по мере возрастания  $g$  при постоянной температуре. Поскольку  $\frac{n_0^i}{\alpha}$  определяет эквивалентную ширину спектральной линии, мы можем сказать, что при рассмотренных условиях она растет при переходе от карликов к гигантам. То же самое относится и к линиям, поглощаемым нормальным состоянием нейтрального атома, так как отношение числа атомов в нормальном состоянии к числу возбужденных атомов определяется формулой Больцманна и зависит только от температуры.

Что касается до ионов в основном состоянии, то их число в единице объема определится формулой:

$$n_1 = \frac{n_0}{n_e} f e^{-\frac{x_0}{kT}}; \quad \frac{n_1}{\alpha} = \frac{q}{\pi m} \frac{1}{n_e} \frac{f e^{-\frac{x_0}{kT}}}{1 + \frac{f}{n_e} e^{-\frac{x_0}{kT}}} =$$

$$= 3 \frac{q}{m} \frac{kT}{g} \frac{f e^{-\frac{x_0}{kT}}}{1 + \frac{f}{\alpha' g^{3/2} T^{7/4}} e^{-\frac{x_0}{kT}}}$$

Мы видим, что  $\frac{n_1}{\alpha}$  растет при переходе от карликов к гигантам гораздо быстрее, чем  $\frac{n_0}{\alpha}$  и  $\frac{n_0^i}{\alpha}$ . Следовательно линии, соответствующие иону, должны особенно быстро возрасти в эквивалентной ширине при переходе от карликов к гигантам. При данной температуре отношение  $\frac{n_1}{n_0}$  у основания обращенного слоя пропорционально  $g^{-\frac{1}{2}}$ . Иными словами, в звездах большой абсолютной величины линии ионов должны быть интенсивны по сравнению с дугowymi линиями. Этот вывод в качественном отношении подтверждается наблюдениями. Совершенно так же можно построить теорию эффекта абсолютной величины на линии атомов, потенциал ионизации которых близок к потенциалу ионизации большинства атомов, играющих роль в непрерывном поглощении и т. д.

Однако построенные таким образом количественные теории имеют один недостаток. Они вообще приводят к гораздо меньшим эффектам, чем те, которые наблюдаются в действительности.

Поэтому на этой стадии развития теории представляется более целесообразным перечислить еще основные эмпирически наблюдаемые эффекты абсолютной величины, т. е. наблюдаемые различия между спектрами гигантов и карликов.

**4. Различия в спектрах гигантов и карликов.** а) *Различия в эффективной температуре.* У звезд одного и того же спектрального класса эффективная температура оказывается тем меньше, чем больше абсолютная яркость звезды. Гиганты холоднее карликов того же типа. Соответствующие данные приведены в таблице 8, причем надо отметить, что за неимением прямых определений эффективных температур мы приводим спектрофотометрические (цветовые) температуры.

Эта разница качественно объясняется тем обстоятельством, что один и тот же спектральный тип соответствует одной и той же степени ионизации. Однако ионизация зависит от плотности свободных электронов и температуры. В атмосферах звезд гигантов концентрация свободных электронов меньше, и для

достижения определенной степени ионизации требуется более низкая температура.

Пусть  $n_0$  и  $T'$  — электронная концентрация и температура для гиганта, а  $n'_0$  и  $T''$  — те же величины для карлика. Если обе звезды принадлежат к одному и тому же спектральному типу, то ионизация в их обращающих слоях одинакова, т. е.  $\frac{n_1}{n_0}$  одно и то же. Поэтому в силу (4.1)

$$\frac{j}{n'_0} e^{-\frac{x_0}{kT''}} = \frac{j}{n_0} e^{-\frac{x_0}{kT'}}$$

или

$$\frac{n'_0}{n_0} = e^{-\frac{x_0}{k} \left( \frac{1}{T''} - \frac{1}{T'} \right)}. \quad (4.27)$$

Росселанд в качестве примера применил эту формулу к линиям железа. Именно субординатные серии железа достигают своей максимальной интенсивности в классе  $K_2$ , и мы можем считать, что степень ионизации железа в этом классе у гигантов и у карликов одинакова. В этом случае  $T' = 4000^\circ$  и  $T'' = 5000^\circ$ ,  $x_0 = 1,3 \cdot 10^{-12}$  эргов, откуда получаем, согласно (4.27), что электронная концентрация в обращающем слое гиганта в тысячу раз меньше, чем в обращающем слое карлика.

Если, однако, применить теорию предыдущего параграфа, то, согласно формуле (4.24), мы получим, что для того чтобы отношение концентраций было так велико, отношение ускорений силы тяжести должно быть порядка миллиона. Действительное же отношение  $g$  у карлика и гиганта порядка одной тысячи, и разница эффективных температур должна была бы быть меньше наблюдаемой.

б) *Центральные интенсивности линий поглощения.* Остаточные интенсивности в центре линий поглощения, как правило, у гигантов меньше, чем у карликов, и линии сами обладают большей резкостью. Если стать на точку зрения изложенной в предыдущей главе теории Стрёмгрена о происхождении остаточных интенсивностей, то придется сделать вывод, что при подчинении распределения энергии в спектре закону Планка остаточная интенсивность должна быть только функцией температуры и больше у карликов, чем у гигантов. Однако, пока рано отсюда заключать о правильности теории, ибо наличие отклонений от закона Планка должно усложнить дело.

в) *Бальмеровская серия водорода.* Для поздних спектральных подразделений ( $G-M$ ) бальмеровские линии усиливаются при переходе от карликов к гигантам, как это и должно быть по

Таблица 8

Спектры	Гиганты	Карлики
$G_0$	5 500°	6 000°
$G_5$	4 700	5 600
$K_0$	4 100	5 100
$K_5$	3 300	4 400
$M_0$	3 050	3 400

(4.26). У горячих же звезд (А и В) мы имеем обратное явление. В этом случае большая ширина бальмеровских линий у звезд малой абсолютной величины обуславливается по всей вероятности эффектом Штарка (последний, как указывалось в предыдущей главе, должен увеличивать эквивалентную ширину спектральной линии). Это подтверждается тем, что большая эквивалентная ширина этих линий у белых карликов сопровождается сильной размытостью линий. Число же поглощающих атомов над единицей поверхности фотосферы, вполне возможно, возрастает по мере перехода к звездам-гигантам.

С этой точки зрения особенно поучителен случай звезд типа F. У них абсолютная величина мало сказывается на эквивалентной ширине водородных линий, что, вероятно, означает компенсацию возрастания числа атомов убыванием эффекта Штарка при переходе от карликов к гигантам. Оказывается зато, что непрерывное поглощение за границей бальмеровской серии в этом типе у карликов незаметно, а у сверхгигантов достаточно чувствительно. Так как Штарк-эффект не оказывает существенного влияния на интенсивность поглощения за границей серии, то это есть прямое указание на возрастание числа поглощающих атомов при переходе от карликов к сверхгигантам.

д) *Гелий*. В спектрах звезд типа В ширина линий диффузной побочной серии гелия по Струве увеличивается при переходе к абсолютно слабым звездам. Вместе с тем появляется запрещенная линия гелия  $4470 \text{ \AA}$ , что можно интерпретировать как нарушение правила запрета под действием электрических полей окружающих ионов.

е) *Стронций*. Линии ионизованного стронция особенно чувствительны к изменению абсолютной величины у спектральных типов более поздних, чем  $F_5$ . Поэтому эти линии ( $\lambda 4077$  и  $4215 \text{ \AA}$ ), по почину Адамса и Кольшюттера, используются для эмпирического определения абсолютной величины и определения спектроскопических параллаксов. Их интенсивность возрастает по мере возрастания абсолютной яркости.

ф) *Полозы* CN. Молекула CN в видимой части спектра дает полосу G, которая имеет наибольшую интенсивность на звездах умеренной абсолютной яркости и падает в интенсивности при переходе как к сверхгигантам, так и к карликам.

## V. ПРОБЛЕМА ХРОМОСФЕРЫ

Во время полных солнечных затмений, когда диск Солнца закрывается Луной, можно непосредственно наблюдать солнечную хромосферу, т. е. тот слой солнечной атмосферы, который, проектируясь на небо, дает спектр, состоящий из целого ряда ярких линий на темном фоне. То обстоятельство, что слои солнечной атмосферы, проектируясь на темный фон неба, дают блестящие линии, не представляет собой ничего удивительного.

В самом деле, слои, лежащие над фотосферой, будучи прозрачны к непрерывному спектру, обладают, однако, большой рассеивающей способностью по отношению к частотам отдельных спектральных линий. Когда наблюдатель  $A$  смотрит в направлении  $AB$  (рис. 7), то он видит непрерывное излучение фотосферы, ослабленное в частотах фраунгоферовых линий, благодаря рассеиванию излучения в этих линиях, производимому солнечной атмосферой. Когда же наблюдатель смотрит в направлении  $AC$ , проходящем мимо солнечной фотосферы, то он уже видит лишь то излучение, которое рассеивается солнечной атмосферой в частотах указанных линий, т. е. отдельные яркие линии на темном фоне. Ранее, однако, нами неоднократно отмечалось, что нельзя провести резкую границу между фотосферой и атмосферой (обращающим слоем) Солнца. Обращающий слой также обладает некоторой, хотя и небольшой, степенью непрозрачности в частотах непрерывного спектра. Поэтому он дает также и некоторое количество излучения в этих частотах.

Пусть точка  $B$  взята на границе фотосферы и обращаемого слоя. Мы можем за такую границу принимать, например, уровень, на котором оптическая толщина в непрерывном спектре  $\tau = \frac{1}{3}$ .

Мы можем сказать, что излучение из точки  $B$  и из всех вышележащих точек достигает наблюдателя, подвергаясь весьма слабому поглощению. Однако, если мы возьмем точку  $B_1$ , находящуюся на том же уровне что и точка  $B$ , но расположенную на краю диска, то излучение от этой точки, направленное к наблюдателю, уже претерпевает серьезное поглощение. Мы можем это выразить также в такой форме, что в то время как

„оптическая глубина точки  $B$ , отсчитанная по нормали“  $\int_B ads$ ,

равна  $\frac{1}{3}$ , оптическая глубина того же слоя, где расположена точка  $B$ , „отсчитанная“ по касательной  $AB_1$ , может значительно превосходить не только  $\frac{1}{3}$ , но и быть больше 1. В связи с этим и излучение слоев, лежащих над  $B_1$ , в частотах непрерывного спектра, в направлении к  $A$ , не является пренебрежимо малой величиной по сравнению с излучением фотосферы в центре диска. Поэтому граница диска, дающего непрерывный спектр, будет лежать где-то над  $B_1$ , а не в точке  $B_1$ . Соответственно и „хромосфера“, т. е. слой, не дающий непрерывного спектра, а одни лишь линии испускания, будет иметь основание не в точке  $B_1$ , а где-то выше. С другой стороны, по определению, слой  $BB_1$  является основанием обращаемого слоя и всей сол-

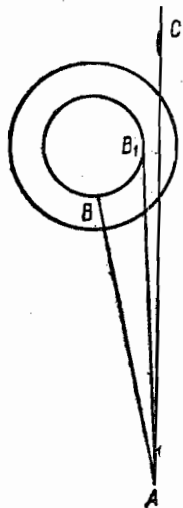


Рис. 7.

нечной атмосферы. Таким образом становится ясным, что не вся атмосфера Солнца является источником хромосферного спектра, а лишь ее верхние слои. Разберем подробнее вопрос о том, где должно находиться основание хромосферы.

**1. Основание хромосферы.** В главе о фотосфере мы видели, что интенсивность излучения в зависимости от гелиоцентрического углового расстояния  $\theta$  от центра диска в предположении плоско-параллельных слоев выражается формулой (2.20)

$$I(0, \theta) = \int_0^{\infty} e^{-t \sec \theta} B(t) \sec \theta dt.$$

Подставляя сюда приближенное выражение для  $B(t)$  (приближение Шварцшильда-Шустера), мы получим закон распределения энергии по диску Солнца. Однако для края диска (при  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) мы можем получить и точное значение. Для этого стоит только подставить  $t \sec \theta = x$ . Тогда

$$I(0, \theta) = \int_0^{\infty} e^{-x} B(x \cos \theta) dx.$$

При  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$  имеем  $x \cos \theta \rightarrow 0$  для всех значений  $x$  и

$$I(0, \frac{\pi}{2}) = \int_0^{\infty} e^{-x} B(0) dx = B(0). \quad (5.1)$$

Итак, интенсивность на краю диска должна быть равна интенсивности излучения абсолютно-черного тела при температуре верхней границы фотосферы (при  $\tau = 0$ ).

Однако это утверждение справедливо только в той мере, в какой мы пренебрегаем конечностью радиуса. Очевидно, что на самом краю такое пренебрежение уже не будет справедливым. Так например, луч SA нельзя считать проходящим через плоско-параллельные слои, и именно благодаря конечности радиуса оптическую толщину, отсчитанную вдоль этого луча, нельзя считать бесконечно большой.

Поэтому на самом деле мы имеем такую картину.

Когда мы удаляемся от центра диска, интенсивность излучения убывает и стремится к  $B(0)$ , однако лишь до тех пор, пока луч зрения встречает на своем пути оптическую толщину, по порядку величины превосходящую единицу. Как только мы приближаемся к краю диска настолько, что эта оптическая толща становится порядка единицы и меньше, указанную формулу уже нельзя применять. Там уже начинается новое, на этот раз быстрое, падение интенсивности до нуля. Там, где эта интенсивность по порядку величины становится меньше выведенного выше значения  $I(\frac{\pi}{2})$ , т. е. малой по сравнению с интенсив-

ностью „края диска“, начинается хромосфера<sup>1)</sup>. Рассмотрим точнее местонахождение основания хромосферы. При всех условиях мы имеем для интенсивности излучения, выходящего из светила,

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(s) e^{-\int_s^{\infty} a ds} ds, \quad (5.2)$$

где  $s$  — путь, пройденный лучом, начиная от некоторой произвольно выбранной точки на его пути. За такое начало отсчета может быть выбрана точка  $F$ , находящаяся на ближайшем расстоянии  $a$  к центру Солнца. Тогда  $s = FN$ . Величина  $I$ , определенная выражением (5.2), будет функцией расстояния  $a$ . Мы рассмотрим это выражение для тех случаев, когда точка  $F$  находится над уровнем  $B$  основания обрабатывающего слоя. Над основанием обрабатывающего слоя температура меняется мало, и ее можно принять равной температуре верхней границы фотосферы. Поэтому из интеграла

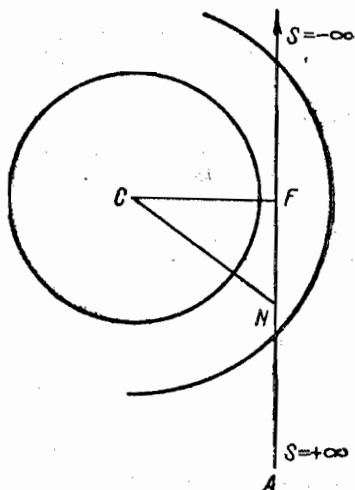


Рис. 8.

$$I(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta(s)}{a(s)} e^{-\int_s^{\infty} a ds} a(s) ds$$

отношение  $\frac{\eta(s)}{a(s)}$ , как постоянную величину, равную интенсивности излучения абсолютно-черного тела  $B(0)$  при этой температуре, можно взять за знак интеграла.

Тогда

$$I(a) = B(0) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\int_s^{\infty} a ds} a ds = B(0) \left[ 1 - e^{-\int_{-\infty}^{\infty} a ds} \right]. \quad (5.3)$$

Там, где интенсивность  $I(a)$  более чем в три раза меньше интенсивности  $B(0)$ , можно считать непрерывное излучение

<sup>1</sup> Это быстрое падение яркости у самого края диска совершается на таком коротком протяжении в угловой мере, что непосредственное наблюдение показывает наличие резкого края солнечного диска. Только наблюдения по методу Юлиуса (Julius), применяемому во время солнечных затмений, позволяют надеяться на получение данных о законе этого падения.

слабым. При этих значениях  $a$  мы будем иметь уже яркие линии на слабом непрерывном фоне. Там же, где  $I(0) > \frac{1}{3}B(0)$ , яркие линии будут теряться на непрерывном фоне. Поэтому для нижней границы  $a$  хромосферы мы получаем равенство:

$$1 - e^{-\int_{-\infty}^{\infty} ads} = \frac{1}{3},$$

для чего приближенно должно быть:

$$\int_{-\infty}^{\infty} ads = \frac{1}{3}.$$

Величина  $a$  есть функция расстояния  $r$  точки  $N$  от центра Солнца. С другой стороны, из рис. 8 видно, что  $s = \sqrt{r^2 - a^2}$  и  $ds = \frac{rdr}{\sqrt{r^2 - a^2}}$ . Поэтому значение  $a$  для основания хромосферы определяется условием:

$$2 \int_a^{\infty} \frac{\alpha(r) r dr}{\sqrt{r^2 - a^2}} = \frac{1}{3}. \quad (5.4)$$

Это уравнение можно упростить, приняв во внимание, что высота хромосферы мала по сравнению с радиусом Солнца и что  $\alpha(r)$  вне хромосферы ничтожно мало. Если через  $R_0$  обозначим расстояние от центра Солнца до основания обращаемого слоя и

$$a - R_0 = h; \quad r - R_0 = f, \quad (5.5)$$

то

$$r^2 - a^2 = 2R_0(f - h) + f^2 - h^2.$$

Поэтому, пренебрегая величинами порядка  $f$  и  $h$  по сравнению с  $R_0$ , а также величинами второго порядка по отношению к  $f$  и  $h$ , по сравнению с величинами первого порядка, получаем:

$$\sqrt{\frac{R_0}{2}} \int_h^{\infty} \frac{\alpha(f) df}{\sqrt{f - h}} = \frac{1}{6}. \quad (5.6)$$

Для определения  $h$  из этого уравнения следует знать  $\alpha$  как функцию высоты  $f$  над основанием обращаемого слоя. Мы можем написать  $\alpha = \kappa \rho$ , где  $\kappa$  — коэффициент поглощения на единицу массы. С другой стороны, для  $\kappa$  можно принять уравнение

$$\kappa = \frac{C \rho}{T^4}.$$



Тогда уравнение (5.6) переписывается в виде

$$\frac{CV\bar{R}}{T_0^3\sqrt{2}} \int_h^\infty \frac{\rho(f)^2 df}{V f - h} = \frac{1}{6}. \quad (5.7)$$

Поскольку рассматриваемые слои изотермичны, то, принимая в них гравитационное равновесие, мы будем иметь:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{mgf}{kT}},$$

где  $\rho_0$  — плотность на нижней границе обращаемого слоя,  $m$  — средняя масса молекулы, а  $g$  — ускорение силы тяжести. На самом деле, как мы увидим из дальнейшего изложения, эта формула в хромосфере по наблюдениям не оправдывается. Однако все же оказывается, что плотность меняется экспоненциально:

$$\rho = \rho_0 e^{-bf}, \quad (5.8)$$

где  $b$  не равно  $\frac{mg}{kT}$ . Подставляя (5.8) в (5.7), находим:

$$\frac{CV\bar{R}}{2T_0^3} \sqrt{\frac{\pi}{b}} e^{-2bh} \rho_0^2 = \frac{CV\bar{R}}{2T_0^3} \sqrt{\frac{\pi}{b}} \rho_1^2 = \frac{1}{6}, \quad (5.9)$$

где  $\rho_1$  — плотность у основания хромосферы.

Это уравнение определяет собою высоту  $h$  основания хромосферы над основанием обращаемого слоя. С другой стороны, оптическая глубина обращаемого слоя, отсчитанная по нормали, в частотах непрерывного спектра должна быть тоже порядка  $\frac{1}{3}$ . Так как именно на этом уровне расположен нульпункт высот, мы можем написать:

$$\int_0^\infty a df = \frac{1}{3}$$

или

$$\frac{C}{T_0^3} \int_0^\infty \rho^2 df = \frac{C\rho_0^2}{T_0^3} \frac{1}{2b} = \frac{1}{3}. \quad (5.10)$$

Сравнивая (5.9) и (5.10), находим:

$$\left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right)^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi b R}}. \quad (5.11)$$

Мы увидим далее, что  $b$  оказывается порядка  $0,7 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}$ . Поэтому ( $R = 7 \cdot 10^{10} \text{ см}$ ) плотность  $\rho_1$  составляет примерно одну

девятую от значения плотности у основания обращаемого слоя. Неопределенность в знании величины  $b$ , как это очевидно из (5.11), мало влияет на значение отношения  $\frac{e_1}{e_0}$ .

Заметим, что на самом деле, вследствие зависимости коэффициента поглощения от длины волны, высота  $b$ , определяемая уравнением (5.6), тоже будет зависеть от длины волны. Иными словами, радиус солнечного диска в различных частотах должен быть, строго говоря, различен. Однако, вследствие малости эффекта это явление невозможно заметить непосредственными измерениями в обычное время, но оно вполне доступно исследованию во время полных затмений. Для этого необходимо произвести непосредственные измерения высоты основания хромосферы в различных частотах, т. е. определить момент исчезновения диска, дающего непрерывный спектр, для разных частот. Такие данные дали бы ценные сведения о зависимости коэффициента непрерывного поглощения в солнечной атмосфере от длины волны.

**2. Распределение плотностей в хромосфере.** Уже одно то обстоятельство, что высота хромосферы в линиях ионизированного

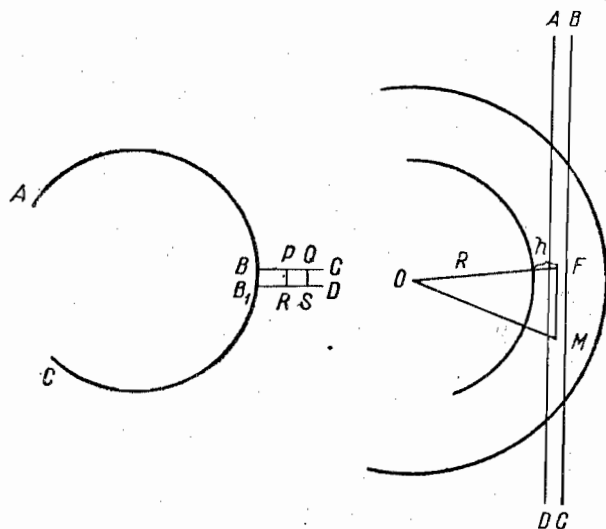


Рис. 9.

кальция достигает 14 000 км над основанием, показывает, что хромосфера не находится в состоянии гравитационного равновесия. При гравитационном равновесии плотность на протяжении 14 000 км должна была бы упасть в миллиарды раз, чего на самом деле нет. Очевидно, что, кроме силы тяжести, в солнечной хромосфере играют роль другие силы, выталкивающие материю на большие высоты. Для выяснения природы этих сил необходимо, прежде всего, составить представление о действительном распределении плотностей в хромосфере на основании

наблюдений, для чего необходимо изучать интенсивность излучения от разных слоев в отдельных спектральных линиях.

Пусть  $ABC$  есть мгновенное положение края лунного диска (рис. 9), постепенно закрывающего фотосферу. Возьмем  $1 \text{ см}$  края диска  $BB'$  и обозначим энергию излучения всех атомов, проектирующихся на бесконечную полоску  $CB_1D$  в рассматриваемой спектральной линии, через  $E(h)$ , где  $h$  — высота проекции лунного края над основанием хромосферы. Эта функция  $E(h)$  составляется на основании фотометрических измерений интенсивности линии в разные моменты, т. е. при различных высотах края Луны над основанием хромосферы, когда снимки спектра произведены с широкой щелью. Очевидно, что количество энергии  $I(h)$ , излучаемое  $1 \text{ см}^2$  проекции хромосферы  $PQSR$ , получится из  $E(h)$  путем дифференцирования

$$I(h) = -\frac{\partial E}{\partial h} \quad (5.12)$$

Но, с другой стороны, на этот квадратный сантиметр проектируются все атомы, расположенные в столбе с основанием  $1 \text{ см}^2$ , ось которого составляет луч зрения. На рисунке, плоскость которого проходит через центр Солнца и глаз наблюдателя, этот столб изображен полоской  $ABCD$ . Введя наименьшее расстояние  $h$  в рассматриваемом столбе от основания хромосферы и координату  $s$ , отсчитываемую вдоль столба ( $s = FM$ ), мы получаем для  $I(h)$ , в случае среды, прозрачной к своему собственному излучению, выражение

$$I(h) = \int_{-\infty}^{\infty} i(r) ds, \quad (5.13)$$

где  $i(r)$  есть количество энергии, излучаемое в единицу времени единицей объема на расстоянии  $r$  от центра Солнца.

Но

$$s = \sqrt{r^2 - (R+h)^2},$$

где  $R$  — радиус слоя, являющегося основанием хромосферы. Поэтому

$$ds = \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - (R+h)^2}}$$

и

$$I(h) = 2 \int_{R+h}^{\infty} \frac{i(r) r dr}{\sqrt{r^2 - (R+h)^2}}. \quad (5.14)$$

Вместо  $r$  мы можем ввести высоту  $f$  над основанием хромосферы и поэтому

$$I(h) = 2 \int_h^{\infty} \frac{i(f)(R+f) df}{\sqrt{(R+f)^2 - (R+h)^2}}.$$

Пренебрегая величинами порядка  $f$  и  $h$  по сравнению с  $R$ , получим:

$$I(h) = \sqrt{2R} \int_h^{\infty} \frac{i(f) df}{\sqrt{f-h}}.$$

Решение этого уравнения Абеля дается формулой:

$$i(h) = -\frac{1}{\pi\sqrt{2R}} \frac{d}{dh} \int_h^{\infty} \frac{I(f) df}{\sqrt{f-h}}. \quad (5.15)$$

Формулы (5.12) и (5.15) дают возможность из наблюдаемой функции  $I(h)$  получить функцию  $i(h)$ , т. е. количество энергии, излучаемое  $1 \text{ см}^3$  на высоте  $h$  над основанием хромосферы.

Поскольку функция  $E(h)$  строится грубо, путем интерполирования ее значений, известных лишь для некоторых значений аргумента  $h$ , постольку Менцел (Menzel) предложил пользоваться в качестве интерполяционной формулы выражением вида

$$E(h) = Ae^{-\beta h}, \quad (5.16)$$

где постоянные  $A$  и  $\beta$  должны быть определены из наблюдений. Оказывается, что в пределах точности наблюдений эта простая экспоненциальная формула дает хорошее приближение для большинства линий в спектре вспышки. Подставляя (5.16) в (5.12), получаем:

$$I(h) = A\beta e^{-\beta h}. \quad (5.17)$$

Входя с этой формулой в (5.13):

$$i(h) = \frac{A\beta^{3/2}}{\sqrt{2\pi R}} e^{-\beta h}. \quad (5.18)$$

В частности для  $i(0)$  имеем:

$$i(0) = \frac{A\beta^{3/2}}{\sqrt{2\pi R}}. \quad (5.19)$$

В таблице 9 приводятся по Менцелу и Силлие<sup>1)</sup> (Cillié) значения постоянной  $\beta$ , входящей в формулу (5.16), и значения  $\lg i(0)$  — эмиссионной способности единицы объема у основания хромосферы, вычисленные по формуле (5.19) и выраженные в  $\text{э/см}^3$ . Эти данные получены Менцелом и Силлие по спектрограммам затмения 31 августа 1932 г. Рассмотрение таблицы 9 позволяет констатировать целый ряд интересных особенностей в спектре хромосферы. Именно:

<sup>1)</sup> Harvard College Observatory Circular № 410, 1936.

Таблица 9.

Элемент	$\lambda$	Потенциал возбужд.	Переход	$\beta \times 10^8$	$\lg i(0)$
$H_\beta$	4861,5	10,15	$2^2P - 4^2D$	1,16	- 1,63
$H_\gamma$	4340,5	"	$2^2P - 5^2D$	1,16	- 2,22
$H_\delta$	4101,7	"	$2^2P - 6^2D$	1,16	- 2,56
$H_\epsilon$	3970,1	"	$2^2P - 7^2D$	1,18	- 2,77
$H_8$	3888,9	"	$2^2P - 8^2D$	1,20	- 2,94
$H_9$	3835,4	"	$2^2P - 9^2D$	1,22	- 2,99
$H_{10}$	3797,9	"	$2^2P - 10^2D$	1,22	- 3,23
$H_{11}$	3770,7	"	$2^2P - 11^2D$	1,22	- 3,29
$H_{12}$	3750,1	"	$2^2P - 12^2D$	1,22	- 3,32
$H_{13}$	3734,4	"	$2^2P - 13^2D$	1,25	- 3,33
$H_{14}$	3722,0	"	$2^2P - 14^2D$	1,25	- 3,43
$H_{15}$	3712,0	"	$2^2P - 15^2D$	1,30	- 3,47
$H_{16}$	3703,9	"	$2^2P - 16^2D$	1,36	- 3,49
$H_{17}$	3697,2	"	$2^2P - 17^2D$	1,28	- 3,59
$H_{18}$	3691,6	"	$2^2P - 18^2D$	1,20	- 3,76
$H_{20}$	3682,8	"	$2^2P - 20^2D$	1,39	- 3,69
$Ba_c$	3640,0	"		1,54	- 15,42
He	5015,5	20,52	$2^1S - 3^1P_1$	0,58	- 4,96
	3964,7	"	$2^1S - 4^1P_1$	0,45	- 5,92
	4922,1	21,13	$2^1P - 4^1D_2$	0,22	- 5,83
	4368,0	"	$2^1P - 5^1D_2$	0,97	- 5,04
	4143,9	"	$2^1P - 6^1D_2$	1,14	- 4,74
	4713,1	20,87	$2^3P - 4^3S_2$	0,50	- 5,09
	4120,8	"	$2^3P - 5^3S$	0,47	- 5,64
	4471,5	"	$2^3P - 4^3D$	1,03	- 3,29
	4026,2	"	$2^3P - 5^3D$	0,67	- 4,49
	3819,7	"	$2^3P - 6^3D$	0,64	- 4,96
$He^+$	4686,0	48,16		0,30	- 5,88
Mg	3838,3	2,71	$3^3P - 3^3D$	1,81	- 2,90
	3832,3	2,70	$3^3P_1 - 3^3D$	1,81	- 3,02
	3829,4	"	$3^3P_2 - 3^3D$	1,81	- 3,40
Mn	4033,0	0,00	$a^6S_{5/2} - Z^6P_{5/2}$	2,36	- 3,79
	4030,7	0,00	$a^6S_{5/2} - Z^6P_{7/2}$	2,36	- 3,69
$Mn^+$	3488,7	1,84	$a^6D_1 - Z^6P_1$	1,11	- 4,15
	3482,9	1,83	$a^6D_2 - Z^6P_2$	1,11	- 4,12
	3474,1	1,83	$a^6D_3 - Z^6P_1$	1,11	- 4,00
	3460,5	1,80	$a^6D_2 - Z^6P_2$	1,11	- 3,93
	3442,1	1,77	$a^6D_4 - Z^6P_3$	1,11	- 3,76
$Ti^+$	4572,0	1,57	$a^2H_{9/2} - Z^2G_{7/2}$	1,58	- 3,79
	4549,6	1,58	$a^2H_{11/2} - Z^2G_{9/2}$	"	- 3,75
	4563,8	1,22	$a^2P_{1/2} - Z^2D_{3/2}$	1,63	- 3,84
	4534,0	1,23	$a^2P_{3/2} - Z^2D_{5/2}$	"	- 3,77
	4501,3	1,11	$a^2G_{7/2} - Z^2F_{5/2}$	1,58	- 3,86
	4468,5	1,13	$a^2G_{9/2} - Z^2F_{7/2}$	"	- 3,85
	4443,8	1,08	$a^2D_{3/2} - Z^2F_{5/2}$	1,53	- 3,84
	4395,0	"	$a^2D_{5/2} - Z^2F_{7/2}$	"	- 3,74
Ca	4226,7	0,00	$4^3S_0 - 4^1P_1^0$	2,11	- 3,19
$Ca^+$	3968,4	0,00	$4^2S_{1/2} - 4^2P_{1/2}$	0,69	- 2,93
	3933,6	"	$4^2S_{1/2} - 4^2P_{3/2}$	"	- 2,85

1) В тех случаях, когда в спектре присутствуют линии атома и иона одного и того же элемента (например Ca и  $\text{Ca}^+$ , Mn и  $\text{Mn}^+$  и т. д.), значение  $\beta$  для нейтрального элемента систематически больше, чем для иона, что указывает на увеличение степени ионизации при возрастании высоты.

2) Очень малое значение  $\beta$  для линий H и K ионизованного кальция. Линии кальция наблюдаются в хромосфере до высоты

$$h = 14\,000 \text{ км.}$$

3) Наличие большого количества линий He, отсутствующих вовсе в спектре поглощения, вызываемого обращаемым слоем. Известно, что потенциал возбуждения линий гелия, принадлежащих на видимую и обычную фотографическую части спектра, — порядка 20 В. Поэтому при температуре Солнца эти линии почти совершенно не могут возбуждаться. Более того, в спектре хромосферы присутствует линия  $\lambda 4686 \text{ He}^+$ , между тем как при температуре Солнца, если соблюдается формула ионизации, выведенная для термодинамического равновесия, число ионизованных атомов гелия должно было бы быть ничтожно малым.

4) Падение  $i(h)$  для линий гелия совершается чрезвычайно медленно (малое  $\beta$ ).

5) Постоянное возрастание  $\beta$  при переходе от низших членов бальмеровской серии к высшим. В работе Менцела и Силлие приводятся данные для всех членов бальмеровской серии до  $H_{31}$ . Из этих данных видно, что при повышении номера члена  $\beta$ , монотонно возрастая, стремится к пределу, равному значению  $\beta$  для бальмеровского континуума.

6) Падение  $i(h)$  с высотой происходит для всех изученных линий значительно медленнее, чем падение плотности при гравитационном равновесии для соответствующего элемента. Даже для наиболее легкого элемента — водорода — мы должны были бы иметь при гравитационном равновесии в показателе барометрической формулы коэффициент  $\beta = 6, 6 \cdot 10^{-8}$ . Для других атомов падение плотности должно было бы соответствовать еще большим значениям коэффициента  $\beta$ . Между тем, согласно таблице 9, для всех приведенных линий  $\beta < 2 \cdot 10^{-8}$ . Этот факт чрезвычайно медленного падения  $i(h)$  с высотой и отсутствие связи между коэффициентом  $\beta$  и атомным весом являются поразительной чертой хромосферы, привлекающей к ней исключительное внимание теоретиков.

**3. Распределение плотностей в хромосфере.** Количество энергии  $i(h)$ , излучаемое в некоторой спектральной линии единицей объема, как известно, связано следующим образом с числом  $n_k$  атомов, находящихся в том же объеме и в том состоянии, из которого может быть излучен квант рассматриваемой линии:

$$i(h) = A_{k \rightarrow j} n_k h \nu, \quad (5.20)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $\nu$  — частота линии,  $j$  — состояние, в которое переходит атом при излучении кванта, и  $A_{k \rightarrow j}$  — эйн-

эйштейновский коэффициент вероятности спонтанного перехода для рассматриваемой линии.

Сравнивая (5.18) и (5.20), находим:

$$n_k(h) = \frac{A\beta^{3/2}}{A_{k \rightarrow j} h\nu \sqrt{2\pi R}} e^{-\beta h}. \quad (5.21)$$

Таким образом, зная эйнштейновский коэффициент вероятности спонтанного перехода для данной линии, мы можем вычислить объемную концентрацию атомов в верхнем состоянии как функцию высоты в хромосфере.

Однако с физической точки зрения представляет главный интерес не поведение  $n_k(h)$ , характеризующей концентрацию атомов в возбужденном  $k$ -том состоянии, а поведение функции  $n_1(h)$ , характеризующей концентрацию всех атомов данного элемента, в каком бы состоянии они ни находились. Поскольку обычно большинство атомов (или ионов) данного сорта находится в основном состоянии, то интересно выяснить поведение функции  $n_1(h)$ , дающей концентрацию на 1 см<sup>3</sup> атомов в основном состоянии.

Если бы отношение  $\frac{n_k(h)}{n_1(h)}$ , т. е. степень возбуждения в хромосфере, не менялось с высотой  $h$ , то поведение функции  $n_k(h)$  характеризовало бы собой и поведение функции  $n_1(h)$ , и мы знали бы действительное распределение атомов данного сорта по высоте. С первого взгляда кажется, что допущение постоянства отношения  $\frac{n_k(h)}{n_1(h)}$  может быть для хромосферы оправдано. В самом деле, во всех точках хромосферы оптическая глубина в непрерывном спектре  $\tau$  мала. Согласно теории лучистого равновесия внешних слоев Солнца, распределение температур определяется в этих слоях формулой:

$$T^4 = T_0^4(2\tau + 1),$$

где  $T_0$  — температура внешней границы. Поскольку в хромосфере  $\tau \ll 1$ , можно считать, что повсюду в ней  $T = T_0$ . Таким образом хромосфера изотермична. Согласно формуле Больцманна из статистической механики, мы имеем:

$$\frac{n_k(h)}{n_1(h)} = \frac{g_k}{g_1} e^{-\frac{\epsilon_k - \epsilon_1}{kT}}, \quad (5.22)$$

где  $g_k$  и  $g_1$  — статистические веса стационарных состояний, а  $\epsilon_k$  и  $\epsilon_1$  — их энергии. Раз температура постоянна, то и отношение  $\frac{n_k(h)}{n_1(h)}$  должно оставаться постоянным.

Однако, формула Больцманна применима в случае, когда материя находится в состоянии термодинамического равновесия. Она применима приближенно и в тех случаях, когда термодинамического равновесия, в строгом смысле этого слова,

нет, но плотность излучения в каждой частоте может быть приближенно представлена формулой Планка. Это условие соблюдается, вероятно, в фотосферических слоях на глубинах  $\tau > 1$ . Однако, в хромосфере излучение, возбуждающее атомы, не подчиняется закону Планка. Так например, входящим до нас излучением Солнца на непрерывном фоне имеются линии поглощения. Во внешних слоях хромосферы спектральный состав излучения такой же, что и состав излучения, входящего до нас. Уже по одной этой причине применение формулы (5.22) может приводить к ошибкам порядка десяти раз (поскольку излучение внутри линии, обуславливающее возбуждение атомов, бывает в десять раз или около этого ослаблено против формулы Планка). Другое возражение, которое можно привести против применимости формулы Больцманна, заключается в наличии линий He и He<sup>+</sup> в спектре хромосферы. При любом разумном предположении о величине плотности хромосферы мы всегда, на основании формулы Больцманна, приходим к заключению, что процент возбужденных атомов гелия и ионизованного гелия в хромосфере настолько ничтожен, что интенсивность линий этих элементов, перечисленных в таблице 9, должна была бы быть в миллионы раз меньше, чем наблюдаемая, и практически мы этих линий не наблюдали бы. Приходится допустить, что возбуждение атомов гелия значительно превосходит то, которое должно иметь место при термодинамическом равновесии с температурой 6000°. Поэтому возможно, что по крайней мере в случае линий гелия изменение  $n_k(h)$  характеризует не изменение общей концентрации гелиевых атомов с высотой, а изменение степени возбуждения атомов с высотой возбуждения, вызываемого неизвестной причиной.

Однако надо думать, что в случае He и He<sup>+</sup> значительное отклонение от формулы Больцманна связано каким-то образом с большой величиной потенциала возбуждения у этих элементов. Возможно, например, что причиной возбуждения таких высоких уровней (21 и 48 V) является излишек излучения в далекой ультрафиолетовой области спектра (около 250 Å и меньше) или неизвестные быстролетающие корпускулы в хромосфере. Эти гипотезы мы разберем дальше. Но для линий с невысоким потенциалом возбуждения (до 10 V) нет сомнения, что возбуждение обусловлено целиком излучением (благодаря его большой мощности в соответствующих частотах), которое в первом приближении описывается формулой Планка. Поэтому для этих линий получаемая ошибка вряд ли превосходит, как указывалось выше, один порядок (десять раз). Что касается водорода, то он со своим потенциалом возбуждения (10, 15 V) занимает промежуточное положение, и правильность применения формулы (5.22) для вычисления  $n_1(h)$  подвергается иногда сомнению.

Итак, формулы (5.21) и (5.22) дают возможность получить распределение концентрации атомов в хромосфере, если только



можно ее считать прозрачной в рассматриваемой спектральной линии. Они дают это распределение, во всяком случае, для верхних прозрачных слоев хромосферы. Для общего же случая мы должны обратиться к рассмотрению процесса самообращения линий.

Что касается до распределения концентрации свободных электронов, то это распределение надежнее всего может быть получено из наблюдений интенсивности бальмеровского континуума в спектре хромосферы. В самом деле, излучение этого континуума связано с рекомбинацией свободных электронов с протонами. Поэтому для указанного излучения мы имеем просто

$$i(h) = \psi(T) n_p n_e,$$

где  $\psi(T)$  — некоторая функция температуры и  $n_p$  — концентрация протонов. Что касается самообращения, то оно для Бальмеровского континуума не играет никакой роли, ибо оптическая толщина в этом континууме порядка  $10^4$  раз меньше, чем в главных линиях бальмеровской серии, а, как показывает применение приведенных ниже критериев, оптическая толщина в этих линиях измеряется только десятками и сотнями. Вследствие этого из наблюдений непосредственно получается произведение  $n_p n_e$ . Считая приближенно  $n_p = n_e$ , т. е. что главным источником свободных электронов является водород, мы получим отсюда  $n_e$ . Но очевидно, что вообще  $n_p < n_e$ . Поэтому  $\sqrt{n_p n_e}$  дает нам нижнюю границу для  $n_e$ . Таким образом Менцел и Силлие установили, что у основания хромосферы

$$n_e > 4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3},$$

что значительно меньше, чем значение, полученное на стр. 65.

Надо отметить трудность наблюдений бальмеровского континуума в хромосфере, вследствие его слабости. Поэтому новые наблюдения в этом направлении очень желательны.

**4. Самообращение спектральных линий.** Рассмотрим, какова должна быть интенсивность излучения, выходящего из некоторого слоя газа в общем случае, когда поглощением в рассматриваемом слое нельзя пренебречь. Поскольку коэффициент поглощения внутри спектральной линии очень сильно меняется с частотой, то надо рассматривать каждый элементарный интервал частот внутри спектральной линии отдельно. Изменение интенсивности излучения вдоль пути луча на единицу частоты  $I_\nu$  подчиняется, как известно, уравнению переноса:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + \epsilon_\nu, \quad (5.23)$$

где  $\alpha_\nu$  означает объемный коэффициент поглощения в частоте  $\nu$ ,  $\epsilon_\nu d\nu d\omega$  есть количество энергии, излучаемое единицей объема в интервале частот, заключенном между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$  и внутри телесного угла  $d\omega$ , и  $ds$  — элемент пути луча.

Пусть направление луча совпадает с лучом зрения. Тогда интенсивность выходящего из слоя газа излучения, как это следует из (5.23), определится формулой:

$$I_v = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\int_{-\infty}^s \alpha_v ds} \epsilon_v dv_s \quad (5.24)$$

При этом наблюдатель рассматривает излучение из области бесконечно больших отрицательных  $s$ . Вместо величины  $\epsilon_v$  мы можем ввести отношение  $B_v = \frac{\epsilon_v}{\alpha_v}$ . Тогда

$$I_v = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\int_{-\infty}^s \alpha_v ds} B_v \alpha_v ds. \quad (5.25)$$

Если бы  $B_v$  было нам известно, то этот интеграл мог бы быть вычислен. Но мы можем по теореме о среднем значении взять среднее значение  $B_v$  вдоль пути луча ( $\bar{B}_v$ ) за знак интеграла. Тогда:

$$I_v = \bar{B}_v \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\int_{-\infty}^s \alpha_v ds} \alpha_v ds = \bar{B}_v \left( 1 - e^{-\int_{-\infty}^{\infty} \alpha_v ds} \right). \quad (5.26)$$

Очевидно, что мы можем написать

$$\int_{-\infty}^{\infty} \alpha_v ds = k_v N, \quad (5.27)$$

где  $k_v$  — коэффициент поглощения на один атом и  $N$  — полное число поглощающих данную линию атомов в бесконечном цилиндре с основанием в  $1 \text{ см}^2$ , ось которого совпадает с лучом зрения.

Итак

$$I_v = \bar{B}_v (1 - e^{-k_v N}). \quad (5.28)$$

Вместе с тем  $k_v N$  есть оптическая толщина в частоте рассматриваемого слоя, взятая вдоль пути луча.

Во многих случаях величина  $\bar{B}_v$  может быть легко вычислена. В самом деле, условие монохроматического лучевого равновесия, справедливое для хромосферы, дает для каждой точки:

$$\epsilon_v = \alpha_v I_v^0, \quad (5.29)$$

где  $I_v^0$  — усредненная по всем телесным углам интенсивность излучения в рассматриваемой точке. Из (5.29) следует  $B_v = I_v^0$ . Для тех слоев хромосферы, для которых оптическая глу-

биа (5.19), отсчитанная по вертикали (а не по касательной), меньше единицы,  $I_0$  можно считать равной постоянной величине. Она определяется просто как средняя интенсивность излучения на внешней границе Солнца в данной частоте и может быть найдена из изучения контуров спектральных линий. Даже в тех случаях, когда монокроматическое лучевое равновесие нарушается и играет видную роль в образовании линий поглощения, циклические переходы не внесут большой ошибки в уравнение (5.29), так как оно будет выполняться приближенно, что для наших целей вполне достаточно.

Для вычисления же  $\bar{B}_\nu$  в случае, когда луч зрения проходит на оптической глубине, отсчитанной по вертикали, большей чем единица, мы должны пользоваться теоретически вычисленным значением  $I_0$ . К сожалению, в рассматриваемом случае главную роль играет центральная часть линии, для которой современная теория контуров линий поглощения не приводит к удовлетворительным результатам. Мы можем лишь сказать, что для  $\bar{B}_\nu$  всегда должно соблюдаться неравенство:

$$\frac{r}{2} P_\nu \leq \bar{B}_\nu < P_\nu,$$

где  $P_\nu$  — планковская интенсивность излучения абсолютно черного тела и  $r$  — отношение интенсивности в данной частоте к интенсивности соседнего участка непрерывного спектра, усредненное по контуру. Кроме того, несомненно, что  $\bar{B}_\nu$  возрастает при углублении к основанию хромосферы, оставаясь заключенным в этих пределах.

Полная интенсивность хромосферной линии на рассматриваемой высоте выразится через

$$i(h) = \int \bar{B}_\nu (1 - e^{-k_\nu N}) d\nu, \quad (5.30)$$

где интегрирование проведено по всем частотам внутри линии и  $N$  — попрежнему полное число атомов, поглощающих линию в цилиндре с поперечным сечением в  $1 \text{ см}^2$ , ось которого совпадает с лучом зрения. Беря в (5.30) среднее значение  $\bar{B}_\nu$  за знак интеграла и обозначая его через  $\bar{B}$ , получим:

$$i(h) = \bar{B} \int (1 - e^{-k_\nu N}) d\nu. \quad (5.31)$$

Для вычисления этого интеграла надо знать выражение для  $k_\nu$ . Коэффициент поглощения на один атом  $k_\nu$  определяется совокупностью тех причин, которые вызывают расширение спектральной линии. Как указывалось в главе об обрабатываемом слое, главнейшими такими причинами в условиях звездных атмосфер являются: эффект Допплера и затухание излучения. Мы не будем приводить здесь вывода того выражения для  $k_\nu$ , к которому приводит в теории линий поглощения учет этих

двух причин, действующих совместно, и которое не может быть представлено через элементарные функции от  $\nu$  в конечном виде. Напомним только, что с довольно большой степенью приближения этот результат может быть сформулирован в виде:

$$\left. \begin{aligned} k_\nu &= \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda}{v} e^{-\nu^2}, \text{ когда } |\nu - \nu_0| < x_0 \\ k_\nu &= \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\Gamma_{nm}}{4\pi^2} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2}, \text{ когда } |\nu - \nu_0| > x_0, \end{aligned} \right\} \quad (5.32)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $m$  — его масса,  $f$  — сила осцилляторов для данной линии, скорость  $v$  в случае термического характера доплеровского расширения равна  $\sqrt{\frac{2kT}{m}}$ ,  $\Gamma_{nm}$  — постоянная затухания, которая выражается через продолжительности жизни  $T_n$  и  $T_m$  верхнего и нижнего состояний следующим образом:

$$\Gamma_{nm} = \frac{1}{T_n} + \frac{1}{T_m},$$

кроме того

$$p = \frac{c}{v} \left( \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \right)^2,$$

и, наконец,  $x_0$  есть наибольший положительный корень уравнения

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda}{v} e^{-\frac{c}{v} \frac{x_0^2}{\nu_0^2}} = \frac{\Gamma_{nm}}{4\pi^2} \frac{1}{x_0^2}. \quad (5.33)$$

Иными словами, первое из выражений (5.32) справедливо для внутренней части линии, а второе — для крыльев.

Следует различать два предельных случая:

I случай.  $N$  мало, именно:

$$\frac{1}{N} \gg \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda}{v}. \quad (5.34')$$

Тогда всюду  $k_\nu N \ll 1$ , и никакого самообращения не будет. При этом, разлагая в ряд и пренебрегая членами второго порядка по отношению к  $N$  в подынтегральном выражении формулы (5.31), получаем:

$$i(h) = \bar{B}N \frac{\pi e^2}{mc} f. \quad (5.34)$$

В этом случае интенсивность линии возрастает пропорционально первой степени  $N$ .

II случай.  $N$  велико, именно

$$\frac{1}{N} \ll \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\Gamma_{nm}}{4\pi^2 x_0^2}. \quad (5.35')$$

Тогда легко получить формулу

$$i(h) = 2\bar{B} \left( N \frac{\pi\epsilon^2}{mc} f \frac{\Gamma_{nm}}{4\pi^2} \right)^{1/2} \pi^{1/2}. \quad (5.35)$$

В этом случае, когда самообращение настолько велико, что проявляется даже в крыльях линии, интенсивность линий возрастает пропорционально  $N^{1/2}$ .

Наконец, представляет интерес и промежуточный случай.

III случай.  $N$  заключено в пределах, определяемых неравенством:

$$\frac{\pi\epsilon^2}{mc} f \frac{\Gamma_{nm}}{4\pi^2 \lambda_0^2} < \frac{1}{N} < \frac{\pi\epsilon^2}{mc} f \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda}{\nu}. \quad (5.36^1)$$

В этих пределах  $N$  меняется  $\frac{\Gamma_{nm} \nu}{4\pi^2 \lambda_0^2 \lambda \lambda_0}$  раз. В этом интервале  $i(h)$  возрастает чрезвычайно медленно с  $N$ . Согласно Менцелу, для него может быть пригодна формула:

$$i(h) = 2\bar{B} \frac{\nu \nu_0}{c} \sqrt{\ln \left( N \frac{\pi\epsilon^2}{mc} f \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda}{\nu} \right)}. \quad (5.36)$$

В этом случае самообращение имеет место в центре, но крылья линии в нем еще не участвуют.

Заметим еще, что в случаях I и III ширина эмиссионной линии почти не возрастает. Увеличение  $i(h)$  в случае I при возрастании  $N$  происходит главным образом за счет увеличения интенсивности на единицу интервала частот. Во втором из рассмотренных случаев, когда самообращение очень сильно и происходит уже в крыльях линии, интенсивность на единицу частоты достигает своей предельной величины  $\bar{B}$ , и рост полной интенсивности  $i(h)$  при возрастании  $N$  происходит за счет увеличения ширины эмиссионной линии пропорционально  $N^{1/2}$ .

**5. Применение теории самообращения к отдельным спектральным линиям.** Рассмотрим порядок применения формул (5.34), (5.35) и (5.36) к отдельным линиям. Вся задача заключается в том, чтобы из наблюдаемого хода функции  $i(h)$  получить  $N$  как функцию от  $h$ . Сама же функция  $i(h)$ , как было указано выше, получается в результате дифференцирования наблюдаемой функции  $E(h)$ .

Для самых больших значений  $h$ , т. е. для верхних слоев хромосферы, где  $N$  мало и поэтому самообращением можно пренебречь, получаем значения  $N(h)$  из формулы (5.34) по наблюдаемым значениям  $i(h)$ . По мере уменьшения  $h$  число  $N(h)$  растет, и мы применяем формулу (5.34) только до тех пор, пока  $N(h)$  не превзойдет предел, указанный неравенством (5.34<sup>1</sup>). С этого места мы начинаем применять формулу (5.36), пока  $N(h)$ , возрастая, не выйдет за пределы, указанные неравенством (5.36<sup>1</sup>), после чего уже применяем формулу (5.35). Кон-

тролем же теории должно служить то обстоятельство, что в пределах применимости формул (5.34) и (5.36) ширина линии не должна существенно меняться, в то время как в области применимости формулы (5.35) ширина линии должна возрасти, как указано было выше, так как здесь мы имеем дело с самообращением в крыльях спектральной линии.

Приведем результат, полученный Менцелом и Силлие по линии ионизованного кальция  $H$  и  $K$ , в которых самообращение оказалось очень сильным:

$$N(h) = N_0 e^{-\beta h}; \quad N_0 = 1,7 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-2};$$

$$\beta = 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}. \quad (5.37)$$

Эта формула дает число ионов кальция, находящихся в цилиндре с поперечным сечением в  $1 \text{ см}^2$ , ось которого совпадает с лучом зрения и проходит на расстоянии  $h$  от края диска. От формулы (5.37), пользуясь уравнением Абея (5.16), мы можем перейти к числу ионов  $n(h)$ , находящихся в  $1 \text{ см}^3$ , ибо ясно из геометрических соображений, что связь между  $N(h)$  и  $n(h)$  такова же, как между  $I(h)$  и  $i(h)$ . Для  $n(h)$  получаем следующую формулу:

$$n(h) = n_0 e^{-\beta h}; \quad n_0 = 3,2 \times 10^8 \text{ см}^{-3}; \quad \beta = 1,60 \times 10^{-8} \text{ см}^{-1}. \quad (5.38)$$

Отсюда может быть вычислено число ионов кальция, находящихся над основанием хромосферы в вертикальном (радиальном) цилиндре с поперечным сечением  $1 \text{ см}^2$ . Оно равно  $2 \times 10^{16}$ . С другой стороны, согласно Унзольду, число ионов кальция в таком же столбе над фотосферой, т. е. над основанием обращаемого слоя, равно  $2 \times 10^{19}$ . Поэтому парциальное давление кальциевых ионов у основания хромосферы около 1000 раз меньше, чем у основания обращаемого слоя.

Обращает на себя внимание то весьма важное обстоятельство, что величина  $\beta$ , данная в (5.38), почти в двести раз меньше, чем то значение, которое было бы при гравитационном равновесии. Иными словами, падение плотности в хромосфере для ионов кальция происходит особенно медленно. С первого взгляда может показаться, что это явление объяснимо как влияние возрастающей с высотой ионизации, т. е. что замедление падения плотности ионов кальция с высотой происходит за счет быстрого увеличения процента ионов по отношению к нейтральным атомам. Однако это — неправильное объяснение, ибо процент нейтральных атомов кальция в хромосфере ничтожно мал по сравнению с процентом ионов, как об этом можно судить по интенсивностям соответствующих резонансных линий, и поэтому прирост числа ионов за счет числа нейтральных атомов не может сколько-нибудь заметно повлиять на первое из них. Поэтому объяснение аномального распределения кальция по высоте представляет весьма важную теоретическую

задачу. Что касается водорода, то измерения Менцела и Силлие дают по высшим членам бальмеровской серии:

$$\beta = 1,54 \times 10^{-8} \text{ см}^{-1}.$$

Наконец, следует отметить, что группа формул (5.34), (5.35) и (5.36) позволяет вычислить также относительные интенсивности в мультиплетах по заданным произведениям  $Nf$ . При этом для определения того, какой из этих формул следует пользоваться для каждой линии мультиплета, надо проверить выполнение неравенств (5.34<sup>1</sup>), (5.35<sup>1</sup>) и (5.36<sup>1</sup>), в которые входят величины  $N$  и  $f$ . Интересно, что в то время как при малых  $N$  относительные интенсивности просто пропорциональны  $f$  (случай I), а при очень больших  $N$  они пропорциональны  $f^{1/2}$ , в промежуточном случае мы можем иметь отношение, очень мало отличающееся от единицы при сильно отличных друг от друга  $f$ . В частности, в случае  $H$  и  $K$  кальция на некоторой высоте хромосферы, где применима формула (5.36), отношение  $i(h)$  будет очень близко к единице, несмотря на то, что соответствующие  $f$  равны: 0,36 и 0,72. Согласно теории, только для самых нижних слоев хромосферы отношение значений  $\epsilon(h)$  для этих двух линий должно быть равно  $1 : \sqrt{2}$ .

**6. Селективное световое давление и кальциевая хромосфера.** Среди теорий, объясняющих аномальное распределение кальция в солнечной хромосфере, большую роль сыграла теория, предложенная в 1924 г. Милном <sup>1)</sup>, согласно которой основная причина этого явления заключается в том селективном световом давлении, которое испытывают ионы кальция. Мы здесь дадим краткое изложение этой теории.

Спектр иона  $\text{Ca}^+$  принадлежит к немногочисленному количеству спектров тех атомов и ионов распространенных элементов, резонансные линии которых расположены недалеко от максимума интенсивности солнечного спектра. Благодаря тому, что в области линий  $H$  и  $K$  спектр Солнца еще достаточно ярк, световое давление, испытываемое ионами  $\text{Ca}^+$  вследствие поглощения солнечного излучения, велико. Правда, то же самое можно сказать и про атомы, например, натрия. Однако, натрий на Солнце почти весь ионизован, и только ничтожный процент атомов находится в нейтральном состоянии. Ионизованный же натрий почти никакого светового давления не испытывает. Поэтому и среднее световое давление, приходящееся на один атом натрия, ничтожно. Кальций же на Солнце если не весь, то в весьма значительной пропорции, находится в однажды ионизованном состоянии. Поэтому в среднем (независимо от состояния ионизации) атомы кальция подвержены весьма значительному световому давлению. Этим кальций выделяется среди всех других элементов. С другой стороны, небольшая плотность хромосферы может позволить световому давлению изменить распределение

<sup>1)</sup> Monthly Noticer, 84, 354, 1924, 85, 111, 1924, 86, 8, 1925.

атомов по высоте только для одного сорта атомов или создать разное распределение для разных элементов. Эти обстоятельства делают интересной попытку объяснения кальциевой хромосферы световым давлением.

Вычислим прежде всего зависимость селективного светового давления от потока энергии в рассматриваемой линии. Если имеется излучение интенсивности  $I_\nu$  на единицу частоты внутри телесного угла  $d\omega$ , то плотность энергии, соответствующая этому излучению, равна  $e_\nu = \frac{I_\nu d\omega}{c}$ . Следовательно, согласно определению эйнштейновского коэффициента вероятности перехода под влиянием излучения, число атомов в основном состоянии в единице объема, поглощающих квант данной линии в единицу времени, будет равно  $n_1 B_{12} \frac{I_\nu d\omega}{c}$ , где  $n_1$  — число атомов в единице объема в основном состоянии. Импульс каждого кванта равен  $\frac{h\nu}{c}$ , и поэтому компонент импульса в радиальном направлении, полученный всеми атомами в первом состоянии в единице объема, будет

$$n_1 B_{12} h\nu \frac{I_\nu \cos \theta d\omega}{c^2},$$

где  $\theta$  — угол, образованный направлением излучения с нормалью. Поскольку имеется излучение, идущее по всевозможным направлениям, искомый импульс будет равен

$$n_1 B_{12} \frac{h\nu}{c^2} \int I_\nu \cos \theta d\omega,$$

где интегрирование распространено на все телесные углы. Но

$$H_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\omega$$

есть поток на единицу частоты по направлению внешней нормали. Поэтому искомый импульс можно написать в виде

$$n_1 \frac{B_{12} H_\nu h\nu}{c^2}. \quad (5.37)$$

Однако, на ряду с процессами поглощения, происходят и процессы отрицательного поглощения, при которых атом сам излучает в том же направлении, что падающее излучение, и получает поэтому импульс в противоположном направлении. Импульс, полученный в результате таких переходов в единицу времени единицей объема, будет равен поэтому

$$-n_2 \frac{B_{21} h\nu H_\nu}{c^2}. \quad (5.38)$$

Мы видим, что выражение (5.38) мало по сравнению с (5.37), так как  $\frac{n_2}{n_1}$  очень мало по сравнению с единицей. Однако,



Милл не пренебрегает импульсом (5.38) по сравнению с (5.37) и поэтому получает результирующий импульс равным

$$\frac{h\nu}{c^2} B_{1 \rightarrow 2} H_\nu \left( n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right), \quad (5.39)$$

так как  $B_{2 \rightarrow 1} = \frac{g_1}{g_2} B_{1 \rightarrow 2}$ , где  $g_1$  и  $g_2$  — веса нижнего и верхнего состояний.

С другой стороны, импульс, получаемый в единицу времени под влиянием силы тяжести атомами, находящимися в обоих состояниях, равен

$$(n_1 + n_2) mg, \quad (5.40)$$

где  $m$  — масса атома, а  $g$  — ускорение силы тяжести.

Отношение силы светового давления к силе тяжести равно поэтому

$$\eta = \frac{h\nu H_\nu B_{1 \rightarrow 2}}{g m c^2} \frac{n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2}{n_1 + n_2}. \quad (5.41)$$

Наблюдения дают  $H_\nu$  для линий  $H$  и  $K$  на внешней границе хромосферы. С другой стороны, Зваан вычислил  $B_{1 \rightarrow 2}$  для этих линий. Оказывается, что произведение  $\frac{h\nu H_\nu B_{1 \rightarrow 2}}{g m c^2}$  в пределах точности наблюдений над  $H_\nu$  совпадает с единицей. Отсюда следует весьма важный вывод, что отношение  $\eta$  для ионов кальция на границе хромосферы близко к единице, и, следовательно, световое давление во внешних слоях хромосферы почти точно уравновешивает гравитацию. Милл считает равенство

$$\eta = 1 \quad (5.42)$$

для внешней границы хромосферы соблюдающимся точно. Далее, на основе теории монохроматического лучевого равновесия он считает, что  $H_\nu$  во всей хромосфере постоянно, и поэтому отношение  $\eta$  близко к единице на протяжении всей хромосферы.

Для выяснения структуры хромосферы при сделанных предположениях напишем уравнение гидростатического равновесия

$$\frac{dp}{dz} = -m(n_1 + n_2)g + \frac{h\nu}{c^2} H_\nu B_{1 \rightarrow 2} \left( n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right). \quad (5.43)$$

Пренебрегая членами, квадратичными по отношению к  $\frac{n_2}{n_1}$ , мы можем переписать это уравнение в виде:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \left[ 1 - \frac{h\nu H_\nu B_{1 \rightarrow 2}}{m g c^2} \left( 1 - \frac{g_1 + g_2}{g_2} \frac{n_2}{n_1} \right) \right], \quad (5.44)$$

где  $\rho$  — плотность.

Отношение  $n_2/n_1$  меняется с оптической глубиной. Из условия стационарности, при пренебрежении циклическими переходами, следует, что число переходов из первого состояния во

второе в единице объема равно числу обратных переходов. Поэтому

$$n_1 B_{1 \rightarrow 2} \bar{\rho} = n_2 (A_{2 \rightarrow 1} + B_{2 \rightarrow 1} \bar{\rho}), \quad (5.45)$$

где  $A_{2 \rightarrow 1}$  — коэффициент вероятности спонтанного перехода и  $\bar{\rho}$  — плотность излучения на единицу частоты в частоте  $\nu$ . В силу известных соотношений между эйнштейновскими коэффициентами вероятностей переходов, из (5.45) следует:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\bar{\rho}}{1 + \bar{\rho}} \frac{g_2}{g_1}, \quad (5.46)$$

где  $\bar{\rho} = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} \rho$ . Обозначив  $\sigma_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}$ , мы можем написать

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\sigma_\nu}. \quad (5.47)$$

С другой стороны, из теории монохроматического лучевого равновесия имеем для  $\rho$  выражение:

$$\rho = \frac{1}{c} H_\nu (2 + 3\tau). \quad (5.48)$$

Обозначая

$$\frac{H_\nu}{\sigma_\nu} = \bar{F}_\nu,$$

получим путем деления обеих частей (5.48) на  $\sigma_\nu$ :

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{F}_\nu}{c} (2 + 3\tau). \quad (5.49)$$

Сопоставляя (5.46) и (5.49), получаем с точностью до величин второго порядка по отношению к  $\frac{n_2}{n_1}$ :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{\bar{F}_\nu}{c} (2 + 3\tau). \quad (5.50)$$

Подставляя (5.50) в (5.44) и учитывая, что, согласно (5.50) и (5.41), уравнение (5.42) дает в нашем приближении для границы хромосферы, т. е. для  $\tau = 0$ :

$$\frac{h\nu B_{1 \rightarrow 2}}{c^2 m g} H_\nu \left( 1 - 2 \frac{g_1 + g_2}{g_1} \frac{\bar{F}_\nu}{c} \right) = 1, \quad (5.51)$$

получим

$$\frac{dp}{dz} = -\rho \tau \frac{3h\nu H_\nu \bar{F}_\nu (g_1 + g_2) B_{1 \rightarrow 2}}{g_1 m c^3}. \quad (5.52)$$

Мы видим, что градиент давления целиком определяется малым множителем порядка  $\frac{n_2}{n_1}$ , что весьма важно для теории

Милла. Принимая во внимание, что коэффициент поглощения на единицу объема определяется формулой

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu B_{1 \rightarrow 2}}{c\Delta\nu} \left( n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right), \quad (5.53)$$

мы можем переписать (5.52) в том же приближении в виде:

$$\frac{1}{\tau} \frac{dp}{dz} = 3 \frac{g_1 + g_2}{g_1} \frac{H_\nu \bar{F}_\nu \Delta\nu}{c^2},$$

откуда путем интегрирования находим:

$$p = \frac{3}{2} \frac{g_1 + g_2}{g_1} \frac{H_\nu \bar{F}_\nu \Delta\nu}{c^2} \tau^2, \quad (5.54)$$

ибо при  $\tau = 0$  имеем  $p = 0$ .

Для давления мы можем еще написать

$$p = (n_1 + n_2) kT.$$

Поэтому, пренебрегая первой степенью отношения  $\frac{n_2}{n_1}$  по сравнению с нулевой, можем принять:

$$n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 = \frac{p}{kT} = \frac{3}{2} \frac{g_1 + g_2}{g_1} \frac{H_\nu \bar{F}_\nu}{c^2 kT} \tau^2.$$

Следовательно, согласно (5.53):

$$d\tau = -\alpha_\nu dz = -\frac{3}{2} \frac{g_1 + g_2}{g_1} \frac{h\nu B_{1 \rightarrow 2} H_\nu \bar{F}_\nu}{c^3 kT} \tau^2 dz,$$

и в силу изотермичности хромосферы, произведя интегрирование, мы получим:

$$\tau = \frac{2c^3 kT}{3h\nu B_{1 \rightarrow 2}} \frac{g_1}{g_1 + g_2} \frac{1}{H_\nu \bar{F}_\nu (z + z_0)}, \quad (5.55)$$

где  $z_0$  — постоянная интегрирования.

Для давления из (5.54) и (5.55) получаем следующую зависимость от высоты:

$$p = \frac{2}{3} \frac{\Delta\nu g_1}{(g_1 + g_2) H_\nu \bar{F}_\nu} \left( \frac{kTc^2}{h\nu B_{1 \rightarrow 2} (z + z_0)} \right)^2. \quad (5.56)$$

Используя уравнение (5.51), переписанное в приближенном виде

$$\frac{h\nu B_{1 \rightarrow 2}}{mgc^2} H_\nu = 1,$$

который вытекает из малости  $\frac{\bar{F}_v}{c}$  по сравнению с единицей (порядка  $\frac{n_2}{n_1}$ ), находим:

$$\rho = \frac{16}{3} \frac{\pi h \nu^3 g_1}{(g_1 + g_2) c^3} \left[ \frac{kT}{mg(z + z_0)} \right]^2. \quad (5.57)$$

Постоянная  $z_0$  есть высота хромосферы, какая у нее была бы, если бы ее плотность повсюду равнялась плотности на уровне  $z = z_0$  (основание хромосферы) при данной полной массе.

Распределение давления по формуле (5.57) плохо согласуется с выведенным из современных наблюдений законом (5.37). Однако, в этом нет большого затруднения, ибо теоретический закон падения более медленный, чем наблюдаемый, и дело может быть исправлено допущением, что левая часть (5.51) не точно равна единице, а чуть меньше единицы, т. е. что на границе хромосферы световое давление не полностью компенсирует притяжение, а почти полностью. Поэтому трудно проверить основную идею теории Милна путем сравнения наблюдаемого и теоретического закона распределения плотностей.

Против теории Милна может быть выдвинут ряд серьезных возражений чисто теоретического характера:

1. Она обладает тем недостатком, что объясняет лишь кальциевую хромосферу. Между тем можно утверждать, что кальций, несмотря на выдающуюся яркость своих линий, не является преобладающим элементом в солнечной хромосфере. Несомненно, что водород находится в ней в значительно большем количестве, но благодаря тому, что потенциал возбуждения бальмеровских линий сравнительно велик, водородная эмиссия слабее кальциевой. Между тем, влиянием селективного светового давления на водород можно совершенно пренебречь, и поэтому аномальное распределение плотностей водорода в хромосфере остается необъяснимым. Но, конечно, это возражение указывает лишь на искусственность теории Милна и не касается ее существа.

2. Мы пользовались предположением о постоянстве потока излучения в линии. Для нас в данном случае играют роль именно центральные частоты (внутри доплеровской ширины), наиболее интенсивно поглощаемые. Это постоянство потока следует из теории монохроматического лучевого равновесия. Однако из предыдущей главы известно, что как раз монохроматическое лучевое равновесие оказывается не в состоянии объяснить остаточные интенсивности в центре линий. Приходится прибегать к допущению побочных механизмов, приводящих к этим остаточным интенсивностям; например, приходится вводить флуоресценцию. Но каков бы ни был этот дополнительный механизм, теория рассеяния ясно показывает, что при наличии его поток излучения в центральных частотах уже не будет постоянным, а будет быстро стремиться к нулю по мере увеличения оптической глубины  $\tau$ . Но тогда роль светового давления должна быстро падать с глубиной. И теория даст весьма невысокую хромосферу.

3. В теории Милна вся игра ведется на величине  $\frac{n_2}{n_1}$ , и градиент давления оказывается пропорциональным, в конечном счете, этой величине. Точнее говоря, в теории Милна неполная компенсация тяготения световым давлением в нижних слоях хромосферы получается вследствие относительного увеличения числа возбужденных атомов, которые благодаря эйнштейновскому отрицательному поглощению испытывают световое давление, направленное внутрь. Между тем те же возбужденные атомы испытывают и „положительное“ поглощение, переходя в более высокие состояния, причем вероятность этих процессов отнюдь не меньше, чем вероятность процессов отрицательного поглощения. Их отбрасывание при учете последних является, конечно, теоретическим ляпсусом.

4. В верхних слоях хромосферы значительный процент кальциевых атомов должен быть вторично ионизован. Быть может, даже такие атомы составляют большинство. Они не испытывают светового давления и, следовательно, уменьшают среднее световое давление, приходящееся на один атом. Этого также не учитывает изложенная теория.

Эти соображения заставляют в настоящее время считать теорию Милна несостоятельной и искать какой-то другой путь объяснения аномального распределения плотностей в хромосфере.

**7. Гипотеза о турбулентном движении в хромосфере.** Некоторые авторы высказали предположение, что в хромосфере имеет место беспорядочное движение масс газов—некоторого рода турбулентное движение. Если предположить, что средняя кинетическая энергия этого турбулентного движения велика по сравнению со средней кинетической энергией теплового движения, то можно надеяться объяснить большую высоту хромосферы, потому что в этом случае в барометрической формуле вместо температуры нужно подставить среднюю энергию турбулентного движения на один атом, умноженную на фактор  $\frac{2}{3}$ .

Это объяснение кажется искусственным. Однако, наблюдения, правда скудные, указывают на то, что, судя по расширению спектральных линий, средние скорости оказываются порядка 15—20 км/сек. Мельников в Пулковке установил по ширине линии гелия  $D_3$  среднюю скорость порядка 19 км/сек. Так как сильное самообращение в линиях гелия мало вероятно (мало число поглощающих атомов), то трудно видеть причину расширения в самообращении в области крыльев, тем более что ширина линии  $D_3$  не меняется с высотой в хромосфере.

Причина таких движений в хромосфере весьма загадочна. Однако в этой связи необходимо обратить внимание на один весьма важный факт, вытекающий из наблюдений. Наблюдатели отмечали, что при наилучших условиях наблюдений хромосфера имеет волокнистую структуру и представляется в виде горячей гравы. Луч зрения, проходящий через нижние слои хромосферы,

пересекает очень большое число волокон. Поэтому здесь хромосфера кажется непрерывной. В верхних же слоях отдельные волокна уже выделяются, ибо здесь на единицу площади проектируется меньшее число волокон.

Эта точка зрения о волокнистой структуре хромосферы подтверждается и спектрогелиографическими наблюдениями. Например, в линии  $H_\alpha$  мы видим поверхность Солнца покрытой сетью темных флокуллов-гранул. Это — следствие поглощения света в отдельных волокнах. Продолжительность жизни каждого отдельного волокна — порядка всего нескольких минут. Можно считать каждое волокно маленьким протуберанцем, хотя силы, образующие протуберанцы и волокна, вряд ли тождественны между собой. Быть может, они родственны друг другу по своей природе.

Поскольку волокна появляются и исчезают, мы можем сказать, что солнечная хромосфера с этой точки зрения не представляет собой статического образования, а имеет динамическую природу. Причина выбрасывания волокон, так же как причина образования протуберанцев, нам сейчас совершенно неясна. Возможно, что волокнистая структура хромосферы имеет какую-нибудь связь с гранулярной структурой солнечной фотосферы.

Чандрасекар пытался видоизменить теорию селективного светового давления Милна допущением, что поток энергии в рассматриваемой линии меняется на поверхности Солнца и поэтому меняется световое давление при переходе от одной точки до другой. Но никаких физических результатов из его чисто математической работы пока не получено.

Резюмируя изложенное, надо сказать, что мы еще не имеем удовлетворительной теории хромосферы. Возможно, что она будет построена в результате дальнейшего уточнения наблюдательных данных.

**8. Аномальное возбуждение в хромосфере.** В § 2 было уже указано на наличие в спектре хромосферы весьма ярких линий нейтрального гелия и даже слабой линии ионизованного гелия. Каким способом возбуждаются атомы, дающие эти линии? Дело в том, что если излучение Солнца по своему спектральному составу совпадает с излучением абсолютно-черного тела при температуре в  $6000^\circ$ , то далекое ультрафиолетовое излучение, возбуждающее атомы гелия (а тем более ионизованного гелия), не будет достаточным для возбуждения такого количества атомов, чтобы дать линии наблюдаемой интенсивности. При этом здесь имеет место расхождение в десятки миллионов раз (а в случае ионизованного гелия — в тысячи миллиардов раз). Сама собой напрашивается мысль, что кривая энергии в солнечном спектре сильно отклоняется в далекой ультрафиолетовой части от спектральной кривой энергии абсолютно-черного тела при  $6000^\circ$ , т. е. что в далекой ультрафиолетовой части спектра имеется избыток по сравнению с формулой Планка.

Надо указать на одно серьезное препятствие для такой гипотезы. Согласно наблюдениям Минаэрта и Паннекука во время

полного солнечного затмения 29 июля 1927 г. <sup>1)</sup>), функция  $I(h)$ , а тем более  $i(h)$ , не является для линии гелия  $\lambda 4471 \text{ \AA}$  монотонно убывающей функцией от  $h$ . По их наблюдениям,  $I(h)$ , начиная от основания хромосферы, сперва возрастает с высотой, а потом убывает, достигая на определенной высоте некоторого максимума. Согласно наблюдениям Мельникова в Пулкове, произведенным вне солнечного затмения, то же самое справедливо для линии  $D_3$ , которая достигает максимума на высоте около 1000 км. Правда, результаты Менцела и Силлие, приведенные в таблице 9, не согласуются с этими наблюдениями, но получаемое у них монотонное убывание  $I(h)$  с высотой происходит в случае линий гелия особенно медленно.

Если допустить, что источником возбуждения гелиевых линий является ультрафиолетовое излучение фотосферы, то, само собой разумеется, это излучение не может быть интенсивнее в верхних слоях хромосферы, чем в нижних. Поэтому наличие на некоторой высоте максимума интенсивности линий гелия указывает на существование максимума плотности атомов гелия в хромосфере, что представляется почти абсурдным. Даже если не принимать во внимание результаты Паннекука и Минаэрта, а также Мельникова, и исходить из результатов Менцела и Силлие, то и тогда придется из гипотезы ультрафиолетового излучения сделать вывод, что плотность гелия убывает в хромосфере медленнее, чем плотность всякого другого газа (в том числе кальция), что представляется маловероятным.

Можно доказать далее, что если бы причиной аномального возбуждения гелия в хромосфере служило ультрафиолетовое излучение большой интенсивности, идущее из фотосферы, то в спектре диска Солнца мы должны были бы наблюдать довольно интенсивные линии ортогелия (системе триплетов гелия). В самом деле, рассмотрим, как могут возбуждаться линии ортогелия. Непосредственные переходы из основного состояния в состояние ортогелия запрещены, как интеркомбинационные. Следовательно, атом гелия, для того чтобы перейти из нормального состояния в одно из ортосостояний, должен сперва быть ионизован и лишь потом в результате рекомбинации с каким-нибудь электроном перейти в ортосостояние. Обратное, атом гелия, находящийся в одном из ортосостояний, может перейти в основное состояние только через ионизацию и последующую рекомбинацию. Благодаря тому, что вероятность ионизации атома ортогелия мала по сравнению с вероятностью возбуждения его, нетрудно видеть, что относительное распределение этих атомов по различным состояниям ортогелия будет подчиняться довольно точно формуле Больцманна, ибо возбуждение этих атомов (из метастабильного состояния ортогелия  $2^3S$ ) производится солнечным излучением в частотах видимой и близкой ультрафиолетовой части солнечного спектра, где кривая энергии еще следует закону Планка. Но наблюдения показывают, что линия  $D_3$  в

<sup>1)</sup> Verhandelingen d. K. Akad. Wet. Amsterdam, 13 (1928).

спектре хромосферы не слабее линии  $H_\gamma$ . Отсюда следует, что число атомов в том состоянии, из которого излучается  $D_3$ , того же порядка, что и число атомов водорода в том состоянии, из которого излучается  $H_\gamma$ . Вследствие того, что как для ортогелия, так и для возбужденных состояний водорода применима формула Больцманна, то отсюда следует, что и в нижних состояниях, соответствующих этим линиям, числа атомов на единицу объема должны быть одного порядка. Но если бы гипотеза ультрафиолетового избытка была верна, то такое приблизительное равенство между числами атомов, поглощающих  $D_3$  и  $H_\gamma$ , было бы справедливо не только для хромосферы, но и для обрабатываемого слоя. Следовательно, в спектре Солнца мы должны были бы иметь линию поглощения  $D_3$ , во всяком случае не менее интенсивную, чем  $H_\gamma$ . Между тем известно, что линия  $D_3$ , как правило, совсем не наблюдается в спектре поглощения Солнца. Противоречия можно было бы избежать лишь весьма искусственным допущением о том, что в обрабатываемом слое отношение концентраций гелия и водорода во много раз меньше, чем в хромосфере. Но это значило бы заменить одну трудность другой. Не отвергая окончательно гипотезы об ультрафиолетовом избытке, мы должны все же заключить, что она наталкивается на серьезные трудности.

Другая гипотеза, пытающаяся объяснить аномальное возбуждение гелия в хромосфере Солнца, была предложена Гернеем. То обстоятельство, что, согласно ряду наблюдателей, свечение, а следовательно и возбуждение гелия, происходит главным образом в верхних слоях хромосферы, наводит на мысль, что это аномальное возбуждение каким-то образом связано с малой плотностью этих верхних слоев. Несомненно, что некоторые силы (например, сила тяжести), действуя на частицы, находящиеся в хромосфере, могут разгонять эти частицы и придавать им очень большую кинетическую энергию, если только длина свободного пробега частицы достаточно велика. Но она как раз велика во внешних, менее плотных слоях. Сталкиваясь с атомами гелия, эти частицы могут производить возбуждения и ионизацию атомов гелия в верхних слоях.

Герней считал, что световое давление может поднять ионы  $\text{Ca}^+$  на очень большую высоту в хромосфере. Но через некоторое время действие светового давления должно прекратиться, ибо ион  $\text{Ca}^+$  когда-нибудь будет вторично ионизован, а, как известно, ионы  $\text{Ca}^{++}$  на Солнце не испытывают существенного селективного светового давления. Тогда ион  $\text{Ca}^{++}$  под влиянием силы притяжения к Солнцу начинает падать. Если длина свободного пробега будет порядка 1000 км, то энергия, полученная ионом, будет порядка 100 В. Этого достаточно не только для ионизации гелия, но и для возбуждения иона гелия, и таким образом можно объяснить появление в спектре хромосферы линии  $\lambda$  4686.



Против гипотезы Гернея можно возразить, что она предполагает слишком большую длину свободного пробега. Однако согласно тому взгляду на динамическую структуру хромосферы, который был развит в предыдущем параграфе, мы все равно должны иметь частицы с большими скоростями, в том числе и тяжелые, с большой кинетической энергией, что в результате столкновений и должно приводить к аномальному возбуждению.

Что касается до гипотезы, видящей причину возбуждения гелия в быстрых корпускулах, испускаемых фотосферой, то против нее могут быть выдвинуты те же возражения, что и против гипотезы ультрафиолетового избытка.

**9. Запрещенные линии в хромосфере.** Еще во время затмения 1928 г. были открыты в спектре вспышки запрещенные линии ионизованного железа. В 1934 г., на Моунт-Вилсоновской обсерватории была обнаружена в спектре хромосферы линия полярных сияний  $\gamma$  5577, принадлежащая нейтральному кислороду и связанная с запрещенным переходом из метастабильного состояния. Наличие этой запрещенной линии в спектре хромосферы никакой особой „проблемы“ не представляет. Правда, известно, что для появления запрещенной эмиссионной линии, связанной с метастабильными состояниями, требуется выполнение двух условий: малая плотность материи и малая плотность излучения. Первое из этих условий в хромосфере частично осуществляется. Промежуток времени между двумя последовательными столкновениями одной частицы с другими будет порядка  $0,01$  сек. Хотя он и меньше продолжительности жизни соответствующего метастабильного состояния кислорода, тем не менее запрещенная линия кислорода будет только ослаблена в сотни раз по сравнению с яркими незапрещенными линиями других атомов, но не исчезнет совсем. Что касается до плотности излучения, то казалось бы, что большая плотность излучения в солнечной атмосфере должна вовсе помешать появлению запрещенной линии. Но в теории, рассматривающей появление запрещенных линий в туманностях, доказывается, что появлению их мешает только излучение тех частот, которые могут быть поглощены атомом, находящимся в метастабильном состоянии. В данном случае все частоты, которые могут быть поглощены метастабильным атомом, велики и лежат в Лаймановской области спектра. В этих частотах плотность солнечного излучения даже в атмосфере Солнца ничтожна. Поэтому и излучение Солнца не может привести к полному погашению наблюдаемой запрещенной линии.

**10. Протяженные хромосферы.** а) *Звезды с яркими линиями.* Когда мы имеем дело со звездами, в спектрах которых наблюдаются яркие линии, то в большинстве случаев происхождение этих ярких линий связываем с газовой оболочкой, окружающей звезду. В случае Новых звезд это предположение делается достоверным вследствие того, что эта газовая оболочка, расширяясь через некоторое время, становится непосредственно наблюдаемой. Но и в случае звезд Вольфа-Райе и звезд типа *Be*

вряд ли возможны сомнения в таком объяснении эмиссионных линий, ибо целый ряд обстоятельств указывает на то, что во всех этих случаях механизм образования линий поглощения по существу тот же, что и в туманностях, т. е. сводится к избирательному рассеянию света звезды, осложненному всякого рода циклическими переходами атомов. Мы не говорим здесь о звездах поздних типов с эмиссионными линиями (долгопериодические переменные), где мы еще далеки от правильного понимания явления.

Очевидно, что оболочка типа солнечной хромосферы не может дать ярких линий, которые будут заметны в интегральном спектре звезды в силу того, что, как легко видеть из термодинамических соображений, интенсивность света, выходящего из хромосферы, может быть только слабее интенсивности света, входящего из фотосферы в хромосферу в той же частоте. Так как поверхность солнечной хромосферы почти равна поверхности Солнца, то мы будем видеть в интегральном спектре звезды, в рассматриваемой линии, интенсивность меньшую, чем для непрерывного спектра рядом с этой линией. Мы будем иметь только линии поглощения. Другое дело, если поверхность хромосферы превосходит существенно (может быть, во много раз) поверхность звезды<sup>1)</sup>. Тогда поверхностная яркость в каждой линии у хромосферы может быть попрежнему меньше, чем поверхностная яркость неослабленной фотосферы в этой частоте, но благодаря большой площади поверхности мы будем иметь излучение более интенсивное, чем в соседних участках непрерывного спектра, т. е. линию излучения. Такая оболочка и называется протяженной хромосферой.

В изложенном смысле и планетарные туманности являются протяженными хромосферами. Однако теорию планетарных туманностей, которая благодаря особой простоте явлений, совершающихся в туманностях, достигла очень серьезных результатов по сравнению с другими отделами теоретической астрофизики, мы изложим в следующей главе. В отличие от планетарных туманностей, те газовые оболочки значительно меньших диаметров, которые окружают звезды ранних типов с эмиссионными линиями, мы будем называть протяженными хромосферами в узком смысле слова или просто протяженными хромосферами. Спрашивается, существует ли разница между процессами возбуждения в протяженных хромосферах и в планетарных туманностях и чем она обусловлена?

**11. Зависимость характера преобладающих атомных процессов от коэффициента диллюции.** Рассмотрим некоторую точку  $M$  в оболочке, окружающей звезду. Пусть  $\omega$  будет телесный угол, под которым видна звезда из точки  $M$ . Тогда отношение

$$W = \frac{\omega}{4\pi},$$

<sup>1)</sup> О спектральной классификации звезд см. статью Г. А. Шайна в Курсе астрофизики и звездной астрономии Пулковской обсерватории, т. I, ГТТИ, 1934, стр. 172—179.

вызываемое коэффициентом диллюции излучения в точке  $M$ , и показывает, во сколько раз излучение звезды в рассматриваемой точке менее плотно, чем излучение абсолютно-черного тела, обладающего температурой, равной эффективной температуре звезды.

Если  $r_*$  — радиус звезды и  $r$  — расстояние от точки  $M$  до центра звезды, то, как легко показать:

$$W = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{r_*}{r} \right)^2} \right). \quad (5.58)$$

При малости  $\frac{r_*}{r}$  мы будем иметь с большой степенью приближения

$$W = \frac{1}{4} \left( \frac{r_*}{r} \right)^2. \quad (5.59)$$

В планетарных туманностях  $W$  порядка  $10^{-13}$ , но в оболочках, окружающих некоторые горячие звезды, может быть гораздо больше (вплоть до  $10^{-1}$ ).

Если мы рассмотрим небольшую массу газа, сосредоточенную в точке  $M$ , настолько малую, что самоосвещением ее можно пренебречь, то благодаря тому, что плотность излучения меньше, чем плотность излучения на поверхности звезды, а спектральный состав его тот же самый, будет иметь место, как показано в седьмой главе, теорема Росселанда. Суть этой теоремы заключается в следующем:

Обозначим через 1, 2 и 3 три самых низших уровня энергии атома, причем  $\varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1$ , где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  суть энергии соответствующих состояний. Тогда при описанных выше условиях число циклических переходов  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  будет меньше числа циклических переходов типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ , если только  $W < 1$ . Когда  $W$  во много раз меньше единицы, число переходов типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  тоже во много раз меньше числа циклических переходов типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Поскольку в планетарных туманностях  $W$  порядка  $10^{-13}$ , в них можно совершенно пренебречь переходами типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  по сравнению с переходами типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ .

Сказанное может быть распространено и на другие пары взаимно-противоположных циклических переходов. Например, атомы водорода, находящиеся на некотором расстоянии от звезды, могут быть ионизованы излучением звезды за единицу времени с определенной вероятностью. После ионизации происходит рекомбинация, и электрон обладает некоторой конечной вероятностью попасть при этом на один из возбужденных уровней и потом лишь путем каскадных переходов спуститься в основное состояние. Мыслимы и обратные процессы, когда электрон по каскадам поднимается в результате поглощения ряда квантов в одно из высоких возбужденных состояний, потом отрывается от атома и, наконец, рекомбинируясь, переходит прямо на основной уровень.

Теорема Росселанда утверждает, что число этих обратных процессов в туманностях ничтожно мало по сравнению с числом прямых процессов.

Когда мы рассматриваем туманность, а не небольшую „пробную“ массу газа, то надо учитывать не только излучение центральной звезды, но и излучение самой туманности. Это самосовершенствование туманности рассматривается в теории лучевого равновесия планетарных туманностей.

Анализ лучевого равновесия водородных планетарных туманностей, как мы увидим, показывает, что в них образуется, в результате переработки излучения звезды, весьма интенсивное поле излучения в частоте  $L_a$ . Большая плотность излучения в линии  $L_a$  приводит к увеличению числа переходов типа  $1 \rightarrow 2$ , а следовательно и циклических переходов типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ , если подразумевать под третьим состоянием — ионизованное состояние, а под вторым — состояние  $2P$ .

Чем больше коэффициент дилуции  $W$ , тем больше плотность излучения в линии  $L_a$  и тем больше отношение числа „обратных“ переходов типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  к числу прямых переходов типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Можно показать, что пока  $W < 10^{-10}$ , обратными переходами все же всегда можно пренебречь по сравнению с прямыми. Планетарные туманности удовлетворяют этому неравенству, и поэтому в теории планетарных туманностей нет надобности рассматривать обратные переходы.

При больших значениях  $W$ , например при  $W \gg 10^{-8}$ , число обратных переходов должно быть того же порядка, что и число прямых переходов. Ими пренебречь невозможно, и теория значительно усложняется.

В случае звезд Вольфа-Райе и звезд типа  $Ve$  мы имеем как раз такой большой коэффициент дилуции. Поэтому атомные процессы в них будут в указанном смысле отличаться от атомных процессов, происходящих в планетарных и других газовых туманностях, гораздо большей сложностью<sup>1)</sup>. К вопросу о природе звезд Вольфа-Райе мы вернемся в одной из следующих глав, а пока остановимся подробнее на более простых процессах, совершающихся в газовых туманностях.

## VI. СОЛНЕЧНАЯ КОРОНА

**1. Хромосфера и корона. Природа коронального свечения.** В предыдущей главе мы определили основание хромосферы как уровень, соответствующий краю солнечного диска, т. е. такой уровень, выше которого лежат слои, дающие даже на краю диска излучение в непрерывном спектре, малое по сравнению с центральными областями диска. Однако, это не означает, что хро-

<sup>1)</sup> Теория лучевого равновесия в протяженных фотосферах при учете как прямых, так и обратных циклических переходов рассмотрена в статье: V. Ambartsumian, The Ionisation in the Nebular Envelope Surrounding a Star. Monthly Notices, 95, 469, 1935.

атмосфера не имеет непрерывного спектра. Он только слаб по сравнению с ее яркими эмиссионными линиями. По мере удаления от центра диска это непрерывное излучение все более слабеет.

Рассмотрим количество энергии, излучаемой единицей объема в единицу времени в частотах непрерывного спектра в хромосфере. Это количество должно быть равно полному количеству поглощаемой энергии, т. е.  $\alpha \int I d\omega$ , где по-прежнему  $\alpha$  — объемный коэффициент поглощения и  $I$  — интенсивность излучения (в данном случае играет роль излучение, выходящее из фотосферы). Как указывалось в главе I, коэффициент поглощения  $\alpha$  обусловлен переходами электронов из связанных состояний в свободные в результате поглощения световых квантов. Согласно теории коэффициента поглощения при таких процессах

$$\alpha = \kappa \rho = \frac{\alpha x \rho p_e}{T^{1/2}},$$

где  $\kappa$  — коэффициент поглощения на единицу массы,  $x$  — степень ионизации поглощающих данную частоту атомов, а  $p_e$  — электронное давление.

Надо отметить, что кроме такого поглощения света связанными электронами будет происходить также рассеяние света свободными электронами, т. е. поглощение с последующим излучением без изменения частоты. В предыдущих главах мы также рассматривали явления, связанные как с истинным поглощением, так и с чистым рассеянием. Однако, когда мы говорили о рассеянии света, то речь шла о резонансном рассеянии связанными электронами — рассеянии, происходящем в отдельных спектральных линиях. Между тем свободные электроны рассеивают кванты любых частот, т. е. производят рассеяние непрерывного спектра. Согласно классической формуле Томсона (J. J. Thomson), которая получается также из квантовых соображений, рассеивающая способность одного электрона, т. е. отношение объемного коэффициента  $\sigma$  рассеяния к концентрации свободных электронов  $n_e$ , определяется формулой

$$s_0 = \frac{\sigma}{n_e} = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2,$$

где  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона, а  $c$  — скорость света. Эта формула справедлива для всех длин волн, превосходящих комптоновскую длину волн  $\frac{h}{mc}$ , т. е. фактически для всего излучения во внешних слоях звезд. Таким образом

$$\sigma = n_e s_0$$

не зависит от длины волны кванта, и поэтому томсоновское рассеяние является не селективным, а совершенно нейтральным.

Полное количество энергии, рассеиваемой единицей объема, будет равно

$$\sigma \int I d\omega.$$

Обозначим через  $q$  отношение количества энергии, подверженной в единице объема истинному поглощению, т. е. ушедшей на ионизацию свободных электронов и, следовательно, излучаемой при рекомбинациях, к количеству энергии, рассеиваемой свободными электронами:

$$q = \frac{\alpha \int I d\omega}{\sigma \int I d\omega} = \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\alpha x_0}{s_0 T^{11/2}} \frac{p_e}{n_e} = \frac{akx_0}{s_0 T^{9/2}},$$

так как  $p_e = n_e kT$ . В хромосфере степень ионизации поглощающих видимые частоты атомов близка к единице. Поэтому

$$q = \frac{akx_0}{s_0 T^{9/2}}. \quad (6.1)$$

Мы видим, что при увеличении высоты слоя, когда  $\rho$  убывает ( $T$  приблизительно постоянно), отношение  $q$  также убывает. Та плотность, при которой  $q=1$ , т. е. поглощение в непрерывном спектре равно рассеянию, определяется формулой

$$\rho = \frac{s_0 T^{9/2}}{ak}. \quad (6.2)$$

Постоянная  $a$ , входящая в эту формулу, согласно теории коэффициента поглощения Чандрасекара, равна

$$a = 5,62 \cdot 10^{19} \cdot \frac{\chi^2}{b},$$

где  $\chi$  — потенциал ионизации в вольтах, а  $b$  — атомный вес поглощающего атома. Приняв для хромосферы  $\chi=10$ ;  $b=2$ , мы получим приближенно:  $a=3 \cdot 10^{21}$  CGS град. Тогда, при  $T=6000^\circ$ , условие (6.2) дает

$$\rho = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ г/см}^3.$$

При принятом выше атомном весе это дает  $5 \cdot 10^{10}$  атомов на  $1 \text{ см}^3$  и если считать, что материя вся однажды ионизована, то  $n_e = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ . На стр. 105 указывалось, что концентрация свободных электронов у основания хромосферы порядка  $4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ . Мы заключаем отсюда, что  $q=1$  в слое, в котором плотность около десяти раз меньше, чем у основания хромосферы<sup>1)</sup>. Так как несомненно, что плотность в верхних слоях хромосферы по крайней мере в несколько десятков раз меньше, чем у осно-

<sup>1)</sup> Именно поэтому мы не принимали во внимание томсоновское рассеяние в теории фотосферы и обращаемого слоя.

вания, то где-то в верхних слоях хромосферы  $n_e = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , и, следовательно,  $q$  становится меньше единицы.

Итак, в верхних слоях хромосферы рассеяние непрерывного спектра свободными электронами больше, чем поглощение, производимое атомами (т. е. находящимися в них связанными электронами).

Однако в частотах спектральных линий коэффициент рассеяния связанными электронами в этих слоях еще достаточно велик и превосходит коэффициент рассеяния непрерывного спектра свободными электронами. Поэтому спектр внешних слоев хромосферы должен состоять из непрерывного спектра, рассеянного свободными электронами, и ярких спектральных линий, рассеиваемых атомами.

Легко видеть, что интенсивность ярких линий хромосферы по отношению к непрерывному спектру должна убывать при удалении от основания хромосферы, пока эти линии не исчезнут на фоне непрерывного спектра.

В самом деле, количество энергии, рассеиваемой свободными электронами в непрерывном спектре на единичном интервале частот, равно  $\sigma \int I_\nu d\omega = \sigma c \rho_\nu$ , где  $\rho_\nu$  — плотность излучения, заключенного в единичном интервале частот. Количество же энергии, рассеиваемой в какой-либо спектральной линии единицей объема связанными электронами, будет:

$$B_{1 \rightarrow 2} \rho_\nu n \nu,$$

где  $n$  — число поглощающих данную линию атомов. Поэтому отношение энергии, излучаемой в линии, к энергии единичного интервала частот непрерывного спектра около линии равно

$$\frac{B_{1 \rightarrow 2} h \nu}{s_0 c} \frac{n}{n_e},$$

т. е. пропорционально  $\frac{n}{n_e}$ .

С другой стороны, по формуле ионизации мы имеем:

$$\frac{n^+ n_e}{n} = f(T),$$

где  $n^+$  — концентрация атомов, находящихся в следующей по сравнению с поглощающими атомами стадии ионизации. Отсюда видно, что  $\frac{n}{n_e}$  пропорционально  $n^+$ . Поэтому и искомое отношение интенсивности в линии и в непрерывном спектре будет пропорционально  $n^+$ . При ничтожных плотностях во внешних слоях хромосферы большинство атомов, имеющих интенсивные

линии в видимых частотах, будет ионизовано, вследствие чего плотность вещества будет пропорциональна  $n^+$ . Поэтому иско-мое отношение оказывается пропорциональным плотности. Между тем плотность быстро убывает с увеличением высоты в хромо-сфере. Следовательно, и отношение интенсивности эмиссионных линий к интенсивности непрерывного спектра будет убывать до тех пор, пока линии станут совершенно незаметными на фоне непрерывного спектра. В этом месте уже кончается хромосфера, так как под хромосферой наблюдатели понимают слой, дающий эмиссионный спектр. Более высокие слои, рассеивающие только непрерывный спектр Солнца, называются солнечной ко-роной.

Таким образом существование внешних „корональных“ слоев солнечной атмосферы, простирающихся над хромосферой и рас-сеивающих непрерывный спектр Солнца, вполне естественно с теоретической точки зрения. Однако наблюдаемая солнечная корона имеет две особенности, которые пока не нашли доста-точно веского теоретического объяснения: 1) плотность в ко-роне убывает настолько медленно, что ее слабые внешние части простираются на несколько солнечных радиусов от поверхно-сти; 2) на фоне непрерывного спектра короны, представляю-щего рассеянный спектр Солнца, мы наблюдаем некоторое, правда небольшое, число ярких линий неизвестного происхож-дения. Эти „корональные линии“ до сих пор не отождест-влены со спектральными линиями какого-либо из земных источ-ников.

Ниже мы остановимся подробнее на этих фактах. Теперь же укажем на два следствия из развитого выше представления о свечении короны. Если свечение короны представляет собою свет Солнца, рассеянный свободными электронами, то, вслед-ствие полной нейтральности этого рассеяния, распределение энергии в непрерывном спектре короны не должно отличаться от относительного распределения энергии по интегральному спектру солнечной фотосферы. Целый ряд наблюдателей (Шварцшильд, Людендорф, Гротриан) пришел к выводу, что, действительно, цветовая температура солнечной короны такова же, как цветовая температура фотосферы. Другие наблюдатели солнечных затмений получали цветовую температуру короны более низкую или более высокую, чем у Солнца, но нам ка-жется, что само это противоречие указывает на то, что в пер-вом приближении распределение энергии в спектре короны со-падает с таковым у Солнца. Таким образом с этой стороны теория подтверждается наблюдениями.

С другой стороны, при температурах, близких к поверхно-стной температуре Солнца, свободные электроны должны иметь очень большие скорости (порядка 500 км/сек). Поэтому, рас-сеивая световые кванты, исходящие от Солнца, электроны бу-дут вызывать доплеровское смещение частоты этих квантов. Поскольку электроны движутся с такими скоростями по всем направлениям, то рассеянная энергия каждого бесконечно уз-



кого участка солнечного спектра будет перераспределена по некоторому прилегающему с обеих сторон к рассматриваемому участку интервалу спектра. Следовательно спектр короны не в точности должен воспроизводить распределение энергии в спектре фотосферы, и различие будет заключаться в том, что линии поглощения, имеющиеся в спектре фотосферы, будут сильно размыты. В результате такого размывания (на ширину порядка  $20 \text{ \AA}$ ) все линии поглощения, за исключением таких интенсивных, как  $H$  и  $K$ , будут столь неглубоки, что не будут наблюдаться вовсе.

В полном согласии с изложенными наблюдениями установлено, что во внутренней короне (до  $5'$  от края диска) линии поглощения крайне размыты. Однако, согласно Гротриану, во внешней короне ширина фраунгоферовых линий такая же, как в спектре Солнца, но центральная интенсивность значительно больше. Это может быть связано с наличием во внешней короне какого-то второго рассеивающего фактора. Однако данные в этом направлении слишком скудны, чтобы пытаться их теоретически интерпретировать.

**2. Полная яркость короны.** Количество солнечного излучения, рассеиваемого единицей объема солнечной короны, равно:

$$\sigma \int I d\omega = n_e s_0 \bar{I} \Omega,$$

где  $\Omega$  — полный телесный угол, под которым из данной точки короны видно все Солнце, а  $\bar{I}$  — средняя интенсивность выходящего наружу из Солнца излучения.

Так как сама корона рассеивает ничтожно малую долю солнечной энергии, то  $\bar{I}$  не меняется во всей короне.

Поэтому полное количество энергии, рассеиваемое всей короной, будет:

$$s_0 \bar{I} \int n_e \Omega dV = s_0 \bar{I} N_e \bar{\Omega},$$

где интегрирование распространено на весь объем короны,  $N_e$  — полное число свободных электронов в короне, а  $\bar{\Omega}$  — средний телесный угол, под которым с данного электрона видно Солнце. Наблюдения показывают, что большая часть излучения короны приходится на внутреннюю корону. Следовательно, в ней сосредоточена большая часть корональной материи. Поэтому  $\bar{\Omega}$  очень близко к значению  $\Omega$  для поверхности Солнца, т. е.  $2\pi$ .

Итак, полное количество энергии, рассеиваемой короной, равно приблизительно  $L_h = 2\pi s_0 N_e \bar{I}$ . С другой стороны, полное количество энергии, излучаемой Солнцем в единицу времени, равно

$$L_{\odot} = 4\pi R^2 H,$$

где  $H$  — поток с единицы поверхности, а  $R$  — радиус Солнца.

Поэтому отношение яркости короны к яркости Солнца будет равно

$$\frac{L_h}{L_{\odot}} = \frac{2\pi s_0 N_e \bar{I}}{4\pi R^2 H}$$

Так как  $H = \pi \bar{I}$ , то

$$\frac{L_h}{L_{\odot}} = \frac{s_0 N_e}{2\pi R^2}$$

Наблюдения показывают, что  $\frac{L_h}{L_{\odot}} = 0,5 \cdot 10^{-6}$  (на самом деле наблюдаемое значение несколько меньше, но мы учитываем, что часть короны скрыта Солнцем, т. е. часть лучей, идущих к нам, падает из короны обратно в фотосферу). Подставляя это значение, мы имеем

$$N_e = 2,5 \cdot 10^{40}$$

Отсюда мы можем узнать полное число корональных свободных электронов, заключенных в конусе, вершина которого находится в центре Солнца и который вырезает на поверхности Солнца площадь в  $1 \text{ см}^2$ . Очевидно, что это число равно

$$\frac{N_e}{4\pi R^2} = 4 \cdot 10^{17}$$

Однако известно, что корона не обладает в точности сферической симметрией. Поэтому это число имеет значение лишь как среднее.

Для того же чтобы определить пространственную концентрацию свободных электронов, необходимо произвести анализ распределения яркости в ней.

**3. Распределение плотности в короне.** Рассмотрим теперь уравнение, связывающее распределение яркости в короне, с плотностью свободных электронов как функцией расстояния до центра Солнца. Здесь, так же как в хромосфере, мы наблюдаем распределение интенсивности в проекции на небесную сферу и надлежит определить распределение плотности. Пусть интенсивность короны в проекции на расстоянии  $h$  от края диска есть  $I(h)$ . Пусть, далее, количество энергии, рассеиваемое единицей объема короны в направлении наблюдателя, есть  $i$ . Тогда аналогично формуле (5.13) имеем:

$$I(h) = \int i ds. \quad (6.3)$$

Величина  $i$  зависит от концентрации рассеивающих электронов, от количества солнечного излучения, проходящего в единицу времени через рассматриваемую точку короны, и, наконец, от угла, образованного направлениями из рассматриваемой точки к центру Солнца и к наблюдателю. Зависимость от последней величины входит вследствие того, что коэффициент рассеяния зависит от угла рассеяния, т. е. от угла между падающим и рас-

сеянными лучами. Если обозначим этот угол через  $\theta$ , то коэффициент рассеяния на один электрон на единицу телесного угла около направления рассеяния определится формулой:

$$\sigma = \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} = c_1 (1 + \cos^2 \theta),$$

и только интеграл от этого коэффициента по всем направлениям рассеяния равен  $\frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2$ . В предыдущем параграфе играл роль только этот интеграл, но здесь уже нужно принять во внимание зависимость от угла рассеяния.

Точка  $M$  солнечной короны, рассеянное излучение которой доходит до наблюдателя, получает излучение от разных точек солнечной поверхности, и это осложняет дело. Рассмотрим сферический треугольник  $CDT$ , образованный направлениями из этой точки на наблюдателя  $T$ , центр Солнца  $C$  и некоторую точку солнечной поверхности  $D$ , из которой исходит излучение (рис. 10). Сторона  $DT$  равна углу рассеяния  $\theta$ . Согласно основной формуле сферической тригонометрии, имеем:

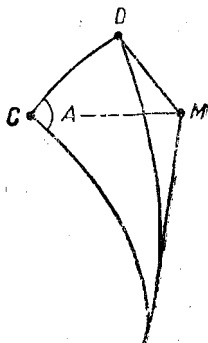


Рис. 10.

$$\cos \theta = \cos CD \cos CT + \sin CD \sin CT \cos A,$$

где  $A$  — угол между плоскостью, проходящей через направления из точки  $M$  к наблюдателю и центру Солнца, и плоскостью, проходящей через направление из точки  $M$  на центр Солнца и направление падающего луча.

Если пренебречь изменением яркости вдоль диска Солнца, то можно сказать, что количество энергии, рассеиваемое одним электроном в направлении наблюдателя, будет пропорционально

$$\int (1 + \cos^2 \theta) d\omega = \int [1 + (\cos CD \cos CT + \sin CD \sin CT \cos A)^2] \times \sin CD d(CD) dA,$$

где интегрирование по  $d\omega$  распространено на весь телесный угол, под которым из точки  $M$  виден диск Солнца, а в правой части вместо  $d\omega$  введено  $\sin CD d(CD) dA$ . Угол  $A$  изменяется от 0 до  $2\pi$ . Поэтому в написанном интеграле член с множителем  $\cos A$  дает сразу нуль, а множитель  $\cos^2 A$  в результате интегрирования приводит к множителю  $\pi$ . Поэтому написанный интеграл сводится к

$$2\pi \int \left[ 1 + \cos^2 CD \cos^2 CT + \frac{1}{2} \sin^2 CD \sin^2 CT \right] \sin CD d(CD).$$

Интегрировать надо в пределах от 0 до  $\varphi$ , где  $\varphi$  — угловой радиус Солнца из рассматриваемой точки короны. Мы получим:

$$\pi \left\{ \left( 1 + \frac{1}{2} \sin^2 CT \right) (1 - \cos \varphi) + \frac{1 - \cos^3 \varphi}{3} \left( \cos^2 CT - \frac{1}{2} \sin^2 CT \right) \right\}.$$

Рассмотрим плоскость  $MCT$  (рис. 11). Обозначим через  $f$  расстояние точки  $M$  до поверхности Солнца. Тогда из рисунка видно, что

$$\sin CT = \frac{h+R}{R+f}.$$

Далее из прямоугольного треугольника  $MNC$  имеем:

$$\sin \varphi = \frac{R}{R+f}.$$

Поэтому количество энергии, рассеиваемой одним электроном, будет пропорционально

$$\pi \left\{ \left[ 1 + \frac{(R+h)^2}{2(R+f)^2} \right] \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{(R+f)^2}} \right] + \frac{1}{3} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{R^2}{(R+f)^2} \right)^{3/2} \right] \right\} \times \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{(R+h)^2}{(R+f)^2} \right]. \quad (6.4)$$

Рассмотрим сперва только внутреннюю корону. В ней  $h \ll R$ . При интегрировании вдоль луча существенную роль играют те элементы пути луча, в которых и  $f \ll R$ , так как при больших  $f$  мало  $n_e$ .

Пренебрегая всеми степенями отношений  $\frac{h}{R}$  и  $\frac{f}{R}$  выше половинной, мы получаем, что выражение (6.4) пропорционально

$$1 - \frac{9}{8} \sqrt{\frac{f}{R}}.$$

Полное количество энергии, рассеиваемой электронами, находящимися в единице объема, в направлении наблюдателя, будет пропорционально

$$n_e(f) \left( 1 - \frac{9}{8} \sqrt{\frac{f}{R}} \right),$$

или, если измерять  $f$  в радиусах Солнца:

$$n_e(f) \left( 1 - \frac{9}{8} \sqrt{f} \right).$$

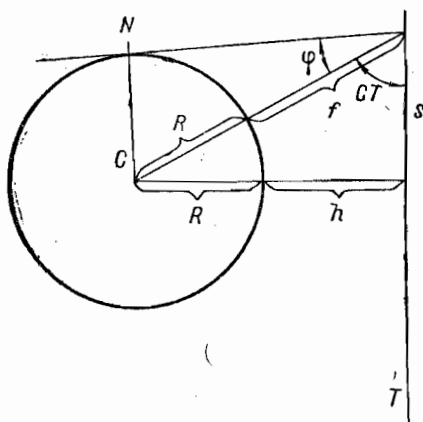


Рис. 11.

Поэтому аналогично тому, что у нас было в случае хромосферы, мы можем переписать (6.3) в виде:

$$I(h) = 2C_1 \int_h^{\infty} \frac{n_e(f) \left( 1 - \frac{9}{8} \sqrt{f} \right) (R+f) df}{\sqrt{(R+f)^2 - (R+h)^2}},$$

где  $C_1$  — некоторая постоянная. Обозначим  $n_e(f) \left( 1 - \frac{9}{8} \sqrt{f} \right) = n_1(f)$ .

Тогда мы получаем, пренебрегая величинами  $f$  и  $h$  по сравнению с  $R$ , такое же уравнение, как и в случае хромосферы:

$$I(h) = C_2 \int_h^{\infty} \frac{n_1(f) df}{\sqrt{f-h}} \quad (6.5)$$

Надо заметить, что сделанное нами пренебрежение первыми степенями  $f$  и  $h$  опять-таки законно лишь для внутренней короны и притом лишь потому, что на протяжении, меньшем половины солнечного радиуса, яркость (а следовательно и плотность) внутренней короны во много раз убывает.

Решение уравнения (6.5) дается формулой

$$n_1(f) = -\frac{1}{\pi C_2} \frac{d}{df} \int_f^{\infty} \frac{I(h) dh}{\sqrt{h-f}} \quad (6.6)$$

Нам остается подставить в это уравнение наблюдаемый закон убывания яркости во внутренней короне —  $I(h)$ . Различными наблюдателями были выведены многочисленные эмпирические формулы, представляющие падение яркости в короне. Приведем формулу, полученную по результатам Пулковской экспедиции по наблюдениям затмения 1927 г., так как они охватывали всю внутреннюю корону. Согласно этой формуле:

$$I(h) = \frac{I_0}{(h+0,15)^8} \quad (6.7)$$

Подставим это в уравнение (6.6). Вычисление функции  $n_1(f)$  дает:

$$n_1(f) = \frac{C_3}{(0,15+f)^{7/2}}, \quad (6.8)$$

где  $C_3$  — постоянная. Поэтому

$$n_e(f) = \frac{C_3}{(0,15+f)^{7/2} \left(1 - \frac{9}{8} \sqrt{f}\right)}. \quad (6.9)$$

Значение постоянной  $C_3$  определится из условия, что полное число свободных электронов в конусе, вершина которого в центре Солнца и который вырезает на солнечной поверхности площадь в  $1 \text{ см}^2$ , равно  $4 \cdot 10^{17}$ , как это было установлено в предыдущем параграфе, т. е.

$$4 \cdot 10^{17} = C_3 \int_0^{\infty} \frac{(1+f)^2 R df}{(0,15+f)^{7/2} \left(1 - \frac{9}{8} \sqrt{f}\right)}.$$

Отсюда  $C_3 = 1,3 \cdot 10^5$ . Подставляя в (6.9), находим, что концентрация свободных электронов у основания короны, т. е. на границе, до которой еще применима формула (6.7), порядка  $10^8 \text{ см}^{-3}$ .

Для случая внешней короны сделанное приближение не годится. Но там можно произвести упрощение другого типа. Для достаточно удаленной от солнечной поверхности точки мы можем принять, что все падающее излучение исходит из одной точки, расположенной в центре Солнца. Тогда просто

$$\cos \theta = \frac{s}{R+f},$$

и поэтому

$$I(h) = C \int \frac{n_e \left[ 1 + \frac{s}{(R+f)^2} \right]}{(R+f)^2} ds,$$

так как полное количество излучения, падающего на электрон, можно принять в том же приближении обратно пропорциональным квадрату расстояния до центра Солнца. Здесь уже удобнее отсчитывать все расстояния от центра Солнца. Поэтому обозначим:  $R+f=r$ ;  $R+h=q$ . Тогда

$$I(q) = C \int \frac{n_e(r) \left( 1 + \frac{s^2}{r^2} \right) ds}{r^2},$$

или, так как  $ds = \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - q^2}}$ , получаем:

$$I(q) = 2C \int_q^\infty n_e(r) \left( 1 + \frac{r^2 - q^2}{r^2} \right) \frac{dr}{r \sqrt{r^2 - q^2}}. \quad (6.10)$$

Если  $I(q)$  имеет форму

$$I(q) = C_1 (q)^{-n}, \quad (6.11)$$

то очевидно, что уравнение (6.11) удовлетворится, если положить  $n_e(r) = C_2 r^{-n+1}$ , где  $C_2$  — новая постоянная.

К сожалению, закон распределения яркости во внешней короне изучен мало. Из имеющегося скудного материала можно заключить, что во внешних частях  $n$  порядка 3 или 4, откуда для плотности получаем соответственно закон обратных квадратов или кубов.

Надо отметить, что все вышеприведенные результаты относятся к некоторой „усредненной короне“. На самом деле корона не обладает сферической симметрией. В ее структуре выделяются отдельные лучи, исходящие из Солнца. Естественно, что закон падения яркости вдоль этих лучей отличается от закона падения яркости в других направлениях. Вопрос о происхождении этих лучей тесно связан с вопросом о природе сил, поддерживающих солнечную корону, и пока остается темным.

**4. Поляризация света в солнечной короне.** Рассеянный свободными электронами свет является линейно поляризованным. Степень поляризации определяется следующим образом. Из общего количества энергии, рассеиваемой электроном, которое, как мы видели, пропорционально  $s(1 + \cos^2 \theta)$ , количество  $s$  со-

ответствует лучу, поляризованному в плоскости рассеяния, а количество  $c \cos^2 \theta$  соответствует лучу, поляризованному в плоскости, перпендикулярной к плоскости рассеяния. Иными словами, в рассеянном свете доля  $\frac{2 \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta}$  приходится на обыкновенный луч и  $\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta}$  — на поляризованный в плоскости рассеяния. Так как среднее направление падения лучей исходит из центра Солнца, то корона должна быть, как говорят, поляризована по радиусу, что подтверждается наблюдениями.

Относительные интенсивности лучей, поляризованных вдоль радиуса и перпендикулярно к нему, получающиеся в результате суммирования энергий, рассеянных частицами, расположенными вдоль луча зрения, проходящего на некотором расстоянии от поверхности Солнца, могут быть вычислены так же, как в предыдущем параграфе было вычислено распределение энергии в общем свете. Для этого нужно лишь знать распределение плотности свободных электронов. Последнее нами уже было получено. Здесь мы не будем вдаваться в самые вычисления степени поляризации. Укажем только, что теория дает возрастание процента поляризации, когда мы удаляемся от края диска. Однако, при переходе от внутренней короны к внешней, когда падение плотности резко замедляется, должно получиться убывание процента поляризации. Наблюдения показывают, что, действительно, около границы внутренней и внешней корон имеется максимум процента поляризации. Именно на расстоянии  $10'$  от края диска процент поляризации достигает 30.

**5. Корональные линии.** Эмиссионные корональные линии представляют выдающийся интерес хотя бы потому, что современная систематика линейных спектров оказалась пока бессильной перед вопросом их отождествления. Наиболее интенсивны корональные линии в области внутренней короны. Однако, согласно Гротриану, в самой внутренней короне отношение интенсивности корональных линий к интенсивности непрерывного спектра остается приблизительно постоянным. Этот факт должен иметь большое значение для отождествления корональных линий. Он указывает на то, что частицы того рода и в том состоянии, которые испускают корональные линии, распределены так же как свободные электроны. Поскольку в короне все атомы ионизованы один или два раза, то плотность материи в ней приблизительно пропорциональна концентрации свободных электронов. Поэтому мы приходим к выводу, что частицы, излучающие корональные линии, распределены пропорционально плотности материи. Отсюда вытекает, что если это атомы, то находящиеся в том состоянии ионизации, которое встречается с наибольшей частотой.

Принимая, что энергия корональных линий получается в результате рассеяния солнечного света атомами, а также что сила осциллятора  $f$ , соответствующая наиболее яркой из корональных линий, близка к единице, мы можем по отношению интенсивно-

стей линии и непрерывного спектра вычислить приблизительное отношение числа рассеивающих атомов к числу свободных электронов и тем самым определить, какую долю всех корональных атомов составляют те атомы, которые способны рассеивать эту линию. Подобного рода рассуждения могут, в конце концов, привести к раскрытию загадки корональных линий.

## VII. ПЛАНЕТАРНЫЕ ТУМАННОСТИ

Мы будем заниматься лишь такими туманностями, которые входят в качестве составных, подчиненных частей в нашу галактическую систему. Поскольку внешние галактики (экстрагалактические туманности) по своей структуре подобны нашей галактике, то они в своем составе также должны содержать и содержать „галактические туманности“. С точки зрения внешней формы галактические туманности распадаются на две группы: диффузные туманности крайне нерегулярной структуры и планетарные туманности, имеющие правильную дискообразную форму, с чем связано и их название. В качестве примеров диффузных туманностей можно назвать известную туманность в Орионе, туманность в Плеядах и туманность „Америка“ близ  $\alpha$  Лебедя. Всего известно около 150 таких объектов в нашей галактике. Благодаря тому, что среди диффузных туманностей встречаются объекты исключительно гигантских линейных размеров (диаметром до нескольких десятков парсек) и высокой интегральной абсолютной яркости (до  $-10^m$  и  $-15^m$ ), их удалось обнаружить в составе некоторых внешних галактик. Так, ряд больших диффузных туманностей найден в Большом Магеллановом Облаке, например 30 Doradus с диаметром в 200 парсек и абсолютной величиной  $-13^m$ .

В свою очередь диффузные туманности распадаются на две подгруппы: в первую подгруппу входят туманности с эмиссионным спектром, на слабом непрерывном фоне, во вторую — туманности с непрерывным спектром, получающимся в результате простого отражения света звезд. К диффузным туманностям примыкают „темные туманности“, т. е. массы несветящейся материи, обнаруживаемые по производимому ими поглощению света находящихся за ними звезд.

Эмиссионные туманности весьма тесно группируются в плоскости галактики, в то время как туманности с непрерывным спектром группируются на большом круге, образующем угол около  $20^\circ$  с галактическим экватором.

**1. Планетарные туманности.** Планетарные туманности имеют круглую или кольцообразную форму. Более подробное рассмотрение их снимков указывает на наличие ряда сложных и своеобразных подробностей в структуре, различных для различных туманностей. Видимые размеры их различны: от долей секунды до  $15'$  в диаметре. В настоящее время известно около 130 подобных объектов. Планетарные туманности, в особенности обла-



яющие небольшим угловым диаметром, показывают сильную концентрацию к плоскости галактики.

*Расстояния и размеры планетарных туманностей.* Планетарные туманности настолько далеки от нас, что их параллаксы не могут быть определены непосредственно тригонометрическим путем. Их собственные движения содержат повидимому пока серьезные систематические ошибки и, следовательно, определение группового параллакса по ним также затруднительно. К ним удалось применить, благодаря их особенностям, косвенный способ определения расстояний. Этот способ был предложен и применен Занстра (Zanstra)<sup>1)</sup>.

Для каждой планетарной туманности мы можем определить интегральную визуальную яркость туманности  $m_n$  и фотографическую величину ядра  $m_*$ . Составим разность  $d = m_* - m_n$  для каждой туманности. При отсутствии селективного поглощения величина  $d$  не зависит от расстояния туманности. Составим диаграмму, на которой по оси абсцисс будем откладывать  $m_*$ , а по другой оси — величину  $d$ . Каждая туманность на этой диаграмме изображается в виде одной точки. Оказывается, что величины  $d$  и  $m_*$  показывают неожиданно тесную корреляцию. Именно они укладываются вдоль прямой

$$m_* = 10,4 + 0,7d, \quad (7.1)$$

правда со значительной дисперсией. Но видимая яркость ядра зависит от двух величин: от абсолютной яркости ядра  $M_*$  и расстояния туманности. Но, как указывалось выше, трудно предполагать, что имеется корреляция между  $d$  и видимым расстоянием. Поэтому остается допустить, что  $M_*$  связано с  $d$  путем соотношения:

$$M_* = \text{const} + 0,7d. \quad (7.2)$$

Занстра допускает, что это соотношение имеет уже не только статистический характер, а является строгой зависимостью, выполняющейся для каждой туманности индивидуально. В результате же дисперсии расстояний туманностей до нас соотношение (7.1), заключающее в себе видимую фотографическую величину, является лишь корреляцией.<sup>2)</sup>

Если определить каким-либо способом постоянную, входящую в формулу (7.2), то для каждой планетарной туманности мы сможем найти  $M_*$  по наблюдаемому  $d$ , и, следовательно, сопоста-

<sup>1)</sup> Zeitschrift für Astrophysik, 2, 1, 1931, 2, 335, 1931.

<sup>2)</sup> Надо отметить, однако, что если бы пространство было равномерно заполнено планетарными туманностями и в каждом элементе объема распределение туманностей по абсолютным величинам ядер  $M_*$  было бы одним и тем же, то, какова бы ни была зависимость  $M_*$  от  $d$ , среднее значение  $d$  для данной видимой фотографической величины  $m_*$  будет постоянным, и мы никак не могли бы получить соотношения (7.1). Однако наблюдаемые планетарные туманности занимают ограниченный объем пространства, пределы которого мы уже нащупали. Он ограничивается в направлениях, совпадающих с галактической плоскостью межзвездным поглощением, а в направлениях, перпендикулярных к галактической плоскости, — толщиной галактической системы (500 парсек).

вив  $M_*$  с  $m_*$ , — расстояние. Для определения этой постоянной Занстра применил следующий метод.

Поскольку из (7.2) мы знаем значения  $M_*$  для ряда туманностей с точностью до постоянного слагаемого, то, сопоставляя эти значения с  $m_*$ , мы получим все расстояния туманностей, но лишь с точностью до постоянного множителя, который зависит от значения постоянной в формуле (7.2).

С другой стороны, планетарные туманности, являясь членами нашей галактической системы, участвуют во вращении галактики. Согласно формуле Оорта (Oort), благодаря галактическому вращению, радиальные скорости объектов, находящихся на расстоянии  $r$ , с галактическими долготой и широтой  $l$  и  $b$  должны содержать член вида <sup>1)</sup>:

$$v_r = Ar \sin 2(l - l_0) \cos^2 b.$$

Постоянная  $A$  известна из наблюдений других объектов. Поэтому для каждой туманности с известной радиальной скоростью мы получаем одно условное уравнение для определения неизвестного постоянного множителя, входящего в  $r$ .

Радиальные скорости у планетарных туманностей определяются значительно точнее, чем у звезд, так как эмиссионные линии весьма резки по сравнению с линиями поглощения звезд. Кемпбелл и Мур определили радиальные скорости для 125 туманностей; определение по ним неизвестного коэффициента может быть проведено очень хорошо. Отсюда мы имеем расстояния индивидуальных планетарных туманностей. Они оказались меняющимися от нескольких сот парсек для наиболее близких туманностей до нескольких тысяч парсек. Соответственно этому линейные диаметры планетарных туманностей получаются от нескольких сот до десятка тысяч астрономических единиц. Таким образом размеры планетарных туманностей малы по сравнению с расстоянием от Солнца до самых ближайших звезд.

*Спектры планетарных туманностей.* Спектры планетарных туманностей состоят, как было указано, из эмиссионных линий атомов и ионов различных элементов.

Прежде всего нужно указать на наличие весьма интенсивной бальмеровской серии водорода. Характерно, однако, что присутствует и весьма интенсивный непрерывный эмиссионный спектр, за границей бальмеровской серии, происходящий от рекомбинаций свободных электронов туманности с водородными ядрами. Далее присутствует и пашеновская серия водорода. Наличие наряду с линиями нейтрального гелия линий  $\text{He}^+$  ( $\lambda 4686$ ) указывает на весьма высокую степень ионизации и возбуждения в этих туманностях.

Однако, самыми яркими линиями в спектрах планетарных туманностей являются так называемые главные небулярные ли-

<sup>1)</sup> См. например, Полак, Введение в звездную астрономию, стр. 234 и сл.

нии  $N_1$  и  $N_2$  с длинами волн  $\lambda 5006$  и  $\lambda 4959$  соответственно. Другая пара весьма интенсивных линий ( $\lambda\lambda 3726$  и  $3729$ ) наблюдается в ультрафиолетовой части спектра. Эти два дублета встречаются также и в диффузных туманностях, а также в спектрах новых звезд. Но в спектрах планетарных туманностей они неизменно доминируют. Так как эти линии, так же как ряд других встречающихся в спектрах туманностей, не удавалось воспроизвести в лаборатории, то их приписывали раньше неизвестному на Земле элементу „небулию“. Для физики планетарных туманностей весьма важным является то обстоятельство, что эти линии небулия близ центра туманности расщепляются, и наблюдаемая картина напоминает с внешней стороны самообращение.

**2. Отождествление линий „небулия“.** Впервые Боуэну (Bowen) удалось показать, что линии „небулия“ являются в действительности линиями хорошо известных нам элементов. <sup>1)</sup> Именно оказалось, что наиболее интенсивные из них принадлежат однажды и дважды ионизованному кислороду и азоту. Эти линии недоступны для наблюдений в обыкновенных лабораторных условиях, потому что по большей части они соответствуют запрещенным переходам из метастабильных состояний ионов на более глубокие уровни. Поскольку энергии метастабильных уровней известны, то для соответствующих переходов легко было вычислить соответствующие длины волн.

Оказалось, что зеленый дублет ( $\lambda\lambda 4959, 5007$ ) в точности соответствует длинам волн, получаемым для запрещенных переходов дважды ионизованного кислорода, в то время как ультрафиолетовый дублет соответствует однажды ионизованному кислороду. Схемы уровней для OIII, OII и NII представлены на рис. 12а, б, в. Множество самых разнообразных фактов подтверждает, что здесь мы имеем дело не со случайным совпадением длин волн, а с правильным отождествлением. Мы упо-

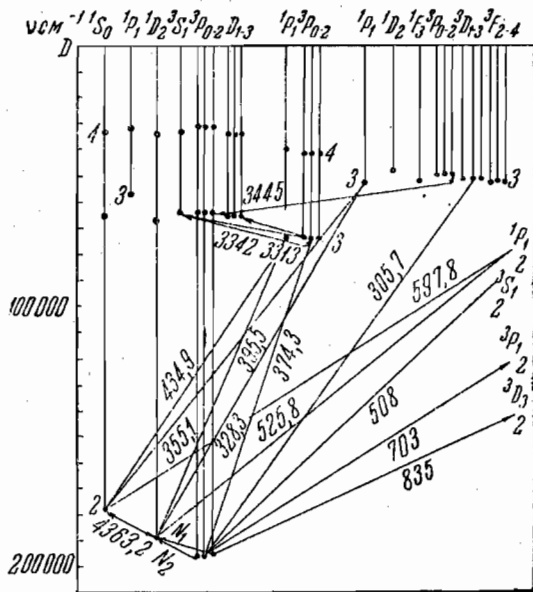


Рис. 12а.

<sup>1)</sup> Astrophysical Journal, 67, 1, 1928. См. статью Беккера и Гротриана и Ergebnisse d. exakten Naturwissenschaften, т. VII.

мянем здесь два факта, которые почти не зависят от физической интерпретации явлений, происходящих в туманностях.

Отношение интенсивностей как внутри главного дублета ( $N_1$  и  $N_2$ ), так и внутри ультрафиолетового дублета остается постоянным при переходе от одной туманности к другой. Согласно интерпретации Боуэна, верхний уровень для  $N_1$  и  $N_2$  общий, а нижние уровни отличаются на очень незначительную величину. Для OII, наоборот, нижний уровень для линий  $\lambda\lambda 3726$  и  $3729$  общий, в то время как верхние уровни незначительно отличаются друг от друга. Следовательно, какой бы способ

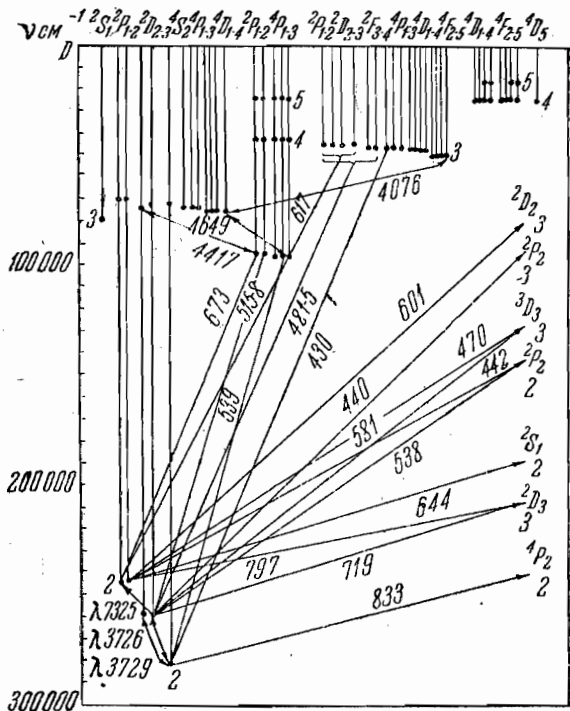


Рис. 126.

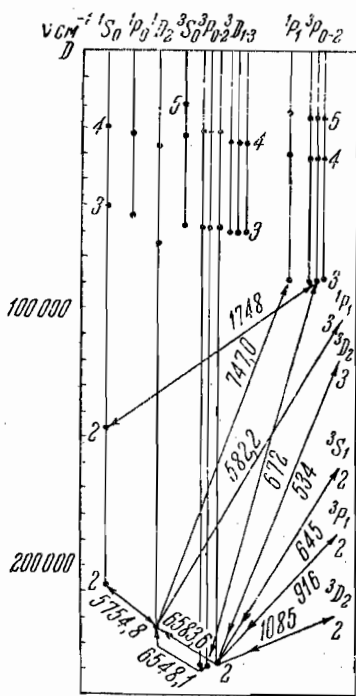


Рис. 12в.

возбуждения себе ни представить, взаимное отношение интенсивностей компонентов внутри каждого из дублетов должно, согласно этой интерпретации, оставаться постоянным, что и наблюдается.

Наоборот, отношение интенсивности одного дублета к другому меняется от туманности к туманности довольно сильно. Очевидно, это связано с тем, что в одних туманностях степень ионизации больше, чем в других.

Мы можем составить себе представление о степени ионизации в туманностях по совершенно независимому критерию — по относительной интенсивности линий He I и He II.

Заранее можно ожидать, что там, где относительная интенсивность линий He II больше, там линии [OIII] должны иметь относительно [OII] большую интенсивность, что целиком подтверждается также наблюдениями.

В таблице 10 мы приводим список запрещенных линий разных элементов, наблюдаемых в туманностях <sup>1)</sup>.

Таблица 10

Атом и потенциал ионизации	Переход	$\lambda_{\text{выч.}}$	Туманность	$\lambda_{\text{набл.}}$
1	2	3	4	5
NII 29,5	$^1D_2 - ^1S_0$	5754,8	NGC 6572	5755,2
	$^3P_1 - ^1D_2$	6547,0	NGC 6572	6548,3
	$^3P_2 - ^1D_2$	6583,3	NGC 6572	6583,2
O:	$^3P_2 - ^1D_2$	6300,3	NGC 6572	6301,4
	$^3P_1 - ^1D_2$	6363,7	NGC 6572	6367
OII 34,9	$^2D_{5/2}^0 - ^2P_{3/2}^0$	7321	NGC 7027	7319,9
	$^2D_{3/2}^0 - ^2P_{1/2}^0$	7324		
	$^2D_{5/2}^0 - ^2P_{3/2}^0$	7332	NGC 7027	7330,4
	$^2D_{3/2}^0 - ^2P_{1/2}^0$	7334		
	$^4S_{3/2}^0 - ^2D_{3/2}^0$	3725,1	Туманность Ориона NGC 6572	3726,4
	$^4S_{5/2}^0 - ^2D_{5/2}^0$	3727,8		3729,1
OIII 54,9	$^1D_2 - ^1S_0$	4363,1	NGC 6543	4363,31
	$^3P_1 - ^1D_2$	4958,8	NGC 6543	4959,09
	$^3P_2 - ^1D_2$	5007,1	NGC 6543	5007,0
NeIII 63	$^1D_2 - ^1S_0$	3338	NGC 7662	3342
	$^3P_2 - ^1D_2$	3875,4	NGC 6572	3868,83
	$^3P_1 - ^1D_2$	3974,4	NGC 6572	3967,64
NeIV 95	$^2D_0 - ^2P_0$	4712	NGC 7027	4725,7
SII 23,3	$^4S_{3/2}^0 - ^2D_{5/2}^0$	6717	NGC 7027	6716,8
	$^4S_{3/2}^0 - ^2D_{3/2}^0$	6731	NGC 6572	6731
	$^4S_{3/2}^0 - ^2P_{3/2}^0$	4068	IC 418	4068,67
	$^4S_{3/2}^0 - ^2P_{1/2}^0$	4076	IC 418	4076,2
SIII 34,9	$^1D_2 - ^1S_0$	5020	NGC 7027	5018

Как правило, каждая из запрещенных линий встречается во многих туманностях ( $N_1$  и  $N_2$  — во всех!). Однако, в таблице 10

<sup>1)</sup> Заимствована с некоторыми изменениями из J. C. Воусе, D. H. Меллел, С. Н. Раупе, Proc. of Nat. Ac. of Sc. 19, 581, 1933.

для каждой линии указывается лишь по одному представителю туманностей, в которых она встречается.

**3. Необходимые условия появления запрещенных линий.** Появление „запрещенных“ линий в туманностях само по себе не представляет ничего удивительного. Все „правила запрета“ связаны с тем или иным приближением при вычислении вероятностей атомных переходов. Обычно при этих вычислениях учитывают только дипольное излучение и пренебрегают квадрупольным и другими излучениями. Точно так же при этом вычислении пренебрегают членами, связанными с магнитным моментом электрона и т. д. В результате получают, что вероятности некоторых переходов равны нулю. На самом же деле они отличны от нуля, но сравнительно малы. Так например, в то время как эйнштейновские коэффициенты вероятности спонтанных „разрешенных“ переходов для видимого спектра обычно достигают порядка  $10^8 \text{ сек}^{-1}$ , для запрещенных переходов они в миллионы или даже во много миллионов раз меньше, в зависимости от характера запрета. В таблице 11 даны коэффициенты вероятности спонтанных переходов  $A$  для ряда запрещенных линий, встречаемых в спектрах туманностей и звезд.

Рассматривая условия, при которых запрещенные линии могут достигнуть сравнительно больших интенсивностей, надо прежде всего указать, что запрещенные линии, исходящие из таких верхних состояний, откуда есть еще возможные „разрешенные“ переходы в другие более низкие уровни, никогда не могут достигнуть большой относительной интенсивности, так как из данного верхнего состояния будут совершаться в миллионы раз чаще разрешенные переходы, связанные с излучением разрешенной линии, чем запрещенные переходы. Таким образом следует ограничиться такими запрещенными линиями, для которых верхнее состояние метастабильно, т. е. таково, что из него уже нет разрешенных переходов на более низкие энергетические уровни. При указанных выше вероятностях переходов для запрещенных линий очевидно, что продолжительность жизни невозмущенного атома в метастабильных состояниях должна быть порядка десятых долей секунды и выше. Следовательно, для того чтобы атомы в метастабильных состояниях могли излучать запрещенные линии, надо, чтобы столкновения с другими частицами происходили в промежутки времени такого же порядка или реже. В противном случае, при частых столкновениях, энергия возбуждения метастабильного атома будет переходить в кинетическую энергию движения сталкивающихся частиц (сверхупругое столкновение или удар второго рода), вместо того чтобы излучаться в виде запрещенной линии. Таким образом малая плотность материи является необходимым условием появления запрещенных линий. Почти очевидно, что в этом отношении в туманности должен быть благоприятные условия. Так, о малой плотности туманной материи свидетельствует хотя бы их прозрачность. Например, Габбл

Hubble) наблюдал сквозь планетарную туманность внегалактические туманности <sup>1)</sup>).

Однако надо, чтобы после пребывания в метастабильном состоянии атом не перешел под влиянием внешнего излучения в более высокое состояние, а перешел бы спонтанно вниз. Значит за время пребывания в метастабильном состоянии атом не должен поглощать световые кванты. Таким образом плотность излучения должна быть тоже мала. На это важное условие указал Эддингтон. <sup>2)</sup>

Это условие также выполняется в туманностях. Подробнее об этом будет сказано дальше, здесь же мы укажем, что атомы

Таблица 11

Коэффициенты вероятностей спонтанных переходов для некоторых запрещенных линий

	O III		N II		C I	
	$\lambda$	A	$\lambda$	A	$\lambda$	A
$^3P_2 - ^1D_2$	5 006,84 ( $N_1$ )	$180 \cdot 10^{-4}$	6 583,6	$24 \cdot 10^{-4}$	10 348,7	$1,5 \cdot 10^{-4}$
$^3P_1 - ^1D_2$	4 958,91 ( $N_2$ )	$60 \cdot 10^{-4}$	6 548,1	$8,1 \cdot 10^{-4}$	10 319,3	$0,5 \cdot 10^{-4}$
$^3P_0 - ^1D_2$	4 931,93	0	6 528,2	0	10 303,6	0
$^1D_2 - ^1S_0$	4 363,1	$18000 \cdot 10^{-4}$	5 754,8	—	—	—

в туманности освещаются двумя главными источниками света: центральной звездой и самой туманностью. Легко подсчитать видимую величину центральной звезды  $m'$ , как она наблюдается из данной точки туманности, находящейся от центральной звезды на угловом расстоянии  $a$ , соответствующем линейному расстоянию  $r_n$ . Для абсолютной величины ядра центральной звезды мы имеем

$$M_* = m_* - 5 \lg r + 5 = m'_* - 5 \lg r_n + 5,$$

где  $r$  — расстояние туманности от нас и  $m_*$  — наблюдаемая нами яркость ядра. Поэтому:

$$m'_* = m_* + 5 \lg \frac{r_n}{r}$$

или, так как  $\frac{r_n}{r} = a$ , то  $m'_* = m + 5 \lg a$ .

Таким образом для вычисления  $m'_*$  не надо знать расстояния туманности до нас. Вычисленные таким образом значения  $m'_*$  для внешних граней туманностей равны: <sup>3)</sup>

NGC	$m'_*$	NGC	$m'_*$
40	-8	6369	-5
3568	-10	6853	-3
4593	-13	7293	-2

<sup>1)</sup> E. Hubble, *Astrophysical Journal*, 56, 1922.

<sup>2)</sup> A. S. Eddington, *Monthly Notices* 88, 134, 1927.

<sup>3)</sup> Данные заимствованы из книги: Росселанд, *Астрофизика на основе теории атома*, ОНТИ, 1936.

Мы видим, что освещенность от центральной звезды в туманности несколько больше освещенности на Земле от самых ярких звезд, но меньше, как правило, освещенности от полной Луны. Сами туманности, как правило, в несколько раз ярче визуально, чем центральная звезда. Все же в итоге плотность излучения в туманностях достаточно ничтожна. Она в  $10^{+12}$   $10^{+14}$  раз меньше, чем плотность излучения на поверхности центральной звезды.

Таким образом оба главных необходимых условия, благоприятствующих появлению запрещенных линий, в туманностях осуществляются. Плотность материи и плотность излучения очень малы. Нам остается рассмотреть лишь механизм возбуждения атомов в туманностях, прежде всего с точки зрения наблюдателей данных.

**4. Источник возбуждения свечения в туманностях.** Естественно предположить, что причиной возбуждения атомов в планетарной туманности является центральная звезда (ядро). Однако дело усложняется в двух направлениях: очевидно, мы не имеем дела с простым отражением, так как спектр ядра непрерывный с наложенными на него линиями поглощения или излучения и точно так же не с резонансным рассеянием, потому что энергия, излучаемая туманностью в отдельных линиях, значительно превосходит энергию соответствующих участков непрерывных спектров ядер. Это — одно усложнение. Другое затруднение заключается в том, что некоторые планетарные туманности не имеют видимых ядер. Приходится поэтому предположить, что ядра этих туманностей просто очень слабы и недоступны наблюдению.

С другой стороны, однако, ядра планетарных туманностей обладают очень высокой эффективной температурой. Они принадлежат к типу  $O$  или к типу Вольфа-Райе. Уже отсюда следует, что их температуры очень высоки (больше  $30\,000^\circ$ ) и что ультрафиолетовая часть их спектра очень интенсивна. Следовательно, ядра могут производить своим излучением сильное возбуждение и ионизацию в туманности. В этом отношении весьма характерны соответствующие факты, собранные Габблом <sup>1)</sup> о диффузных туманностях. Оказалось, что каждая светящаяся диффузная туманность связана также с какой-либо звездой. Так, диффузные туманности с непрерывным спектром всегда отражают свет какой-нибудь звезды.

Какая из звезд, проектирующихся на небе вблизи такой туманности, действительно близка к ней и освещает ее, можно легко узнать, сравнивая спектр туманности со спектрами этих звезд. Оказывается, что во всех этих случаях мы имеем дело со звездами типа  $B_1$  —  $B_9$  и более поздними.

В районе же диффузных туманностей с эмиссионным спектром мы всегда встречаем либо звезды типа  $O$  с линиями по-

<sup>1)</sup> Astrophysical Journal, 56, 400, 1922.



сплошности, либо звезды  $B_0$ . Естественно принять их за причину возбуждения эмиссии туманностей.

Таким образом мы получаем следующую последовательность туманностей и возбуждающих их звезд:

Туманности	Спектр возбуждающего излучения
Планетарные	$O, WR$
Диффузные-эмиссионные	$B_0, O$
" с отраженным светом	$B_1 - B_9$ и более поздние

Вполне естественно, что звезды поздних типов не могут вызвать эмиссионного спектра, т. е. высокой степени возбуждения, так как их ультрафиолетовое излучение недостаточно для этого.

Очевидно, что если указанные предположения о характере связи между диффузными туманностями и соответствующими звездами верны, то должна существовать корреляция между абсолютной величиной звезды и тем линейным расстоянием от нее, на котором туманность, отражающая свет звезды, будет иметь некоторую заданную поверхностную яркость. Это означает, что должна существовать зависимость между видимой яркостью звезды и тем угловым расстоянием от нее, на котором поверхностная яркость туманности достигает определенного значения (см. вывод на стр. 206—208).

Габбл сопоставил наибольшие угловые расстояния от возбуждающей звезды до тех областей диффузных туманностей, где свечение еще выходит на пластинке, при некоторой стандартной экспозиции, с видимыми величинами этих звезд. Это сопоставление дано на рис. 13, где наклонная сплошная прямая изображает как раз теоретически ожидаемую зависимость (см. подробнее главу о диффузных туманностях)

$$m + 5 \lg a = 11,09.$$

Постоянная в правой части вычислена при допущении, что туманность отражает весь падающий на нее свет и  $a$  выражено в секундах дуги. Мы видим, что наблюдения очень хорошо удовлетворяют сделанным предположениям.

То, что возбуждение в планетарных туманностях также производится центральной звездой, видно еще из следующего обстоятельства.

Райт (Wright) открыл явление „расслоенного излучения“. Если мы получим с помощью бесщелевого спектрографа снимок спектра планетарной туманности, то спектр будет состоять из ряда монохроматических изображений туманности в тех длинах волн, в которых она излучает. Оказывается, что диаметры различных монохроматических изображений неравны. Так, диаметр изображения, получаемого по линиям  $He^+$ , значительно меньше диаметра по линиям  $He$ . Отсюда надо сделать заключение, что ионизация и возбуждение во внутренних слоях туманности

больше, чем в наружных, т. е. излучение, возбуждающее атомы  $\text{He}^+$ , поглощается во внутренних слоях и наружу не доходит. Это указывает опять на то, что возбуждающее излучение исходит из звезды. Что касается до вопроса, почему яркость туманности обычно превосходит яркость их ядер, то, как увидим, теория, построенная на указанных выше

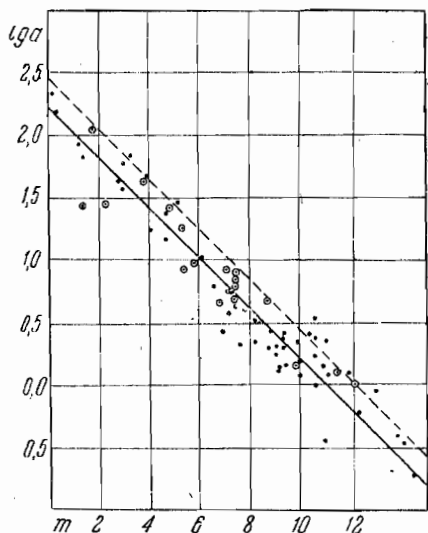


Рис. 13.

предположениях, разрешает его вполне естественным образом.

**5. Дилуция излучения и теорема Росселанда.** Рассмотрим те квантовые переходы, которые происходят с атомами газа, находящегося от поверхности излучающей звезды на расстоянии, во много раз превосходящем диаметр звезды.

Излучение, исходящее из звезды, обладает на таком расстоянии (т. е. в туманности) плотностью, во много раз меньшей, чем плотность излучения на поверхности звезды (в фотосфере).

Это отношение плотностей (коэффициент дилуции) равно отношению телесного угла, под которым видна из данной точки центральная звезда, к  $4\pi$ . Обо-

значим это отношение через  $W$ . Мы указывали уже в главе о хромосфере, что

$$W = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{r_*}{r} \right)^2} \right),$$

где  $r$  — расстояние рассматриваемой точки от центра звезды, а  $r_*$  — линейный радиус последней. В планетарных туманностях (и диффузных) отношение  $\frac{r_*}{r}$  порядка  $10^{-6}$  и часто меньше. Для столь малых значений этого отношения мы можем написать:

$$W = \frac{1}{4} \left( \frac{r_*}{r} \right)^2.$$

В туманностях  $W$  порядка  $10^{-13}$ . Несмотря на такое уменьшение плотности излучения по сравнению с поверхностью звезды, спектральный состав излучения остается тем же. Плотность излучения  $e_\nu$  в единичном интервале частот будет на этом расстоянии выражаться формулой

$$e_\nu = W \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT_*} - 1}, \quad (7.4)$$

где  $T_*$  — эффективная температура звезды. При этом предпола-

гается, что звезда излучает по закону Планка. Очевидно, что распределение излучения по частотам в рассматриваемом случае сильно отклоняется от наиболее вероятного при данной интегральной плотности <sup>1)</sup>, и взаимодействие этого излучения с материей будет приводить к более вероятному распределению, т. е. к перераспределению энергии по спектру в смысле усиления длинноволновой части и ослабления коротковолновой части.

Количественно этот процесс формулируется с помощью теоремы Росселанда, к изложению которой мы и перейдем.

Рассмотрим атом, который может находиться в трех стационарных состояниях 1, 2, 3 с соответственными энергиями  $\epsilon_1 < \epsilon_2 < \epsilon_3$ . В результате поглощения световых квантов возможны как простые переходы, связанные с резонансным рассеянием, типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ , так и более сложные процессы „циклического“ характера. Наиболее важными из них будут два взаимно-противоположных процесса типа:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1, \quad 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1.$$

Первый из этих типов циклических процессов приводит к излучению одного кванта  $h\nu_{13}$  высокой частоты в результате поглощения двух квантов  $h\nu_{12}$  и  $h\nu_{23}$ , а второй тип — к „раздроблению“ одного поглощенного кванта высокой частоты  $h\nu_{13}$  на два кванта меньших частот  $h\nu_{12}$  и  $h\nu_{23}$ .

Теорема Росселанда утверждает, что при наличии диллюции излучения, т. е. когда плотность излучения в разных частотах описывается формулой (7.4), циклические переходы типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  совершаются чаще, чем циклические переходы типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ , т. е. по преимуществу кванты высоких частот превращаются в кванты низких частот, а не наоборот.

Число переходов из первого состояния во второе в единице объема за единицу времени равно  $B_{1 \rightarrow 2} n_1 \varrho_{12}$ , где  $n_1$  — число атомов в единице объема в первом состоянии,  $B_{1 \rightarrow 2}$  — эйнштейновский коэффициент поглощения, а  $\varrho_{12}$  — плотность излучения с частотой, соответствующей переходу из первого состояния во второе. Из этого числа атомов часть перейдет спонтанно или инду-

<sup>1)</sup> Обозначим эту интегральную плотность излучения через  $q_n$ . Очевидно,

$$q_n = W e_n,$$

где  $e_n$  — плотность излучения на поверхности звезды. Согласно закону Стеффана:  $e_* = a T_*^4$ . Далее, при наиболее вероятном распределении по частотам, мы должны были бы иметь:

$$e_n = \frac{8\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_1}} - 1}, \quad (a)$$

где  $T_1$  определяется из  $e_n = W e_* = a T_1^4$ , т. е.

$$T_1 = W^{1/4} T_*.$$

Распределение (a) сильно отличается от распределения (7.4). В первом из них максимум сильно смещен в красную сторону. Практически здесь присутствовали бы только инфракрасные кванты, так как  $T_1$  оказывается порядка лишь нескольких десятков градусов.

цированно назад в первое состояние, а часть перейдет в третье состояние, поглотив излучение. Отношение числа вторых случаев к первым равно

$$\frac{B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{23}}{A_{2 \rightarrow 1} + B_{2 \rightarrow 1} \varrho_{12}}$$

Поэтому из перешедших за единицу времени из первого состояния во второе атомов только часть

$$B_{1 \rightarrow 2} n_1 \varrho_{12} \frac{B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{23}}{A_{2 \rightarrow 1} + B_{2 \rightarrow 1} \varrho_{12} + B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{23}}$$

перейдет в третье состояние прямо. Число же атомов, вступающих за единицу времени на путь  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ , равно

$$N_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1} = B_{1 \rightarrow 2} n_1 \varrho_{12} \frac{B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{23}}{A_{2 \rightarrow 1} + B_{2 \rightarrow 1} \varrho_{12} + B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{23}} \times \\ \times \frac{A_{3 \rightarrow 1} + B_{3 \rightarrow 1} \varrho_{13}}{A_{3 \rightarrow 1} + B_{3 \rightarrow 1} \varrho_{13} + A_{3 \rightarrow 2} + B_{3 \rightarrow 2} \varrho_{23}} ; \quad (7.5)$$

Число атомов, вступающих за единицу времени на путь  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ , равно

$$N_{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1} = B_{1 \rightarrow 3} \varrho_{13} n_1 \frac{A_{3 \rightarrow 2} + B_{3 \rightarrow 2} \varrho_{23}}{A_{3 \rightarrow 2} + B_{3 \rightarrow 2} \varrho_{23} + A_{3 \rightarrow 1} + B_{3 \rightarrow 1} \varrho_{13}} \times \\ \times \frac{A_{2 \rightarrow 1} + B_{2 \rightarrow 1} \varrho_{12}}{A_{2 \rightarrow 1} + B_{2 \rightarrow 1} \varrho_{12} + B_{2 \rightarrow 3} \varrho_{23}} . \quad (7.6)$$

В стационарном состоянии можно считать, что число атомов, становящихся за единицу времени на путь данного циклического процесса, равно числу атомов, совершающих за это время этот циклический процесс. Поэтому, например,  $N_{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1}$  есть это число соответствующих циклических процессов, совершающихся в единице объема за единицу времени.

Введем в (7.5) и (7.6) соотношения Эйнштейна <sup>1)</sup>

$$A_{i \rightarrow k} = B_{k \rightarrow i} \sigma_{ik} \frac{g_k}{g_i} ; \quad B_{i \rightarrow k} = B_{k \rightarrow i} \frac{g_k}{g_i} , \quad (7.7)$$

где

$$\sigma_{ik} = \frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3} , \quad (7.8)$$

а  $g_k$  и  $g_i$  — веса соответствующих состояний. Согласно (7.4),

$$\varrho_{ik} = \frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3} \frac{W}{e \frac{h\nu_{ik}}{kT} - 1} = \frac{W\sigma_{ik}}{e \frac{h\nu_{ik}}{kT} - 1} .$$

<sup>1)</sup> См., например, Бриллюэн, Квантовая статистика. ОНТИ, 1934, стр. 173—180.

Обозначим

$$\bar{\varrho}_{ik} = \frac{\varrho_{ik}}{\sigma_{ik}}.$$

В данном случае будем иметь:

$$\bar{\varrho}_{ik} = \frac{W}{e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT}} - 1}. \quad (7.9)$$

Тогда, вводя эти выражения в (7.5) и (7.6), получим:

$$N_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1} = B_{1 \rightarrow 2} B_{2 \rightarrow 3} B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{12} \sigma_{13} \sigma_{23} \frac{\bar{\varrho}_{12} \bar{\varrho}_{23}}{\frac{g_1}{g_2} B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12} (1 + \bar{\varrho}_{12}) + B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23} \bar{\varrho}_{23}} \times \\ \times \frac{\frac{g_1}{g_3} (1 + \bar{\varrho}_{13})}{A_{3 \rightarrow 2} B_{3 \rightarrow 2} \varrho_{23} + A_{3 \rightarrow 1} + B_{3 \rightarrow 1} \varrho_{13}} n_1$$

$$N_{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1} = B_{1 \rightarrow 2} B_{2 \rightarrow 3} B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{12} \sigma_{13} \sigma_{23} \frac{\frac{g_1}{g_3} (1 + \bar{\varrho}_{13}) \bar{\varrho}_{13}}{\frac{g_1}{g_2} B_{1 \rightarrow 2} \varrho_{12} (1 + \bar{\varrho}_{12}) + B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23} \bar{\varrho}_{23}} \times \\ \times \frac{\frac{g_2}{g_3} \sigma_{23} (1 + \bar{\varrho}_{23})}{A_{3 \rightarrow 2} + B_{3 \rightarrow 2} \varrho_{23} + A_{3 \rightarrow 1} + B_{3 \rightarrow 1} \varrho_{13}} n_1.$$

Поэтому

$$\frac{N_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1}}{N_{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1}} = \frac{\bar{\varrho}_{12} \bar{\varrho}_{23} (1 + \bar{\varrho}_{13})}{\bar{\varrho}_{13} (1 + \bar{\varrho}_{12}) (1 + \bar{\varrho}_{23})}. \quad (7.10)$$

Подставляя сюда (7.9), получаем после некоторых преобразований:

$$\frac{N_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1}}{N_{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1}} = W \frac{e^{\frac{h\nu_{13}}{kT}} - 1 + W}{\left( e^{\frac{h\nu_{12}}{kT}} - 1 + W \right) \left( e^{\frac{h\nu_{23}}{kT}} - 1 + W \right)}. \quad (7.11)$$

Когда  $W=1$  (т. е. в фотосфере звезды), это отношение равно единице. При уменьшении  $W$  это отношение убывает. В туманностях  $W$  порядка  $10^{-13}$ . Поэтому множителем  $W$  по сравнению с единицей можно пренебречь и

$$\frac{N_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1}}{N_{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1}} = W \frac{e^{\frac{h\nu_{13}}{kT}} - 1}{\left( e^{\frac{h\nu_{12}}{kT}} - 1 \right) \left( e^{\frac{h\nu_{23}}{kT}} - 1 \right)}. \quad (7.12)$$

Множитель, стоящий при  $W$ , имеет значение порядка единицы. Когда  $h\nu_{12} \gg kT$  и  $h\nu_{23} \gg kT$ , то он почти точно равен

единице. С этими случаями как раз часто и приходится иметь дело. Тогда просто

$$\frac{N_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1}}{N_{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1}} \approx W. \quad (7.13)$$

Таким образом в туманностях можно совершенно пренебречь числом переходов типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  по сравнению с числом переходов типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ .

Совершенно такую же картину мы можем получить для атомов с большим числом уровней, в которых возможны более сложные циклические процессы. Итак, туманность перерабатывает излучение звезды, поглощая кванты высоких частот ( $\nu_{13}$ ) и излучая кванты меньших частот ( $\nu_{12}$  и  $\nu_3$ ). Циклический процесс типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  есть процесс флуоресценции. Такое образование квантов низких частот за счет квантов высоких частот связано с увеличением энтропии излучения. Мы видели, что ядра планетарных туманностей обладают весьма высокими температурами. Их спектр в области высоких частот на много интенсивнее видимой части. Согласно сказанному, надо ожидать, что туманность будет поглощать ультрафиолетовое излучение ядра и испускать кванты в видимой и инфракрасной областях. Видимое излучение туманности есть поэтому переработанное ультрафиолетовое излучение ядра. Нет ничего невозможного в том, что ультрафиолетовый спектр ядра настолько интенсивен, что превращаемая туманностью в видимые кванты часть поглощенной ультрафиолетовой энергии превосходит энергию, непосредственно излучаемую ядром в видимой части спектра. Этим можно объяснить то, что туманности видимо ярче своих ядер. Теорема Росселанда объясняет, с одной стороны, эмиссионный характер спектра туманности, а с другой, открывает путь для объяснения того, что туманности в видимой части спектра ярче своих ядер.

**6. Теория Занстра<sup>1)</sup>.** В предыдущем параграфе мы не учли важного фактора: действия излучения туманности на самую туманность. С другой стороны, мы рассматривали фиктивные атомы с тремя состояниями. Занстра рассмотрел реальную туманность, состоящую из водорода и окружающую ядро со всех сторон.

Благодаря малой плотности излучения в туманности, почти все нейтральные атомы находятся в основном состоянии. Возбужденных атомов почти не будет, хотя ионизация может достигать все же высокой степени, несмотря на малую плотность ионизирующего излучения, так как плотность свободных электронов тоже мала. Поэтому туманность при достаточно большой ее массе будет непрозрачна к частотам, поглощаемым основным состоянием водородного атома (лаймановская серия) и вместе с тем совершенно прозрачна к линиям субординатных серий (бальмеровской, пашеновской и т. д.). Отношение опти-

<sup>1)</sup> Astrophys. Journ. 65, 50, 1927; Publ. Dom. Astrophys. Obs. 4, 15, 1931.

ческих толщин туманности в линиях последних серий к оптическим толщинам в соответствующих линиях основной серии будет порядка  $W$  (порядка отношения числа атомов, поглощающих субординатные и основную серии). Таким образом туманность полностью поглотит излучение ядра в частотах лаймановской серии и вместо них излучит между прочим частоты бальмеровской серии, которую мы сможем наблюдать, так как эти частоты беспрепятственно пропускаются туманностью, т. е. не поглощаются вовсе.

Однако допущение, согласно которому энергия, излучаемая туманностью в бальмеровских частотах, берется из излучения ядра в отдельных лаймановских линиях, приводит к необходимости допустить, что температура ядер слишком высока, больше  $100\,000^\circ$ , между тем мы наверное знаем, что температура по крайней мере некоторых ядер должна быть порядка  $30\,000^\circ$ . Поэтому нужно допустить, что нейтральных атомов водорода в туманности так много, что ими поглощаются не только отдельные лаймановские частоты из спектра звезды, но также и непрерывный спектр ядра за границей лаймановской серии. При поглощении этих частот происходит фотоионизация водорода, а затем при рекомбинациях происходит каскадные переходы и излучаются линии бальмеровской, пашеновской и других серий.

Таким образом Занстра допускает, что оптическая толщина туманности за границей лаймановской серии больше единицы или по крайней мере не мала по сравнению с единицей. Отношение коэффициента поглощения в первых линиях лаймановской серии к коэффициенту поглощения сейчас же за границей серии имеет порядок  $10^4 - 10^5$ . Поэтому оптическая толщина в этих линиях должна быть при сделанном предположении тоже порядка  $10^4 - 10^5$  или больше, т. е. очень велика. Выяснив эти условия, которые имеются в туманности, проследим подробнее судьбу „ультрафиолетовых квантов“, ~~излучаемых~~ звездой, причем под ультрафиолетовыми квантами или  $L_c$  квантами будем в дальнейшем понимать кванты с частотами, большими частоты предела лаймановской серии.

$L_c$ -квант, излученный звездой, будет поглощен туманностью и произведет в нем ионизацию какого-нибудь водородного атома. Через некоторое время свободный электрон будет пленен каким-нибудь протоном. При этом имеются две возможности в результате такой рекомбинации: 1) электрон попадает непосредственно на самый глубокий уровень  $1S$  (первый уровень) и 2) электрон попадает в одно из возбужденных состояний. В первом случае будет излучен  $L_c$ -квант, и все начнется сначала. Во втором случае электрон совершает некоторую цепь переходов, последним звеном которой является переход на первый уровень. Диллюция излучения настолько сильна и плотность материи настолько мала, что эта цепь переходов не прерывается в огромном большинстве случаев. Последний переход в первое состояние сопровождается излучением некоторого кванта лаймановской серии. При этом возможны два случая:

1) Излучен квант первой линии лаймановской серии  $L_a$ . Этому очевидно должен предшествовать переход атома из какого-то высшего состояния во второе и, следовательно, излучение одного и только одного кванта бальмеровской серии или бальмеровского континуума, который покинет туманность. Однако согласно сделанным предположениям, оптическая толщина туманности в линии  $L_a$  настолько велика, что квант  $L_a$ , пройдя небольшое расстояние по туманности, вновь будет поглощен некоторым атомом, находящимся в нормальном состоянии. Этот атом окажется во втором состоянии и опять, вследствие отсутствия внешних возмущений, перейдет спонтанно в нормальное состояние, излучив  $L_a$ -квант. Таким образом фактически  $L_a$ -квант испытает только процессы рассеяния, и это будет продолжаться до тех пор, пока он не подойдет к внешней границе туманности и не уйдет наружу.

2) Излучается квант какой-либо другой линии лаймановской серии. Для простоты допустим, что это  $L_\beta$ -квант. В этой линии оптическая толщина тоже очень велика, и этот квант будет поглощен. Это поглощение будет связано с переходом некоторого атома из первого состояния в третье. Атом, находящийся в третьем состоянии, имеет две возможности: либо он совершит переход типа  $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ , излучив последовательно кванты  $H_a$  и  $L_a$ , или он непосредственно перейдет в первое состояние, излучив опять  $L_\beta$ -квант. В первом случае конечными продуктами являются квант  $H_a$ , уходящий из туманности, и квант  $L_a$ , который, рассеиваясь, будет диффундировать через туманность, как описано выше. Во втором случае излученный  $L_\beta$ -квант будет вновь поглощен, и опять мы будем стоять перед той же дилеммой. Таким образом история будет повторяться, и после большого числа поглощений и реэмиссии  $L_\beta$ -кванта вероятность остаться целым для него будет очень мала и, наоборот, вероятность того, что в конечном счете из него образуется пара  $H_a + L_a$ , равна единице.

Таким образом в обоих случаях (1) и (2) конечными продуктами являются один  $L_a$ -квант и один квант бальмеровской серии (включая континуум за границей этой серии). Легко видеть, что рассуждение наше может быть обобщено на те случаи, когда вместо  $L_\beta$ -кванта испускается  $L_\gamma$ -квант,  $L_\delta$ -квант и т. д.

Для нас сейчас важно, что из каждого кванта  $L_c$  после его поглощения получится либо: 1) опять квант  $L_c$ , либо 2) один квант  $L_a$  и один и только один бальмеровский квант.

Если оптическая толщина туманности за границей лаймановской серии велика по сравнению с единицей, то можно считать, что все  $L_c$ -кванты таким образом распадутся и вместо поглощенных  $L_c$ -квантов туманность излучит такое же количество  $L_a$ -квантов и столько же бальмеровских квантов.

Точно так же каждый квант, испущенный звездой в линиях  $L_\beta, L_\gamma, \dots$ , будет поглощен туманностью и тоже даст по одному кванту линии  $L_a$  и одному кванту бальмеровской серии.



Таково происхождение бальмеровских квантов, излучаемых туманностью. Число бальмеровских квантов, излучаемых туманностью, равно или меньше <sup>1)</sup> числа  $L_c$ -квантов, испускаемых центральной звездой за границей лаймановской серии <sup>2)</sup>.

На этой теореме основан предложенный Занстра метод определения цветовой температуры ядер планетарных туманностей. Раз число испускаемых туманностью квантов является нижней границей для числа  $L_c$ -квантов, испускаемых центральной звездой, то, сравнивая число квантов, испускаемых туманностью в бальмеровских линиях, с числом квантов, испускаемых звездой в видимой части спектра, мы фактически сравниваем некоторую нижнюю границу для интенсивности спектра ядра за границей лаймановской серии с интенсивностью спектра ядра в видимой области. А это приводит к определению нижней границы для температуры.

Если ядро излучает по закону Планка и  $r_*$  — его радиус, то полное количество  $N_c$  квантов  $L_c$ , испускаемых им в единицу времени, будет

$$N_c = 4\pi r_*^2 \cdot \frac{2\pi}{c^2} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi^2 r_*^2 k^3}{c^2 h^3} T^3 \int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1}, \quad (7.14)$$

где  $T$  — температура ядра,  $\nu_0$  — частота границы лаймановской серии и

$$x_0 = \frac{h\nu_0}{kT}. \quad (7.15)$$

С другой стороны, пусть  $E_i$  обозначает полное количество энергии, излучаемое в секунду всей туманностью в  $i$ -той бальмеровской линии. Пусть далее  $\left(\frac{\delta E_s}{\delta \nu}\right)_i$  будет полное количество энергии, излучаемое ядром в единицу времени в единичном интервале частот в том же месте спектра. Безразмерные отношения

$$A_i = \frac{E_i}{\nu_i \left(\frac{\delta E_s}{\delta \nu}\right)_i} \quad (7.16)$$

могут быть непосредственно определены из наблюдений. Но

$$\left(\frac{\delta E_s}{\delta \nu}\right)_i = 8\pi^2 r_*^2 \frac{h\nu_i^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_i}{kT}} - 1}, \quad (7.17)$$

<sup>1)</sup> Меньше в том случае, когда не все кванты  $L_c$  трансформировались в туманности.

<sup>2)</sup> Числом квантов, испускаемых в линиях лаймановской серии, можно пренебречь по сравнению с числом квантов, испускаемых за границей этой серии.

и если обозначить через  $N_i$  число квантов, испускаемых туманностью в  $i$ -той бальмеровской линии, то по (7.16)

$$N_i = \frac{E_i}{h\nu_i} = \frac{1}{h} A_i \left( \frac{\delta E_s}{\delta \nu} \right)_i = \frac{8\pi^2 r_*^2}{c^2} \frac{\nu_i^3}{e^{\frac{h\nu_i}{kT}} - 1} A_i =$$

$$= \frac{8\pi^2 r_*^2 k^3}{c^2 h^3} T^3 \frac{x_i^3}{e^{x_i} - 1},$$

где

$$x_i = \frac{h\nu_i}{kT}.$$

По высказанной выше теореме мы можем написать:

$$N_c \geq \sum N_i$$

или по (7.14) и (7.17)

$$\frac{8\pi^2 r_*^2 k^3}{c^2 h^3} T^3 \int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} \geq \frac{8\pi^2 r_*^2 k^3}{c^2 h^3} T^3 \sum_i \frac{x_i^3}{e^{x_i} - 1} A_i$$

т. е.

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} \geq \sum_i A_i \frac{x_i^3}{e^{x_i} - 1}. \quad (7.18)$$

В правой части суммирование нужно распространить и на непрерывный спектр туманности за границей бальмеровской серии. Но если его отбросить, неравенство только усилится, и рассмотрение равенства даст нам лишь нижнюю границу для температуры ядра, входящей в  $x_0$  и  $x_i$ . Решать неравенство (7.18) можно методом проб. Подставляя разные  $T$  и вычисляя  $x_0$  и  $x_i$ , находим, при каком значении  $T$  будет иметь место знак равенства. Это будет нижняя граница температуры ядра. Таблицы, облегчающие решение этой задачи, даны в мемуаре Занстра <sup>1)</sup>.

Ниже мы приводим полученные Занстра по этому методу, на основании собственных измерений величин  $A_i$ , значения нижних границ для температур ядер:

№ 61	6543	39 000°
"	6572	40 000°
"	7069	55 000°

Метод совершенно нечувствителен к небольшим ошибкам в определении  $A_i$ , так как по существу сравниваются между собой два весьма далеких участка спектра ядра и в этом его преимущество.

Поскольку спектр ионизованного гелия имеет ту же структуру, что и спектр водорода, то построенная выше теория

<sup>1)</sup> H. Zanstra, Publ. Dom. Astroph. Obs. 4, 209, 1931.

ри и для линий ионизованного водорода. Был сделан ряд определений температуры ядер по этим линиям, но получаемые при этом температуры систематически выше, чем „водородные температуры“. Так, для NGC 7009 Занстра получил 70 000' вместо 50 000° по водороду. Во многих случаях расхождение еще резче.

В этом ничего противоречащего теории Занстра нет. Придется лишь принять, что благодаря высокой степени ионизации водорода не вся энергия, излучаемая за границей лаймановской серии, поглощается туманностью, а только небольшая часть. Поэтому получаемая нижняя граница значительно ниже действительной температуры. С другой стороны, возможна и такая гипотеза, что кривая распределения энергии в спектре водорода сильно уклоняется от закона Планка, и поэтому понятие средней температуры не имеет однозначного смысла.

**7. Относительные интенсивности бальмеровских линий.** Выше говорилось, что туманность, вообще, прозрачна по отношению к излучению субординатных серий. Поэтому наблюдаемые нами интенсивности линий этих серий дают нам возможность судить о полном числе соответствующих переходов, совершающихся в туманности в единицу времени. Поскольку бальмеровская серия является тоже субординатной, то считают, что это относится и к ней. Правда, мы увидим в дальнейшем, что для некоторых линий бальмеровской серии возникают сомнения в полной прозрачности туманности. Допустим пока, что туманность прозрачна и к бальмеровским линиям. Тогда можно поставить вопрос о теоретическом вычислении относительных интенсивностей, т. е. отношений чисел разных переходов во второе состояние в единицу времени, когда этот спектр излучается в результате рекомбинаций и последующих каскадных переходов.

Полное число пленений электронов протонами в единице объема и в единицу времени на  $l$ -тый уровень равно по Ганту (Gaunt) <sup>1)</sup>:

$$n_i n_e C(l, T_e) = n_i n_e \frac{2^9 \cdot \pi^5}{(6\pi)^{3/2}} \frac{\epsilon^{10}}{m^2 c^3 h^3} \left(\frac{m}{kT_e}\right)^{3/2} \frac{1}{l^3} e^{\frac{\chi_l}{kT}} E_i \left(\frac{\chi_l}{kT_e}\right), \quad (7.19)$$

где  $n_i$  и  $n_e$  — соответственно числа протонов и электронов в единице объема,  $m$  — масса электрона,  $T_e$  — температура электронного газа и  $\chi_l$  — потенциал ионизации в  $l$ -том состоянии.

Напишем условия стационарности, выражающие, что числа атомов в каждом из возбужденных уровней остаются постоянными.

Число атомов, уходящих в единицу времени из состояния  $l$ , очевидно, равно

$$n_l \sum_{s=1}^{l-1} A_{l \rightarrow s}$$

<sup>1)</sup> Gaunt, Philos. Trans. 229 A, 200, 1929. См. также Cillié, Montly Notices, 92, 823, 1932.

где  $n_l$  — число атомов в состоянии  $l$  в единице объема, а  $A_{l \rightarrow s}$  — коэффициент вероятности спонтанного перехода в состояние  $s$ . В самом деле, из состояния  $l$ , в условиях туманности, никакие другие переходы невозможны, кроме спонтанных переходов в нижележащие уровни. С другой стороны, число атомов, переходящих в состояние  $l$ , составляется, во-первых, из числа атомов, переходящих спонтанно из вышележащих дискретных уровней, во-вторых, из числа  $n_i n_e C(l, T_e)$  рекомбинаций непосредственно на уровень  $l$  и, наконец, из числа переходов из первого уровня под влиянием поглощения соответствующей лаймановской линии. Итак, в единицу времени в состояние  $l$  переходит атомов

$$\sum_{s=l+1}^{\infty} n_s A_{s \rightarrow l} + n_i n_e C(l, T_e) + B_{1 \rightarrow l} \varrho_{1l} n_1,$$

где  $\varrho_{1l}$  — плотность излучения в частоте, соответствующей переходу  $1 \rightarrow l$ . Условие стационарности выражается в равенстве числа переходящих в состояние  $l$  атомов числу атомов, переходящих из этого состояния в другие:

$$n_l \sum_{s=1}^{l-1} A_{l \rightarrow s} - \sum_{s=l+1}^{\infty} n_s A_{s \rightarrow l} = n_i n_e C(l, T_e) + B_{1 \rightarrow l} \varrho_{1l} n_1 \quad (7.20)$$

( $l=2, 3, \dots$ ).

Однако мы знаем, что все кванты, излучаемые в той или иной линии лаймановской серии, сейчас же поглощаются. Следовательно полное число переходов  $l \rightarrow 1$  почти точно равно числу переходов  $1 \rightarrow l$ .

Поэтому в дополнение к (7.20) имеем:

$$n_l A_{l \rightarrow 1} = n_1 B_{1 \rightarrow l} \varrho_{1l}. \quad (7.21)$$

Вычитая (7.21) из (7.20), находим:

$$n_l \sum_{s=2}^{l-1} A_{l \rightarrow s} - \sum_{s=l+1}^{\infty} n_s A_{s \rightarrow l} = n_i n_e C(l, T_e) \quad (l=3, 4, 5). \quad (7.22)$$

В этой системе уравнений мы можем рассматривать в качестве неизвестных отношения  $\frac{n_l}{n_i n_e}$ . В правой части  $C(l, T_e)$  определяются формулой (7.19), если только задать  $T_e$ . Практически бесконечную систему уравнений (7.22) заменяют системой из конечного числа уравнений с конечным числом переменных. Так, Силлие <sup>1)</sup> пренебрег всеми  $n_l$ , начиная с  $l=15$ . Тогда получилось 12 уравнений, которые можно было решать численно для разных значений температуры  $T_e$ , так как соответ-

<sup>1)</sup> Cillie, Monthly Notices, 96, 771, 1936.

ствующие коэффициенты спонтанных переходов были вычислены Менцелом и Пекерисом (Pekeris) <sup>1)</sup>. Так, можно было узнать значения  $\frac{n_l}{n_i n_e}$ , т. е. по существу сами величины  $n_l$  с точностью до постоянного множителя. Количество энергии, излучаемое единицей объема в линии, соответствующей переходу  $l \rightarrow 2$ , равно:

$$E_l = n_e A_{l \rightarrow 2} h \nu_{l2}. \quad (7.23)$$

Полное количество энергии, излучаемое туманностью в этой линии, будет поэтому равно

$$A_{l \rightarrow 2} h \nu_{l2} \int n_l dV, \quad (7.24)$$

где интегрирование распространено на объем туманности. Это выражение можно переписать в виде:

$$A_{l \rightarrow 2} h \nu_{l2} \frac{n_l}{n_i n_e} \int n_i n_e dV,$$

так как отношение  $\frac{n_l}{n_i n_e}$  зависит только от температуры и не меняется значительно в туманности, а следовательно может быть вынесено за знак интеграла. Так как  $\frac{n_l}{n_i n_e}$  получается из решения нашей системы уравнений (7.22), то мы таким образом можем узнать интенсивности всех балмеровских линий при данном  $T_e$  с точностью до постоянного множителя. Результаты вычислений для  $T_e$ , равных 1000, 10 000 и 50 000°, приведены в таблице 11, где интенсивность  $H_\beta$  принята каждый раз за единицу:

Таблица 11

	$T_e = 1000^\circ$	$T_e = 10\,000^\circ$	$T_e = 50\,000^\circ$
$H_\alpha$	—	2,78	3,01
$H_\beta$	1,00	1,00	1,00
$H_\gamma$	0,54	0,50	0,47
$H_\delta$	0,33	0,29	0,25
$H_\epsilon$	0,22	0,180	0,154
$H_\zeta$	0,158	0,120	0,099

Мы видим, что зависимость теоретических относительных интенсивностей от температуры весьма слаба и можно считать, что практически это отношение интенсивностей (так называе-

<sup>1)</sup> Menzel and Pekeris, M. N. 96, 77, 1936.

мый бальмеровский декремент) для всех туманностей должно быть одинаковым. В таблице 12 даются наблюдаемые относительные интенсивности для ряда планетарных туманностей.

Таблица 12

Наблюдаемые относительные интенсивности бальмеровских линий в планетарных туманностях <sup>1)</sup>

Туманность	NGC	NGC	NGC	IC	NGC	NGC	NGC
Линия	7027	7662	6818	3568	7009	6572	6833
$H_{\beta}$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$H_{\gamma}$	0,35	0,42	0,45	0,50	0,44	0,45	0,49
$H_{\delta}$	0,13	0,20	0,18	0,24	0,22	0,23	0,22
$H_{\epsilon}$	0,08	0,10	0,10	0,14	0,13	0,16	0,12
$H_{\zeta}$	0,06	0,08	—	0,10	0,22	0,12	0,07

Хотя приведенные относительные интенсивности довольно близки к теоретическим, все же между отдельными туманностями имеются расхождения, которые превосходят теоретические отклонения, возможные вследствие разности температур свободных электронов. Кроме того характерно, что наблюдаемые отношения интенсивностей отклоняются от теоретических всегда в одну и ту же сторону, а именно: наблюдаемые отношения  $\frac{H_{\gamma}}{H_{\beta}}$  всегда меньше теоретических. В связи с этим было указано <sup>2)</sup>, что влияние селективного поглощения в межзвездном пространстве даст как раз такой эффект. Оказалось, что имеет место корреляция между отношением  $\frac{H_{\gamma}}{H_{\delta}}$  и галактической широтой туманности. Берман произвел анализ большого числа наблюдений и показал, что величина отклонения от теории не связана с характером спектра туманности, т. е. с ее природой, но зато коррелирована с расстоянием туманности до нас. Оказалось возможным исключить влияние селективного поглощения, после чего для трех групп туманностей, отличающихся друг от друга различной интенсивностью линии  $N_2$ , получились средние результаты, приведенные в таблице 13.

Надо считать, что сходжение результатов как между собой, так и с предсказанными теорией блестящее, тем более, что при построении теории не была учтена разница между уровнями с разными азимутальными квантовыми числами.

Следует отметить, что и наблюдаемое отношение интенсивности непрерывного спектра за границей бальмеровской серии

<sup>1)</sup> L. Bermaп, M. N., 96, 891, 1936.

<sup>2)</sup> Г. А. Шайн, Циркуляры Пулковской обсерватории № 11, 8, 1934.

интенсивности  $H_\beta$  <sup>1)</sup> отклоняется от очевидного теоретического значения

$$\frac{n_i n_e C(T_e, \lambda) h \nu_c}{n_4 A_{4 \rightarrow 2} h \nu_{42}}$$

(где  $\nu_c$  — средняя частота этого непрерывного спектра) в ту же сторону, т. е. наблюдаемое отношение больше. Здесь, конечно, селективное поглощение в пространстве тоже несомненно играет некоторую роль. Однако наблюдательные данные пока не очень надежны. В частности дело усложняется наличием, по крайней мере у некоторых планетарных туманностей, непрерывного спектра совершенно неизвестного происхождения в обычных визуальных областях спектра. Все же можно считать, что теория в общем правильно предсказывает значения бальмеровского инкремента в туманностях, но остается неясным ряд частных.

Таблица 13

	I группа 8 туманностей	II группа 13 туманностей	III группа 17 туманностей
$N_2$	4,37	2,91	1,81
$H_\alpha$	3,9	—	2,77
$H_\beta$	1,00	1,00	1,00
$H_\gamma$	0,45	0,48	0,50
$H_\delta$	0,21	0,24	0,26
$H_\epsilon$	0,13	0,14	0,18

**8. Накопление атомов в метастабильных состояниях.** В предыдущем изложении мы не касались такого фундаментального вопроса, как теоретическое объяснение факта большой относительной интенсивности запрещенных линий в туманностях. Оказывается, что в туманностях может происходить довольно сильное накопление атомов в метастабильных состояниях. Рассмотрим для примера атом, который может находиться в трех квантовых состояниях, и пусть второе состояние будет метастабильно, т. е. пусть вероятность перехода  $2 \rightarrow 1$  будет весьма мала по сравнению с вероятностями переходов  $3 \rightarrow 1$  и  $3 \rightarrow 2$ . Напишем условия стационарности чисел атомов, находящихся в единице объема в первом и в третьем состояниях:

$$\begin{aligned} & B_{1 \rightarrow 2} \left( n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) \varrho_{12} + \\ & + B_{1 \rightarrow 3} \left( n_1 - \frac{g_1}{g_3} n_3 \right) \varrho_{13} - n_2 \frac{g_1}{g_2} B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12} - n_3 \frac{g_1}{g_3} B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} = 0 \quad (7.25) \\ & B_{1 \rightarrow 3} \left( n_1 - \frac{g_1}{g_3} n_3 \right) \varrho_{13} + \\ & + B_{2 \rightarrow 3} \left( n_2 - \frac{g_2}{g_3} n_3 \right) \varrho_{23} - n_3 \left\{ \frac{g_1}{g_3} B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} + \frac{g_2}{g_3} B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23} \right\} = 0, \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Page, M. N., 96, 604, 1936.

где вместо эйнштейновских коэффициентов  $A_{i \rightarrow k}$  и коэффициентов отрицательного поглощения введены их значения, выраженные через  $B_{i \rightarrow k}$ . Вводя опять

$$\bar{q}_{ik} = \frac{q_{ik}}{\sigma_{ik}}, \quad (7.26)$$

мы можем эти уравнения переписать в виде:

$$\begin{aligned} & B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12} \bar{q}_{12} + B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} \bar{q}_{13} = \\ & = \frac{g_1}{g_2} B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12} (1 + \bar{q}_{12}) \frac{n_2}{n_1} + \frac{g_1}{g_3} B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} (1 + \bar{q}_{13}) \frac{n_3}{n_1} \quad (7.27) \\ & B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} \bar{q}_{13} = -B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23} \bar{q}_{23} \frac{n_2}{n_1} + \\ & + \left[ \frac{g_1}{g_3} B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} (1 + \bar{q}_{13}) + \frac{g_2}{g_3} B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23} (1 + \bar{q}_{23}) \right] \frac{n_3}{n_1}. \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений, находим:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12} \bar{q}_{12} [g_1 B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} (1 + \bar{q}_{13}) + g_2 B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23} (1 + \bar{q}_{23})] + g_2 B_{1 \rightarrow 3} B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{13} \sigma_{23} \bar{q}_{13} (1 + \bar{q}_{23})}{g_2 B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12} (1 + \bar{q}_{12}) [g_1 B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} (1 + \bar{q}_{13}) + g_2 B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23} (1 + \bar{q}_{23})] + g_1 B_{1 \rightarrow 3} B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{13} \sigma_{23} \bar{q}_{13} (1 + \bar{q}_{12})} \quad (7.28)$$

Согласно (7.9), величины  $\bar{q}_{ik}$  содержат множитель  $W$  — очень малую величину. С другой стороны, мы допускаем, что  $B_{1 \rightarrow 2}$  очень мало по сравнению с  $B_{1 \rightarrow 3}$  и  $B_{2 \rightarrow 3}$ . Отбросим поэтому в числителе и знаменателе все члены, квадратичные по отношению к величинам:  $\bar{q}_{ik}$  и  $B_{1 \rightarrow 2}$ . Тогда (7.28) упростится:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2 B_{1 \rightarrow 3} B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{13} \sigma_{23} \bar{q}_{13}}{\frac{g_1}{g_2} B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12} (g_1 B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} + g_2 B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23}) + g_1 B_{1 \rightarrow 3} B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{13} \sigma_{23} \bar{q}_{13}}. \quad (7.29)$$

В выражении (7.28) первое слагаемое числителя соответствовало прямым переходам  $1 \rightarrow 2$ , а второе — переходам типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ . Поэтому отбрасывание первого слагаемого эквивалентно пренебрежению прямыми переходами и признанию того, что в метастабильное состояние атомы попадают, только перейдя предварительно в более высокие состояния.

Деля и числитель и знаменатель выражения (7.29) на  $B_{1 \rightarrow 3} B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{13} \sigma_{23}$ , мы находим:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2 \bar{q}_{13}}{\frac{g_1}{g_2} \frac{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}}{B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23}} + g_1 \frac{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}}{B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13}} + g_1 \bar{q}_{23}} \quad (7.30)$$

В знаменателе этого выражения мы имеем сумму трех малых отвлеченных величин. Из них первые две одного порядка. Но  $\bar{q}_{23}$  может иметь другой порядок малости. Поэтому разберем здесь два возможных случая.



1. Пусть  $W$  настолько мало, что  $\bar{\varrho}_{23} \ll \frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{1 \rightarrow 3}}, \frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{2 \rightarrow 3}}$ . В этом случае последним членом в знаменателе можно пренебречь, и мы имеем:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{W}{\frac{g_1}{g_2} \frac{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}}{B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23}} + \frac{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}}{B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13}} e^{\frac{h\nu_{13}}{kT^*}} - 1}. \quad (7.31)$$

Мы видим, что  $\frac{n_2}{n_1}$  не есть малая величина порядка  $W$ , а получается в результате деления  $W$  на малую величину порядка  $\frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{1 \rightarrow 3}}$ . Таким образом малость  $\frac{n_2}{n_1}$  зависит от степени запрещенности перехода  $1 \rightarrow 2$ , и чем более строго запрещен переход, тем больше  $\frac{n_2}{n_1}$ . Так например, когда  $B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23} = B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13}$  и  $g_1 = g_2$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13}}{2B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}} \frac{W}{e^{\frac{h\nu_{13}}{kT^*}} - 1}. \quad (7.32)$$

Рассмотрим для сравнения, с другой стороны, в отличие от предыдущего, случай, когда второй уровень не метастабилен (обычный возбужденный уровень). Тогда мы опять можем применить формулу (7.28), при выводе которой мы не делали предположения о малости  $B_{1 \rightarrow 2}$ . Пренебрегая в этой формуле величинами, содержащими квадраты  $W$ , найдем:

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)_0 = \frac{g_2}{g_1} \bar{\varrho}_{12} + \frac{g_2}{g_1} \frac{\bar{\varrho}_{13}}{\frac{g_1}{g_2} \frac{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}}{B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23}} + \frac{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}}{B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13}}}, \quad (7.33)$$

где значок 0 обозначает, что выражение относится к тому случаю, когда второе состояние не метастабильно. Рассмотрим такой частный пример:  $g_1 = g_2$ ;  $B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12} = B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13} = B_{2 \rightarrow 3} \sigma_{23}$ .

Тогда

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)_0 = \frac{W}{e^{\frac{h\nu_{13}}{kT^*}} - 1} + \frac{1}{2} \frac{W}{e^{\frac{h\nu_{13}}{kT^*}} - 1}. \quad (7.34)$$

Мы видим, что отношение  $\frac{n_2}{n_1}$  в случае метастабильного состояния превосходит примерно в  $\frac{B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13}}{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}}$  раз это отношение для случая обыкновенного возбужденного состояния. Но отношение  $\frac{B_{1 \rightarrow 3} \sigma_{13}}{B_{1 \rightarrow 2} \sigma_{12}}$  есть отношение продолжительностей жизни для метастабильного состояния и обыкновенного состояния или отношение вероятностей спонтанных переходов дозволенного и запрещенного. Поэтому мы заключаем, что в рассматриваемом нами случае число атомов в метастабильном состоянии во столько

раз больше числа атомов в возбужденном состоянии, во сколько раз вероятность спонтанного перехода из этого метастабильного состояния меньше вероятности спонтанного перехода из „обыкновенного“ состояния. Значит, произведение числа атомов на вероятность спонтанного перехода будет одного порядка как для метастабильного, так и для обыкновенного состояний. Следовательно интенсивности запрещенных линий в рассматриваемом случае достигают того же порядка, что и интенсивности разрешенных линий.

II. Рассмотрим другой предельный случай, когда  $\bar{e}_{23} \gg \frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{2 \rightarrow 3}}, \frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{1 \rightarrow 3}}$ . Тогда мы можем пренебречь в знаменателе формулы (7.30) первыми двумя членами и

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{\bar{e}_{13}}{\bar{e}_{23}} = \frac{g_2}{g_1} \frac{e^{\frac{h\nu_{13}}{kT}} - 1}{e^{\frac{h\nu_{23}}{kT}} - 1}. \quad (7.35)$$

Но если  $h\nu_{13} > kT$  и  $h\nu_{23} > kT$ , что очень часто случается, то

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu_{13}}{kT}}. \quad (7.36)$$

Таким образом в рассматриваемом случае имеет место формула Больцманна. В этом случае число атомов в метастабильном состоянии будет по порядку величины равно числу атомов в обычном возбужденном состоянии, деленному на  $W$  [см. (7.34)]. Интенсивность запрещенной линии будет равна интенсивности разрешенной линии, умноженной на фактор порядка  $\frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{1 \rightarrow 3}} \frac{1}{W}$ . Но

так как по условию в этом случае  $W \gg \frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{1 \rightarrow 3}}$ , то интенсивность запрещенных линий будет мала по сравнению с интенсивностью разрешенных линий. Этот второй случай требует необычайно большой продолжительности метастабильных состояний. Продолжительность обычного возбужденного состояния  $10^{-8}$  сек. Для того чтобы было  $\frac{B_{1 \rightarrow 2}}{B_{1 \rightarrow 3}} \ll W$ , надо даже при  $W = 10^{-12}$ , чтобы продолжительность жизни в метастабильном состоянии была порядка одного дня и выше.

Физический смысл разницы между случаями I и II заключается в следующем: первые два члена в знаменателе формулы (7.30) соответствуют запрещенным переходам  $2 \rightarrow 1$ , а третий — переходам из метастабильного состояния вверх ( $2 \rightarrow 3$ ). В первом случае запрещенные переходы преобладают, и запрещенная линия видна в полной силе. Во втором преобладают переходы  $2 \rightarrow 3$ , так как вследствие огромной продолжительности жизни метастабильного состояния атомы в этом состоянии „усиивают“ поглощения кванта  $2 \rightarrow 3$  и переходят вверх. Второй случай может встречаться там, где  $W$  сравнительно велико.

Могут возразить, что на самом деле в туманностях возбуждение совершается не путем переходов из первого состояния в дискретные состояния, но путем фотоионизации. Но в случае фотоионизации мы можем рассматривать ионизованное состояние как одно состояние с очень большим весом  $g_2$  и спектр ионизации за границей основной серии атома как одну весьма широкую полосу. Поэтому результаты останутся приблизительно теми же.

Поскольку в случае планетарных туманностей  $W$  порядка  $10^{-13}$ , то вероятно почти все метастабильные состояния удовлетворяют условиям первого случая. Надо лишь думать, что состояние  $2^3S$  гелия обладает настолько большой продолжительностью жизни, что может быть оно подходит ко второму из рассмотренных случаев. В самом деле, ниже уровня  $2^3S$  находится только уровень  $1^1S$ . Переход  $1^1S-2^3S$  запрещен двумя весьма строгими правилами отбора: как переход  $S \rightarrow S$  и как интеркомбинация триплетов с сингuleтами. Возможно, что продолжительность жизни атома в состоянии  $2^3S$  измеряется днями и неделями.

В случае же больших  $W$  (например, кометы близ перигелия) почти все метастабильные состояния относятся ко второй категории, и запрещенные линии не должны наблюдаться, как очень интенсивные.

Наоборот, чем больше дилуция излучения, тем больший процент запрещенных линий достигает интенсивности, сравнимой с интенсивностью разрешенных линий того же атома или иона. Рассмотренный процесс возбуждения запрещенных линий можно назвать опять процессом флуоресценции. Однако, несомненно, в туманностях должен существовать и другой механизм возбуждения запрещенных линий, о чем можно заключить из следующего факта.

Так же, как и в случае водородного атома, каждый квант, поглощенный за границей главной серии всякого атома или иона, может дать начало не больше чем одному кванту какой-нибудь серии. Следовательно, если предположить, что линии  $N_1$  и  $N_2$  дважды ионизованного кислорода образовались в результате подобного рода флуоресценции, то число квантов, излучаемых ядром за частотой ионизации  $O^{++}$ , должно быть больше, чем число квантов, излучаемых туманностью в дублете  $N_1-N_2$ . Между тем, энергия ионизации  $O^{++}$ , почти точно равна энергии ионизации  $He^+$ . Поэтому, благодаря большому обилию атомов гелия, ионы  $He^+$  должны были бы поглотить за границей своей основной серии не меньше, чем ионы  $O^{++}$ . В результате линии  $He^+$  должны были бы обладать интенсивностью не меньшей, чем  $N_1$  и  $N_2$  или, по крайней мере, того же порядка. На самом деле в ряде планетарных туманностей линии  $He^+$  почти незаметны, и то время как линии  $N_1$  и  $N_2$  являются наиболее интенсивными. Нет ни одной туманности, в которой бы самая яркая из линий  $He^+$   $\lambda$  4686 хотя бы приблизилась по яркости к этим главным

небулярным линиям. Поэтому нужно думать, что температура ядер не настолько велика, чтобы их излучения за частотой ионизации  $O^{++}$  было бы достаточно для создания  $N_1$  и  $N_2$ .

В этом важном случае запрещенных линий действует другой механизм возбуждения. Он заключается в столкновениях атомов  $O^{++}$  со свободными электронами туманности.

Дело в том, что потенциалы возбуждения метастабильных уровней, с которыми бывают связаны небулярные линии, невелики. Так, для уровня  $^1D_2$  иона  $O^{++}$ , откуда излучается дублет  $N_1 - N_2$ , этот потенциал равен 2,5 V. Следовательно, значительный процент электронов туманности может обладать энергией, достаточной для возбуждения этого уровня. Правда, плотность материи мала, и поэтому столкновения редки. Они слишком редки для того, чтобы происходило „гашение“ запрещенных линий, т. е. метастабильный атом за время своей жизни (в течение даже десятков секунд) не успевает претерпевать столкновений со свободными электронами. Но все же столкновения происходят достаточно часто, чтобы возбуждать нормальные ионы, ибо продолжительность пребывания в нормальном состоянии для ионов  $O^{++}$  очень велика (порядка недель). Таким образом процесс очень прост. Атомы переходят из нормального состояния в метастабильное под влиянием столкновения, а обратно переходят спонтанно, излучая запрещенную линию.

Число атомов, переходящих из нормального состояния под влиянием столкновения в метастабильное, в единице объема в единицу времени равно  $b_{12}n_1$ ; число обратных переходов равно  $(A_{2-1} + a_{21})n_2$ , где  $A_{2-1}$  — коэффициент вероятности спонтанного перехода, сопровождаемого излучением, а  $a_{21}$  есть вероятность перехода в нормальное состояние под влиянием столкновения (удары второго рода). Условие стационарности поэтому дает:

$$b_{12}n_1 - (A_{2-1} + a_{21})n_2 = 0. \quad (7.37)$$

Величины  $b_{12}$  и  $a_{21}$  зависят от плотности свободных электронов и распределения их плотностей. Очевидно, что для случая термодинамического равновесия принцип детального равновесия дает

$$\frac{b_{12}}{a_{21}} = \frac{n_2}{n_1} \left( \frac{g_2}{g_1} \right) e^{-\frac{h\nu_{12}}{kT}}. \quad (7.38)$$

Если считать, что в туманности распределение электронов максвелловское, то это соотношение между  $b_{12}$  и  $a_{21}$  останется в силе, ибо отношение  $\frac{b_{12}}{a_{21}}$  зависит только от относительного распределения скоростей. Поэтому в этом предположении из (7.37) получим:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{a_{21}}{A_{2-1} + a_{21}} e^{-\frac{h\nu_{12}}{kT}}. \quad (7.39)$$

Когда  $a_{21} \gg A_{2 \rightarrow 1}$  — мы получим формулу Больцманна для  $\frac{n_2}{n_1}$ . Однако это неравенство означает преобладание вынужденных переходов  $2 \rightarrow 1$  над спонтанными и приведет к ослаблению небулярных линий. На самом деле, вследствие малой плотности, имеет место обратное соотношение. Поэтому

$$n_2 = \frac{g_2}{g_1} \frac{a_{21}}{A_{2 \rightarrow 1}} e^{-\frac{h\nu_{12}}{kT}} n_1. \quad (7.40)$$

Для интенсивности линии получаем:

$$E_{21} = n_2 A_{2 \rightarrow 1} h\nu_{12} = \frac{g_2}{g_1} a_{21} e^{-\frac{h\nu_{12}}{kT}} h\nu_{12} \cdot n_1 \quad (7.41)$$

или просто на основании (7.38):

$$E_{21} = b_{12} h\nu_{12} \cdot n_1. \quad (7.42)$$

Мы можем поэтому сказать: при малой плотности, когда  $a_{21} \ll A_{2 \rightarrow 1}$ , интенсивность запрещенной линии зависит только от числа возбуждений под влиянием столкновений.

Представляет интерес то обстоятельство, что у иона  $O^{++}$  имеется и другое метастабильное состояние  ${}^1S_0$  с более высоким потенциалом возбуждения 5,3 V. Аналогично (7.37), теперь для трех состояний 1, 2, 3 будем иметь:

$$\begin{aligned} b_{12}n_1 + (A_{3 \rightarrow 2} + a_{32})n_3 - (A_{2 \rightarrow 1} + a_{21} + b_{23})n_2 &= 0 \\ b_{13}n_1 + b_{23}n_2 - (A_{3 \rightarrow 2} + a_{31} + a_{32})n_3 &= 0, \end{aligned} \quad (7.43)$$

так как возбуждение третьего состояния происходит опять в результате столкновений. Переходы из более высоких состояний в более низкие возможны как вследствие столкновений, так и путем спонтанного излучения. В частности, при переходе  $3 \rightarrow 2$  излучается запрещенная линия  $\lambda$  4363. Мы пренебрегли в (7.43) спонтанными переходами  $3 \rightarrow 1$ , так как вычисление вероятностей перехода показывает, что  $A_{3 \rightarrow 1}$  очень мало по сравнению с  $A_{3 \rightarrow 2}$ . Решая (7.43), находим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_2}{n_1} &= \frac{b_{12}(A_{3 \rightarrow 2} + a_{31} + a_{32}) + b_{13}(A_{3 \rightarrow 2} + a_{32})}{(A_{2 \rightarrow 1} + a_{21})(A_{3 \rightarrow 2} + a_{31} + a_{32}) + b_{23}a_{31}} \\ \frac{n_3}{n_1} &= \frac{b_{12}b_{23} + b_{13}(A_{2 \rightarrow 1} + a_{21} + b_{23})}{(A_{2 \rightarrow 1} + a_{21})(A_{3 \rightarrow 2} + a_{31} + a_{32}) + b_{23}a_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (7.44)$$

В условиях планетарной туманности, когда  $a_{21}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{31}$ ,  $b_{23}$  малы по сравнению с вероятностями спонтанных переходов, имеем:

$$\left. \begin{aligned} n_2 &= \frac{b_{12} + b_{13}}{A_{2 \rightarrow 1}} n_1 \\ n_3 &= \frac{b_{13}}{A_{3 \rightarrow 2}} n_1 \end{aligned} \right\} \quad (7.45)$$

Поэтому интенсивность излучения будет равна

$$\left. \begin{aligned} E_{21} &= (b_{12} + b_{13}) n_1 h \nu_{12} \\ E_{32} &= b_{13} n_1 h \nu_{23}, \end{aligned} \right\} \quad (7.46)$$

Для отношения интенсивностей той и другой линии имеем:

$$\frac{E_{21}}{E_{32}} = \frac{\nu_{12}}{\nu_{23}} \left( 1 + \frac{b_{12}}{b_{13}} \right). \quad (7.47)$$

У ряда наблюдаемых туманностей это отношение порядка 30. Следовательно, и отношение  $\frac{b_{12}}{b_{13}}$  порядка 30. Между тем

$$\frac{b_{12}}{b_{13}} = \frac{g_2}{g_3} \frac{a_{21}}{a_{31}} e^{\frac{h\nu_{23}}{kT}}. \quad (7.48)$$

Отношение  $\frac{g_2}{g_3} \frac{a_{21}}{a_{31}}$  должно быть порядка единицы, так как  $a_{21}$  и  $a_{31}$  суть вероятности супер-эластических столкновений, причем в таком столкновении могут участвовать электроны любой скорости. Поэтому по порядку величины

$$\frac{b_{12}}{b_{13}} = e^{\frac{h\nu_{23}}{kT}},$$

и мы получаем возможность, вычислив на основании (7.47)  $\frac{b_{12}}{b_{13}}$ , из наблюдаемого отношения интенсивностей судить о температуре. Например, когда отношение это порядка 30, температура свободных электронов будет порядка  $7000^\circ$ . Впрочем, возможно, что распределение скоростей электронов отличается от максвелловского и было бы преждевременно делать отсюда какие-нибудь выводы. Но несомненно, что „температура“ электронного газа в туманности значительно ниже температуры центральной звезды.

### 9. Определение температур ядер туманностей по линиям „небулия“.

Развитое выше представление о возбуждении запрещенных линий с помощью электронных ударов дало возможность Занстра построить еще один метод определения температур ядер туманностей. Основа этого метода заключается в том, что кинетическая энергия электронов, идущая на возбуждение метастабильных состояний путем электронных ударов, берется в конечном счете из ультрафиолетового излучения звезды. В самом деле, ультрафиолетовое излучение за границей лаймановской серии ионизует атомы водорода и не только отрывает электрон от протона, но также придает ему некоторую кинетическую энергию. Часть этой кинетической энергии, получаемой в единицу времени отрываемыми электронами, идет на возбуждения, происходящие в ту же единицу времени. Конечно, электроны, отрываемые от других атомов и ионов, также возбуждают свечение запрещенных линий, однако все сорта нейтральных атомов и ионов, которые имеются в туманности хоть в сколько-

нибудь значительном количестве, имеют потенциал ионизации больший, чем потенциал ионизации водорода, почему и в этом случае энергия берется за счет той части спектра ядра, которая лежит за границей лаймановской серии водорода.

Полное количество энергии, излучаемое звездой за границей лаймановской серии, равно:

$$E_{ul} = \frac{8\pi^2 r^2 \hbar}{c^2} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi^2 r^2 k^4 T^4}{c^3 h^3} \int_{x_0}^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}.$$

Так как из энергии кванта  $h\nu$  только энергия  $h\nu_0$  тратится на ионизацию, то из этого количества  $E$  на отрыв электронов может быть потрачено:

$$h\nu_0 \cdot \frac{8\pi^2 r^2}{c^2} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = h\nu_0 \frac{8\pi^2 r^2 k^3}{c^2 h^3} T^3 \int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}.$$

В кинетическую энергию электронов в единицу времени превращается поэтому

$$E_f = \frac{8\pi^2 r^2 k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 (x - x_0)}{e^x - 1} dx. \quad (7.49)$$

Часть этой энергии идет на возбуждение линий „небулия“. Но энергия, излучаемая в этих линиях, равна

$$\frac{8\pi^2 r^2 \hbar}{c^2} \sum \frac{\nu_i^4 A_i}{e^{\frac{h\nu_i}{kT}} - 1} = \frac{8\pi^2 r^2 k^4}{c^2 h^3} T^4 \sum \frac{x_i^4}{e^{x_i} - 1} A_i, \quad (7.50)$$

где  $A_i$  — коэффициенты, определяемые из наблюдений согласно формуле (7.16). Суммирование ведется по всем запрещенным линиям, которые возбуждаются в результате столкновений с электронами. Так как энергия, затрачиваемая на возбуждение, не может превосходить кинетическую энергию, приобретаемую электронами, то, сравнивая (7.49) и (7.50), находим:

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 (x - x_0) dx}{e^x - 1} \gg \sum \frac{x_i^4}{e^{x_i} - 1} A_i. \quad (7.51)$$

Здесь неизвестной является температура  $T$ , которая входит как в  $x_0$ , так и в  $x_i$ . Решая это неравенство, находим некоторую нижнюю границу для температуры.

Вот результаты определения этих нижних границ для трех туманностей:

NGC	6543	37 000°
NGC	6572	38 000°
NGC	7009	50 000°

Мы видим, что результаты, полученные по этому методу, довольно хорошо совпадают с результатами, полученными по водородным линиям. Быть может, такое близкое схождение результатов, получаемых по двум методам, связано с тем, что они являются не только нижними пределами, но и близки к истинным температурам.

Поскольку линии  $N_1$  и  $N_2$  обуславливают собой визуальную яркость туманности и вместе с тем, как мы видели, характеризуют некоторым образом интенсивность излучения за границей лаймановской серии, то, сравнивая эту визуальную яркость с фотографической яркостью ядра, также можно получить представление о температуре ядра туманности. Занстра определил таким образом температуру центральных звезд довольно большого числа туманностей. Оказалось, что в некоторых случаях температура центральной звезды достигает  $100\,000^\circ$  и выше.

Высокие температуры, получаемые этим способом, подтверждаются, как правило, и другими признаками, в частности яркостью линий  $He^+$ .

**10. Ионизация в туманностях.** К туманностям нельзя применять формулу ионизации, выведенную для термодинамического равновесия. В самом деле, здесь мы имеем весьма большие отклонения от равновесного состояния, в частности плотность ионизирующего излучения не подчиняется формуле Планка, а содержит некоторый малый множитель — коэффициент дилуции. Поэтому нужно вывести формулу ионизации, рассматривая стационарное состояние, т. е. равновесие между ионизациями и рекомбинациями.

Если  $n$  — число атомов в единице объема в нейтральном состоянии, а  $n^+$  — число тех же атомов в ионизированном состоянии, то условие стационарности можно написать в виде:

$$bn = an^+, \quad (7.52)$$

где  $bdt$  — вероятность ионизации под влиянием излучения за время  $dt$  и  $a$  — вероятность рекомбинации за тот же промежуток времени.

Если  $\sigma(\nu)$  — коэффициент поглощения на один нейтральный атом для частоты  $\nu$ , превосходящей частоту ионизации  $\nu_0$ , то число ионизаций, сопровождаемых поглощением квантов с частотами между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ , будет

$$\frac{n\sigma(\nu) c e_\nu d\nu}{h\nu}$$

и очевидно, что

$$b = \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\sigma(\nu) c e_\nu}{h\nu} d\nu, \quad (7.53)$$

где  $\nu_0$  — частота ионизации.

С другой стороны, число спонтанных рекомбинаций, при которых электрон, обладающий скоростью между  $v$  и  $v + dv$ , свлечи



вится с ионом и излучит частоту  $\nu$ , определяемую равенством

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + h\nu_0, \quad (7.54)$$

равно  $n^+\beta(v)dn_e$ , где  $dn_e$  есть число свободных электронов, обладающих скоростями между  $v$  и  $v+dv$ , а  $\beta(v)$  — коэффициент пропорциональности. При этом очевидно, что

$$a = \int \beta(v) dn_e. \quad (7.55)$$

Мы пренебрегли здесь стимулированными рекомбинациями. Если учесть их, то число рекомбинаций рассматриваемого типа будет равно  $n^+\beta(v)(1+\bar{q}_v)dn_e$ .

При термодинамическом равновесии осуществляется равновесие между элементарными процессами, идущими в различных направлениях, т. е.

$$n^+\beta(v)dn_i(1+\bar{q}_v) = \frac{n\sigma(v)cq_v dv}{h\nu} \quad (7.56)$$

или

$$\beta(v) = \frac{n}{n^+} \frac{\sigma(v)cq_v}{h\nu(1+\bar{q}_v)} \frac{dv}{dn_i}. \quad (7.57)$$

Но при термодинамическом равновесии имеют место равенства:

$$\frac{n^+}{n} n_e = \frac{2(2\pi\mu kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_0}{kT}}; \quad dn_e = \frac{4\pi\mu^3 n_e}{(2\pi\mu kT)^{3/2}} e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}} v^2 dv \quad (7.58)$$

$$q_v = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\frac{h\nu}{e^{kT}} - 1}.$$

Поэтому, подставляя (7.58) и (7.54) в (7.57) и принимая во внимание, что согласно (7.54)

$$dv = \frac{\mu v}{h} dv, \quad (7.59)$$

мы находим:

$$\beta(v) = \frac{\sigma(v)2h^2\nu^2}{\mu^2 c^2 v}. \quad (7.60)$$

В туманностях нет термодинамического равновесия, но, независимо от того, соблюдается оно или нет, соотношение (7.60) верно. Поэтому, подставляя его в условие стационарности, найдем:

$$n_0 c \int_{\nu_0}^{\infty} \sigma(\nu) q(\nu) \frac{d\nu}{h\nu} = \frac{2h^2}{\mu^2 c^2} n_i \int_0^{\infty} \sigma(\nu) \nu^2 \frac{dn_e}{\nu}. \quad (7.61)$$

Оба интеграла вычисляем, предполагая, как и прежде, что в туманности

$$q_v = \frac{W}{\frac{h\nu}{e^{kT}} - 1} \frac{8\pi h\nu^3}{c^3},$$

что распределение скоростей электронов подчиняется закону Максвелла с температурой  $T_0$ , отличной, возможно, от температуры центральной звезды, и что, наконец

$$\sigma(\nu) = \frac{\sigma_0 \nu_0^2}{\nu^2}, \quad (7.62)$$

где  $\sigma_0$  — коэффициент поглощения у частоты ионизации. На самом деле коэффициент поглощения обратно пропорционален кубу частоты, но изменение показателя на единицу в данном случае не приведет к большой ошибке, между тем как это сильно облегчает вычисление. В результате (7.61) дает:

$$\frac{n^+ n_e}{n} = W \sqrt{\frac{T_0}{T}} \frac{(2\pi\mu kT)^{3/2}}{h^3} \lg \left( 1 - e^{-\frac{h\nu_0}{kT}} \right)^{-1} \quad (7.63)$$

Таким образом мы видим, что выражение для  $\frac{n^+ n_e}{n}$  отличается от случая статистического равновесия главным образом множителем  $W \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/2}$ . Точное знание  $T_0$ , очевидно, несущественно, так как оно входит под квадратным корнем.

Для того чтобы вычислить степень ионизации, нужно знать  $n_e$ . Вычислить  $n_e$  можно из следующих соображений.

Так как водород является наиболее распространенным элементом во внешних оболочках звезд, то мы не сделаем грубой ошибки, если будем считать, что все электроны оторваны от водородных атомов, т. е. что число электронов равно числу водородных ионов. Иными словами, для водорода  $n^+ = n_e$ . Поэтому ионизационная формула переписется в виде:

$$\frac{n^{+2}}{n} = W \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/2} \frac{2(2\pi\mu kT)^{3/2}}{h^3} \lg \left( 1 - e^{-\frac{h\nu_0}{kT}} \right)^{-1}, \quad (7.64)$$

и если мы будем знать  $n$ , то, зная  $W$ ,  $T_0$  и  $T$ , найдем  $n^+ = n_e$ . Среднюю величину  $n$  в туманности, в свою очередь, можно получить из следующего рассуждения.

Пусть оптическая толщина всей туманности сейчас же за границей лаймановской серии будет  $\tau$ . Так как коэффициент поглощения за границей лаймановской серии на один нейтральный водородный атом по вычислениям Шугиура<sup>1)</sup> равен  $0,5 \cdot 10^{-17}$ , то это означает, что в столбе с основанием в  $1 \text{ см}^2$ , проходящем от звезды через всю туманность, находится  $2 \cdot 10^{17} \tau$  атомов. С другой стороны, радиус туманности можно принять равным  $13000 \text{ астр. ед.} = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}$ . Таким образом на  $1 \text{ см}^3$  в среднем приходится примерно  $\tau$  нейтральных атомов. Положим, например, в формуле (7.64)  $T = 50000^\circ$ ;  $T_0 = 5000^\circ$ ;  $W = 10^{-14}$  (что соответствует радиусу вдвое меньше солнечного). Тогда

$$n^{+2} = 7 \cdot 10^6 \tau; \quad n^+ = 3 \cdot 10^3 \tau^{1/2}.$$

<sup>1)</sup> Handbuch der Physik, XXIV, I (2-ое издание), 1933, стр. 475—491.

11. **Масса газовых туманностей.** Величина  $\tau$  не может быть очень мала по сравнению с единицей, потому что в последнем случае пришлось бы сильно увеличить полученные Занстра температуры, так как поглощалась бы лишь ничтожная доля энергии за границей лаймановской серии. Между тем мы упоминали, что температуры, полученные Занстра, вероятно близки к действительным. Поэтому  $\tau$  скорее порядка единицы или больше. Допустим сперва, что  $\tau = 1$ . Полученное значение  $n^+$  дает возможность вычислить плотность и массу туманности по формуле

$$M_{\text{тум}} = \frac{4}{3} \pi r^3 n^+ m_{\text{H}}, \quad (7.65)$$

где  $m_{\text{H}}$  — масса атома водорода, так как массой нейтральных атомов можно пренебречь, а атомы других сортов вряд ли изменят порядок величины. При  $r = 2 \cdot 10^{17}$  см получим:

$$M_{\text{тум}} = 1,6 \cdot 10^{32} z = \frac{1}{12} M_{\odot}. \quad (7.66)$$

С другой стороны легко показать, что порядок величины массы не может быть во много раз больше того, чем тот, который получается при  $\tau = 1$ . В самом деле, допустим противное. Тогда туманность можно будет разбить на два слоя: внутренний, для которого оптическая глубина за границей лаймановской серии, отсчитанная от внутренней границы туманности, меньше единицы, и внешний, в котором оптическая глубина больше единицы. К первому слою применимо приведенное вычисление. Тогда сделанное предположение приводит к необходимости допустить, что внешний слой обладает большей массой. Так как по нему излучение центральной звезды в рассматриваемой области спектра не доходит, поглощаясь во внутреннем слое, то этот внешний слой, обладающий большей массой, должен вовсе не давать излучения в балмеровской серии. Вместе с тем он должен давать излучение в линиях других атомов, так как для некоторых из них соответствующая оптическая глубина ионизирующего излучения будет здесь меньше единицы. Мы получим, что диаметр изображений в линиях водорода должен быть во много раз меньше, чем диаметр изображения в линиях некоторых других элементов. Этого не наблюдается. Таким образом весьма вероятно, что  $\tau$  действительно порядка единицы и оценка массы качественно верна (7.66). Во всяком случае мы можем сказать, что масса светящейся части туманности порядка десятой доли массы Солнца, и нет особых оснований считать, что полная масса туманности превосходит, скажем, массу Солнца.

Формула (7.19) позволяет довольно легко получить представление об относительных массах разных газовых туманностей. Согласно этой формуле, число рекомбинаций на уровень  $l$  в секунду в единице объема пропорционально:

$$n_i n_e \frac{1}{t^s} e^{\frac{x_e}{kT_0}} E_i \frac{x_e}{kT}.$$

Нетрудно видеть, что произведение  $e^{\frac{z_e}{kT_0}} E_i \frac{z_e}{kT_0}$  мало чувствительно к изменениям  $T_0$ . Поэтому можно считать, что число переходов в единице объема пропорционально  $n_i n_{ef}(l)$ , где  $f(l)$  есть некоторая функция от  $l$ . Поэтому яркость каждого монохроматического изображения и всего бальмеровского спектра будет просто пропорциональна  $V n_i n_e$ , где  $V$  — объем туманности. Мы приняли  $n_i = n_e$ . С другой стороны, в светящейся части оболочки почти весь водород ионизован. Поэтому

$$n_i = \frac{M}{V m_H}.$$

Следовательно полная яркость туманности в каждой из водородных линий должна быть пропорциональна

$$V n_i^2 \sim \frac{M^2}{V}.$$

Отсюда мы имеем, что яркость туманности, если считать только бальмеровское излучение, выражается формулой

$$L = \frac{1}{C^2} \frac{M^2}{V}, \quad (7.67)$$

где  $C$  — некоторая постоянная. Отсюда

$$M = C \sqrt{LV}. \quad (7.68)$$

Известно, что абсолютные величины планетарных туманностей имеют малую дисперсию. Поэтому и дисперсия  $L$  мала. Зато дисперсия  $V$  довольно велика, и поэтому массы этих туманностей могут повидимому раз в 20 отклоняться от значения (7.66) в ту и другую сторону.

Совершенно иначе обстоит дело, когда мы сравниваем планетарные туманности с гигантскими диффузными туманностями. Проведем, например, сравнение с наиболее яркой диффузной туманностью в Большом Магеллановом Облаке — 30 Doradus.

Абсолютная величина 30 Doradus —  $13^m$ , в то время как по Воронцову-Вельяминову <sup>1)</sup> абсолютные величины планетарных туманностей близки к нулю. Однако, поскольку в планетарных туманностях водородные линии дают значительно меньший процент излучения, чем в диффузных (благодаря большой интенсивности  $N_1$  и  $N_2$ ), можно считать, что яркость водородного излучения 30 Doradus на 15 величин (т. е. в миллион раз) выше, чем яркость водородного излучения средней планетарной туманности. Принимая во внимание, что диаметр 30 Doradus равен 200 парсек, по (7.68) получим, что масса 30 Doradus в двадцать пять миллионов раз превосходит массу средней планетарной туманности. Принимая во внимание (7.66), имеем, что масса 30 Doradus порядка 2 000 000 масс Солнца. Учитывая разные воз-

<sup>1)</sup> Новые звезды и галактические туманности. ОНТИ, 1935.

возможные ошибки в приведенных данных, все же можно считать, что масса 30 *Doradus* исчисляется по меньшей мере сотнями тысяч масс Солнца.

Для некоторых других газовых диффузных туманностей та же формула дает сотни и тысячи масс Солнца. Речь идет, конечно, о светящейся части туманности. Дело, однако, усложняется тем, что в общую яркость диффузной туманности входит в той или иной степени и непрерывный спектр. Исключить его яркость сейчас трудно. Итак, желательно произвести фотометрию монохроматических изображений различных туманностей в балмеровских линиях.

То обстоятельство, что массы планетарных туманностей составляют лишь долю массы Солнца, вновь подчеркивает их подчиненное положение по отношению к ядрам. Это тем более важно указать, что согласно современным воззрениям планетарные туманности произошли в результате выбрасывания газовых масс из центральной звезды.

Надо думать, что наличие диффузных туманностей с массами, в тысячи и десятки тысяч раз превосходящими массу Солнца, тоже имеет большое космогоническое значение.

С другой стороны, знание малости масс планетарных туманностей позволяет нам отбросить притягательное действие массы туманности на ее собственные частицы по сравнению с притяжением центральной звезды.

**12. Лучевое равновесие планетарной туманности**<sup>1)</sup>. Мы видели, что туманности совершенно прозрачны к линиям субординатных серий атомов и ионов. Поэтому расчет поля излучения в частотах этих серий очень прост. Однако к линиям основной серии туманность не прозрачна. Так например, туманность непрозрачна к линиям лаймановской серии водорода. Каждый элемент объема рассеивает лаймановское излучение, исходящее не только от центральной звезды, но и от других частей туманности в этих линиях, поэтому нужно решить проблему рассеяния, принимая, однако, во внимание циклические переходы, т. е. эффект флуоресценции, который, как мы знаем, играет в газовой туманности решающую роль, вызывая линии излучения (по теореме Росселанда).

Мы видели выше, при обосновании метода Занстра, что электрон, поглотивший  $L_c$ -квант, имеет две возможности: 1) либо при рекомбинации перейти прямо в основное состояние и тогда он опять излучает  $L_c$ -квант, 2) либо же перейти в какое-нибудь из возбужденных состояний, после чего произойдет серия каскадных переходов и процессов излучения и рассеяния высших членов лаймановской серии, неизменно заканчивающихся одним — образованием одного  $L_c$ -кванта. Таким образом после поглоще-

<sup>1)</sup> Основы теории лучевого равновесия планетарных туманностей были даны автором настоящей книги в *Monthly Notices*, 93, 50, 1032; *Poulkovo Obs. Bulletin*, 13, № 3, 1933. Более подробное изложение с учетом последующего развития см. в объемистой работе: *Hagihara, Japanese Journal of Astronomy and Geophysics*, 15, № 1—2, 1938.

ния  $L_c$ -кванта происходит либо испускание такого же  $L_c$ -кванта либо же в конечном счете после ряда промежуточных переходов  $L_a$ -кванта. Обозначим вероятность того, что свободный электрон при рекомбинации попадает сразу на первый уровень, через  $p$ . Тогда вероятность рассеяния поглощенного  $L_c$ -кванта без изменения его частоты будет равна  $p$ , а вероятность излучения  $L_a$ -кванта после поглощения будет  $1 - p$ .

Таким образом мы можем рассматривать только поле излучения  $L_c$ -квантов и поле излучения  $L_a$ -квантов, считая, что  $L_c$ -кванты могут превращаться в  $L_a$ -кванты, а что обратные процессы по теореме Росселанда невозможны. Что касается до других лаймановских частот, то они играют лишь роль промежуточных ступеней и будут оставлены здесь без рассмотрения. Таким образом мы упростили схему процесса флуоресценции в туманности. Надо также упростить геометрическую схему. Для этого ограничимся „кольцеобразными туманностями“, в которых материя заключена между двумя концентрическими сферами с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ . В центре этих сфер находится ядро. Если  $r_2 - r_1$  мало по сравнению с  $r_1$ , то слои равной плотности можно принять плоско-параллельными. При этом нужно иметь в виду, что на внутреннюю, обращенную к звезде, границу рассматриваемых плоско-параллельных слоев падает не только излучение центральной звезды, но также излучение с противоположной стороны туманности. Это скажется на постановке предельных условий на этой границе <sup>1)</sup>.

С другой стороны, все излучение, находящееся в данный момент в единице объема, можно разделить на прямое излучение центральной звезды и на диффузное излучение, идущее от других частей туманности.

Пусть  $\kappa$  будет средневзвешенный коэффициент поглощения для  $L_c$ -квантов на один атом. Мы говорим о средневзвешенном коэффициенте поглощения, так как с изменением частоты за границей лаймановской серии коэффициент поглощения несколько меняется. Оптическая глубина на расстоянии  $r$  от центра в рассматриваемой области спектра определится через

$$\tau = \int_r^{r_2} n\kappa dr, \quad (7.69)$$

где  $n$  — число нейтральных атомов водорода в единице объема. Следовательно, на внешней границе туманности  $\tau = 0$ . Значение  $\tau$  на нижней границе туманности обозначим через  $\tau_1$ . Это будет полная оптическая толщина туманности

$$\tau_1 = \int_{r_1}^{r_2} n\kappa dr. \quad (7.70)$$

<sup>1)</sup> Эти предельные условия были рассмотрены Милном (Milne), см. Zs. f. Astroph. 1, 98, 1930.

В приближении Шварцшильда-Шустера уравнения переноса для диффузного  $L_c$ -излучения будут иметь вид:

$$\frac{1}{2} \frac{dI(\tau)}{d\tau} = I(\tau) - B(\tau) \quad (7.71)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dI'(\tau)}{d\tau} = B(\tau) - I'(\tau), \quad (7.72)$$

где  $I(\tau)$  — средняя интенсивность диффузного  $L_c$ -излучения, идущего вверх, а  $I'$  — средняя интенсивность излучения, идущего вниз.

Что касается до прямого  $L_c$ -излучения, то можно сказать, что если  $\pi S$  есть количество энергии прямого  $L_c$ -излучения, падающего на  $1 \text{ см}^2$  внутренней границы туманности, то на оптической глубине  $\tau$  это количество уменьшится до  $\pi S e^{-(\tau_1 - \tau)}$ .

Условие лучевого равновесия сводится к тому, что количество  $L_c$ -излучения, излучаемого единицей объема, равно количеству поглощенного в этом объеме  $L_c$ -излучения, умноженному на  $p$ .

Количество энергии, излучаемой единицей объема в единицу времени в рассматриваемой области спектра, по определению  $B(\tau)$ , равно

$$4\pi B(\tau) \kappa n,$$

а количество поглощаемой энергии

$$\kappa n [2\pi I(\tau) + 2\pi I'(\tau) + \pi S e^{-(\tau_1 - \tau)}],$$

и поэтому условие лучевого равновесия будет иметь вид:

$$p \left[ I(\tau) + I'(\tau) + \frac{1}{2} S e^{-(\tau_1 - \tau)} \right] = 2B(\tau). \quad (7.73)$$

Складывая (7.71) и (7.72) и вычитая их, имеем:

$$\frac{1}{2} \frac{d(I + I')}{d\tau} = I - I' \quad (7.74)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d(I - I')}{d\tau} = I + I' - 2B(\tau). \quad (7.75)$$

Дифференцируя (7.74) и сравнивая с (7.75), находим:

$$\frac{1}{4} \frac{d^2(I + I')}{d\tau^2} = I + I' - 2B. \quad (7.76)$$

Подставляя сюда вместо  $2B$  его значение из (7.73), получаем:

$$\frac{1}{4} \frac{d^2(I + I')}{d\tau^2} = (1 - p)(I + I') - \frac{p}{2} S e^{-(\tau_1 - \tau)}. \quad (7.77)$$

Это уравнение может быть решено относительно  $I + I'$ . Общее решение имеет вид:

$$I + I' = A e^{-2\tau} + B e^{2\tau} + \frac{2p}{3 - 4p} S e^{-(\tau_1 - \tau)}, \quad (7.78)$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные, которые должны быть определены из предельных условий. Подставляя (7.78) в (7.79), получаем:

$$B(\tau) = \frac{p}{2} \left[ A e^{-\lambda\tau} + B e^{\lambda\tau} + \frac{3}{2(3-4p)} S e^{-(\tau_1-\tau)} \right]. \quad (7.79)$$

Внося (7.78) в (7.74), находим:

$$I(\tau) - I'(\tau) = -\frac{\lambda}{2} A e^{-\lambda\tau} + \frac{\lambda}{2} B e^{\lambda\tau} + \frac{p}{3-4p} S e^{-(\tau_1-\tau)}. \quad (7.80)$$

Складывая друг с другом и вычитая (7.78) и (7.80), получаем:

$$I(\tau) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \right) A e^{-\lambda\tau} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\lambda}{2} \right) B e^{\lambda\tau} + \frac{3p}{2(3-4p)} S e^{-(\tau_1-\tau)} \quad (7.81)$$

$$I'(\tau) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\lambda}{2} \right) A e^{-\lambda\tau} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \right) B e^{\lambda\tau} + \frac{p}{2(3-4p)} S e^{-(\tau_1-\tau)}. \quad (7.82)$$

Интенсивность излучения, идущего внутрь на внешней границе туманности, должна равняться нулю  $I'(0) = 0$ . Согласно (7.82), это первое из предельных условий дает:

$$A \left( 1 + \frac{\lambda}{2} \right) + B \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \right) + \frac{p}{3-4p} S e^{-\tau_1} = 0. \quad (7.83)$$

Второе предельное условие должно быть поставлено на внутренней границе туманности при  $\tau = \tau_1$ . Очевидно, что интенсивность излучения, направленного внутрь при  $\tau = \tau_1$ , равна интенсивности излучения, направленного наружу, потому что излучение, направленное наружу, на внутренней границе есть не что иное, как излучение, падающее от противоположной части туманности (освещение сзади), т. е. фактически это излучение, которое в противоположной части туманности было направлено внутрь. Итак, второе предельное условие можно написать в виде:

$$I(\tau_1) = I'(\tau_1),$$

или согласно (7.80):

$$\lambda B e^{\lambda\tau_1} + \frac{2pS}{3-4p} = \lambda A e^{-\lambda\tau_1}. \quad (7.84)$$

Решая уравнения (7.83) и (7.84) относительно постоянных  $A$  и  $B$ , находим их значения:

$$A = \frac{\left( 1 - \frac{\lambda}{2} \right) e^{\tau_1} - \frac{\lambda}{2} e^{\lambda\tau_1}}{\frac{\lambda}{2} \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \right) e^{-\lambda\tau_1} + \left( 1 + \frac{\lambda}{2} \right) e^{\lambda\tau_1} \right]} \frac{p}{3-4p} S e^{-\tau_1} \quad (7.85)$$

$$B = -\frac{\left( 1 + \frac{\lambda}{2} \right) e^{\tau_1} + \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda\tau_1}}{\frac{\lambda}{2} \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \right) e^{-\lambda\tau_1} + \left( 1 + \frac{\lambda}{2} \right) e^{\lambda\tau_1} \right]} \frac{p}{3-4p} S e^{-\tau_1}. \quad (7.86)$$

Эти значения  $A$  и  $B$ , введенные в (7.79), (7.81) и (7.82), дают полное решение задачи для поля  $L_c$ -излучения. Поток диффуз-



ного излучения  $H_c$  на внешней границе после введения (7.85) и (7.86) в (7.80) и приравнивания  $\tau = 0$  выражается следующим образом:

$$H_c = \pi [I(0) - I'(0)] = \\ = \pi \left\{ 1 - \frac{2e^{\tau_1} - \lambda \operatorname{sh} \lambda \tau_1}{\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right) e^{-\lambda \tau_1} + \left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) e^{\lambda \tau_1}} \right\} \frac{p}{3-4p} S e^{-\tau_1}. \quad [(7.87)]$$

Чтобы перейти к численным результатам, надо знать значения  $p$  и  $\tau_1$  — оптической толщины туманности для  $L_c$ -излучения. Согласно Силлие <sup>1)</sup>, мы имеем следующие значения  $p$  для различных значений температуры:

$T$	10 000°	20 000°	50 000°
$p$	0,46	0,49	0,57

Положив  $p = 0,5$ , мы находим для больших значений  $\tau_1$  ( $\tau_1 > 3$ ) следующее асимптотическое выражение для  $H_c$ :

$$H_c = 0,7\pi S e^{-\tau_1}.$$

Поскольку поток прямого  $L_c$ -излучения от центральной звезды на внешней границе равен  $\pi S e^{-\tau_1}$ , то полный поток  $L_c$ -излучения (диффузного + прямого) будет равен  $1,7\pi S e^{-\tau_1}$ .

Поток излучения, падающий на внутреннюю поверхность туманности, равен  $\pi S$ . Выходит из туманности только поток  $1,7\pi S e^{-\tau_1}$ . Таким образом  $(1 - 1,7e^{-\tau_1})\pi S'$  превращается в другие формы излучения. Поскольку в результате превращений из каждого  $L_c$ -кванта образуется один  $L_a$ -квант, то поток на внешней границе в линии  $L_a$  должен содержать  $\frac{1 - 1,7e^{-\tau_1}}{h\nu_c} \pi S$  квантов линии  $L_a$ . Прямым излучением звезды в этой линии, конечно, можно пренебречь, так как диффузный поток содержит количество квантов, близкое к полному количеству квантов, излучаемых звездой за границей лаймановской серии. Поток энергии, выходящий в линии  $L_a$  на внешней границе, будет, очевидно, равен:

$$(1 - 1,7e^{-\tau_1})\pi S \frac{\nu_a}{\nu_c},$$

или приблизительно

$$\pi S \frac{\nu_a}{\nu_c}. \quad (7.88)$$

Теперь мы проанализируем поле излучения  $L_a$ . Для этого введем оптическую глубину в линии  $L_a$ :

$$t = \int_r^{r_2} nkdr, \quad (7.89)$$

где  $k$  — коэффициент поглощения в линии  $L_a$ .

<sup>1)</sup> См. стр. 175.

Отношение

$$\frac{t}{\tau} = \frac{k}{\kappa} = \omega \quad (7.90)$$

можно считать постоянным для всей туманности. Величина  $k$ —коэффициент поглощения на один атом внутри линии  $L_\alpha$ —зависит от ширины этой линии, т. е. от средней величины скорости H-атомов. При тех термических скоростях, которые мы можем предполагать в туманностях, это отношение оказывается порядка  $10^4$ — $10^5$ . Поскольку мы считаем, что оптическая толщина для  $L_c$ -излучения порядка единицы или больше, то надо считать, что полная оптическая толщина туманности

$$t_1 = \int_{r_1}^{r_2} k n d r \quad (7.91)$$

в линии  $L_\alpha$  порядка  $10^4$  или больше.

Уравнения переноса для поля  $L_\alpha$ -излучения пишутся таким же образом, как и в случае  $L_c$ -излучения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{dK(t)}{dt} &= K(t) - C(t) \\ \frac{1}{2} \frac{dK'(t)}{dt} &= C(t) - K'(t), \end{aligned} \right\} \quad (7.92)$$

где  $K(t)$  и  $K'(t)$ —средние интенсивности излучения, идущего соответственно наружу и внутрь на глубине  $t$ , и  $4\pi n k C(t)$ —количество  $L_\alpha$ -энергии, излучаемой в единицу времени единицей объема на той же глубине.

Для того чтобы написать уравнение лучевого равновесия, надо иметь в виду, что происходит не только рассеяние  $L_\alpha$ -квантов, но и превращение  $L_c$ -квантов в  $L_\alpha$ -кванты. Количество  $L_\alpha$ -излучения, испускаемое единицей объема, будет поэтому равно количеству поглощенного  $L_\alpha$ -излучения плюс количество  $L_c$ -энергии, перешедшее в этой единице объема в  $L_\alpha$ -энергию.

Мы видели выше, что единица объема излучает в единицу времени количество  $L_c$ -энергии, равное  $4\pi B(\tau) n \kappa$ . Следовательно в ней за единицу времени происходит  $\frac{4\pi B(\tau) n \kappa}{h\nu_c}$  рекомбинаций, связанных с переходом прямо в нормальное состояние. Тогда очевидно, что количество рекомбинаций, при которых атом не прямо переходит в нормальное состояние и которые неизбежно ведут к образованию кванта  $L_\alpha$ , будет равно

$$\frac{1-p}{p} \frac{4\pi B(\tau) n \kappa}{h\nu_c}$$

Количество  $L_\alpha$ -энергии, излучаемой при этом, будет, очевидно,  $\frac{1-p}{p} 4\pi B(\tau) n \kappa \frac{\nu_\alpha}{\nu_c}$ . Поэтому условие лучевого равновесия

может быть написано в виде:

$$4\pi C(t)nk = 2\pi [K(t) + K'(t)] + 4\pi \frac{1-p}{p} B(\tau) nk \frac{v_a}{v_c};$$

если на  $nk$  и подставляя (7.90), находим:

$$C(t) = \frac{1}{2} [K(t) + K'(t)] + \frac{v_a}{v_c} \frac{1-p}{p\omega} B(\tau). \quad (7.93)$$

Мы здесь пренебрегли  $L_\alpha$ -излучением, идущим непосредственно от звезды, ибо очевидно, что диффузное излучение будет давать неизмеримо больше. Предельные условия будут прежние, т. е. на внешней границе  $K'(0) = 0$ , а на внутренней границе поток диффузного излучения будет равен нулю, вследствие равенства интенсивности излучения, идущего внутрь, интенсивности излучения, падающего с противоположной стороны туманности  $K(t_0) = K'(t_0)$ .

Решение уравнений (7.91) и (7.92) совместно с (7.93) при этих предельных условиях дает для  $K(t) + K'(t)$  выражение:

$$K(t) + K'(t) = a + bt - 4 \frac{v_a}{v_c} \frac{1-p}{\lambda^2} \omega \left( Ae^{-\frac{\lambda}{\omega} t} + Be^{\frac{\lambda}{\omega} t} + D\lambda^2 e^{-\frac{t_1-t}{\omega}} \right), \quad (7.94)$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные, имеющие значения:

$$a = \frac{v_a}{2v_c} \left[ -\lambda A e^{-\lambda t_1} + \lambda B e^{\lambda t_1} + \frac{6S(1-p)}{3-4p} \right] + \frac{v_a}{v_c} \omega \left[ A \left( 1 + \frac{\lambda}{2\omega} \right) + B \left( 1 - \frac{\lambda}{2\omega} \right) + \frac{6S(1-p)}{3-4p} \left( 1 - \frac{1}{2\omega} \right) e^{-\frac{t_1}{\omega}} \right] \quad (7.95)$$

$$b = 2 \frac{v_a}{v_c} S \quad \text{и} \quad \lambda = 2\sqrt{1-p}. \quad (7.96)$$

Отсюда можно получить, что средняя интенсивность излучения  $L_\alpha$  на внутренней границе, когда  $\tau_1$  велико, равна приблизительно:

$$\frac{1}{2} [K(t) + K'(t)] = \frac{v_a}{v_c} \omega S \left( \frac{1}{2} - 1 \right). \quad (7.97)$$

Но, по определению  $S$ , величина  $\frac{\pi S}{c}$  есть плотность прямого  $L_\alpha$ -излучения на внутренней границе звезды. Если  $\omega \approx 10^4$  и  $\frac{v_a}{v_c} \gg 1$ , то из (7.97) видно, что плотность  $L_\alpha$ -излучения будет в десятки тысяч раз больше, чем  $\frac{\pi S}{c}$ . В свою очередь, поток  $L_\alpha$ -излучения  $\pi S$ , приходящий от центральной звезды при температурах порядка 40 000—50 000°, примерно в  $5 \cdot 10^4$  раз больше, чем поток излучения от звезды внутри доплеровой ширины

линии  $L_{\alpha}$ . Поэтому плотность диффузного  $L_{\alpha}$ -излучения на внутренней границе будет порядка  $10^9$  раз больше, чем она была бы, если бы существовало только прямое  $L_{\alpha}$ -излучение ядра. Эта плотность по порядку величин несравненно превосходит плотность излучения во всех других линиях водородного спектра. Однако, если  $W$  порядка  $10^{-13}$ , то все же она в  $10^4$  раз меньше, чем плотность излучения  $L_{\alpha}$  на поверхности центральной звезды.

В связи с такой большой плотностью излучения в линии  $L_{\alpha}$  встают два вопроса:

1. Не приведет ли такая большая плотность излучения в линии  $L_{\alpha}$  к тому, что число переходов  $1 \rightarrow 2$  станет очень велико и при этом настолько, что циклические переходы типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  станут не менее часты, чем противоположные переходы  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ? В самом деле, число переходов типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  пропорционально произведению плотностей  $\rho_{12} \cdot \rho_{23}$ . Однако мы видели, что отношение чисел переходов обоого типа, когда учитывается лишь прямое излучение звезды, порядка  $W$ . Так как плотность диффузного излучения  $L_{\alpha}$  в  $10^9$  раз превосходит плотность прямого излучения в этой линии, то на самом деле это отношение будет порядка  $10^9 W$ , и так как для туманностей это произведение все же порядка  $10^{-4}$ , то число переходов типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  попрежнему гораздо меньше числа переходов типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Итак, все воззрения на происхождение эмиссионных линий в туманностях остаются в силе. Другое дело, когда мы имеем вокруг звезд газовые оболочки небольшого радиуса, обнаруживаемые лишь по ярким линиям в звездных спектрах — так называемые протяженные хромосферы, где  $W > 10^{-9}$ . В этом случае циклические процессы в обоих направлениях могут идти подчас почти одинаково часто, и тогда надо учитывать не только превращение энергии  $L_c$  в  $L_{\alpha}$ , но и обратный процесс.

2. Другой вопрос связан с предыдущим и заключается в том, что большая плотность излучения в линии  $L_{\alpha}$  вызывает возбуждение атомов, т. е. переход их в состояние  $2P$ . Если  $n_2$  есть число атомов в этом состоянии в единице объема, то

$$\frac{n_2}{n_1} = \bar{\rho}_{12} = 10^9 \frac{W}{\frac{A_{\nu 12}}{e^{\frac{h\nu}{kT}}} - 1},$$

где  $T$  — температура поверхности ядра. При  $W = 10^{-13}$  и  $T = 40\,000^\circ$  имеем:

$$\frac{n_2}{n_1} = 0,5 \cdot 10^{-5},$$

и если число атомов водорода в нормальном состоянии в столбце с основанием в  $1 \text{ см}^2$ , проходящем от ядра через всю туманность, равно  $2 \cdot 10^{17}$ , то число атомов в состоянии  $2P$  в том же состоянии будет  $10^{12}$ , и следовательно в бальмеровской линии  $H_{\alpha}$  при доплеровской ширине, соответствующей температуре в  $10\,000^\circ$ , может дать оптическую толщину порядка единицы. Таким образом утверждение о полной прозрачности туманности в линиях субординатных линий будет в данном случае не совсем

верно. Правда, в следующих линиях бальмеровской серии оптическая толщина будет быстро убывать, и к высшим членам серии туманность будет совершенно прозрачна.

Все же некоторая непрозрачность в линиях  $H_\alpha$  и  $H_\beta$  будет несколько влиять на бальмеровский декремент, в частности на отношение  $\frac{H_\beta}{H_\alpha}$ . В самом деле, из-за непрозрачности туманности

к линии  $H_\beta$  часть квантов этой линии будет поглощена и в силу конечной вероятности излучения после этого двух квантов  $H_\alpha$  и  $P_\alpha$  мы будем иметь уменьшение интенсивности линии  $H_\beta$ .

Таким образом отношение  $\frac{H_\beta}{H_\alpha}$  уменьшится. Указание Силлие

на возможность и противоположного эффекта, который вызывается будто бы тем, что коэффициент поглощения в линии  $H_\alpha$  больше, чем в линии  $H_\beta$ , и мы будем видеть линию  $H_\alpha$  ослабленной — неверно, потому что поток в линии  $H_\alpha$  не может уменьшиться, так как кванты  $H_\alpha$  не могут превращаться в кванты других частот (в условиях туманности). Мы не считаем при этом возможные переходы типа  $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ , потому что при этом излучается квант  $L_\beta$ , который опять дает начало кванту  $H_\alpha$ . Вследствие небольшой величины оптической толщины в линии  $H_\alpha$  указанный выше эффект будет все же очень мал и сможет быть изучен лишь после окончательного исключения галактического поглощения, а также увеличения фотометрического материала для красной части спектров туманностей.

### 13. Селективное световое давление в планетарных туманностях.

Мы видели выше, что на внешней границе туманности поток  $L_\alpha$ -излучения очень велик, так как почти все  $L_c$ -кванты превращаются туманностью в кванты  $L_\alpha$ . Однако мы уже говорили, что коэффициент поглощения в линии  $L_\alpha$  в десятки тысяч раз больше коэффициента поглощения за границей серии. Поэтому и световое давление, действующее на поглощающие атомы, увеличивается во столько же раз. Это говорит об огромной роли светового давления в планетарных туманностях.

Для потока энергии  $L_\alpha$ -излучения на внешней границе мы имели выражение (7.88):

$$H = \frac{\nu_\alpha}{\nu_c} \pi S_\alpha. \quad (7.98)$$

Но, по определению  $S_\alpha$ :

$$S_\alpha = \left(\frac{r_*}{r_2}\right)^2 \frac{2h}{c^2} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (7.99)$$

откуда

$$H = \left(\frac{r_*}{r_2}\right)^2 \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu_\alpha}{\nu_c} \int_{\nu_c}^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (7.100)$$

Средний импульс, получаемый водородным атомом в нормальном состоянии в единицу времени от  $L_\alpha$ -излучения, будет поэтому равен

$$\frac{kH_\alpha}{c} = \left(\frac{r_*}{r_2}\right)^2 \frac{2\pi h k}{c^3} \frac{v_\alpha}{v_c} \int_{v_0}^{\infty} \frac{v^3 dv}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (7.101)$$

С другой стороны, импульс, получаемый каждым H-атомом в гравитационном поле центральной звезды в секунду, равен:

$$g \left(\frac{r_*}{r_2}\right)^2 m,$$

где  $m$  — масса водородного атома и  $g$  — ускорение силы тяжести на поверхности звезды. Однако при сравнении этих импульсов надо учесть, что не только нормальные, но ионизованные атомы водорода подвержены силе тяжести. Поэтому отношение  $\mu$  отталкивательной силы  $R$  светового давления к силе притяжения  $G$  для внешних слоев туманности будет:

$$\mu = \frac{R}{G} \frac{k\pi}{mg \left(1 + \frac{n^+}{n}\right)} \frac{2hv_\alpha}{c^3 v_c} \int_{v_0}^{\infty} \frac{v^3 dv}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (7.102)$$

Значение  $k$ , как мы уже говорили, определяется доплеровской шириной спектральной линии  $L_\alpha$ . Принимая, что тепловые скорости по лучу зрения достигают  $10 \text{ км/сек}$  (большая скорость сказала бы на наблюдаемой ширине линий туманности), и полагая на основании результатов, полученных по формуле ионизации,

$$\frac{n^+}{n} = 5000,$$

что, вероятно, является преувеличенным, а также принимая  $T = 40\,000^\circ$ , можно найти приближенное значение  $\mu$ , выразив  $g$  в CGS-системе единиц

$$\mu = \frac{10^9}{g}. \quad (7.103)$$

Трудно думать, что на поверхности центральной звезды ускорение силы тяжести достигает  $10^9 \text{ см/сек}^2$ ; в самом деле, для этого было бы необходимо, чтобы масса центральной звезды в несколько тысяч раз превосходила массу Солнца. Если бы масса ядер была так велика, то мы наблюдали бы красное смещение линий поглощения в спектрах тех ядер, в коих они имеются, соответствующее скорости до  $10\,000 \text{ км/сек}$ . Наблюдения дают указания на наличие красного смещения в ядрах планетарных туманностей, причем величина смещения порядка сотни километров в секунду, а это показывает, что массы ядер на самом деле лишь около 10 раз превосходят массу Солнца.

Итак, хотя имеются основания считать ядра планетарных туманностей более массивными, чем Солнце, все же сила их притяжения ни в коем случае недостаточна для того, чтобы уравновешивать световое давление на границе туманности. Так как на внешней границе ускорение от градиента газового давления направлено так же наружу, то фактически равновесия в этой части туманности быть не может, и равнодействующая приводит к отталкиванию внешних слоев от центра.

Мало этого, наблюдения, как говорилось выше, устанавливают существование кольцеобразных туманностей. Так как количество энергии, излучаемое единицей объема, как мы видели, пропорционально  $n^+n_e = n^{+2}$ , то для того чтобы туманность имела кольцеобразную форму, т. е. чтобы максимум яркости достигался на некотором конечном расстоянии от центра туманности, надо, чтобы  $n^{+2}$ , т. е.  $n^+$ , достигали максимума тоже на конечном расстоянии от центральной звезды. Можно показать, что существование такого максимума  $n^+$  несовместимо с предположением о механическом равновесии ни при какой массе, когда взаимодействуют силы притяжения, светового давления и газового давления. Здесь мы не будем приводить это доказательство, носящее формальный характер. <sup>1)</sup>

Таким образом мы видим, что планетарные туманности (так же, как, вероятно, и диффузные) не находятся в состоянии механического равновесия. Этот теоретический вывод нужно сопоставить с той структурой, которую показывают линии в спектрах планетарных туманностей. Именно в центральной части некоторых туманностей эти линии раздваиваются так, как если бы происходило самообращение. Поскольку туманность прозрачна к своему излучению в субординатных сериях, то, конечно, дело тут не в самообращении. Весьма вероятно интерпретация этого факта, данная Занстра, заключающаяся в том, что туманность расширяется, и поэтому та часть, которая обращена к нам, приближаясь, дает компонент, смещенный в фиолетовую сторону, а противоположная — красный компонент. Конечно, та же картина получилась бы и в том случае, если бы туманность сжималась, но ясно, что такая гипотеза была бы совершенно противостественной.

Расширение туманности, приводящее благодаря эффекту Допплера к некоторой разности частот, излучаемых разными частями туманности, может изменить всю картину лучевого равновесия туманности, построенную выше. Здесь нужно различать два возможных случая:

а) Когда скорость расширения ни в одном слое не превосходит средней термической скорости движения атомов в туманности. Тогда разность частот, указанная выше, мала, и излучение, идущее от одной стороны туманности в линии  $L_a$ , может быть поглощена атомами, находящимися на противо-

<sup>1)</sup> Амбарцумян, В. А., Bulletin de l'Obs. Central à Poulkovo, XIII, 3, 14, 1933.

ложной стороне. В этом случае характер лучевого равновесия ничем не отличается от случая стационарной туманности, разобранного выше.

б) Скорость расширения велика по сравнению со среднетермической скоростью. Тогда линия  $L_\alpha$ , излучаемая атомами, находящимися на одной стороне туманности, уже не поглощается, вследствие несовпадения, частот атомами противоположной стороны. Атомы туманности становятся прозрачными для  $L_\alpha$ -освещения сзади. Это совершенно меняет тип лучевого равновесия, и этот случай нуждается в особом рассмотрении.

**14. Лучевое равновесие расширяющейся планетарной туманности.** Очевидно, проведенный нами ранее анализ поля  $L_c$ -квантов остается в силе и для расширяющейся планетарной туманности, так как  $L_c$ -излучение занимает столь широкую полосу в спектре, что смещение частот разных частей туманности по отношению друг к другу не может играть никакой роли, а с другой стороны плотность излучения в линии  $L_\alpha$ , на которую относительные движения могут сильно повлиять, не влияет никаким образом на равновесие  $L_c$ -излучения.

Что касается до поля  $L_\alpha$ -излучения, то здесь мы должны различать два разных случая:

а) Скорость расширения не зависит от расстояния до центра звезды или меняется настолько мало, что разность скорости расширения внешней и внутренней границ туманности мала по сравнению со скоростью теплового движения.

В этом случае предельное условие для  $L_\alpha$ -излучения на внешней границе останется тем же самым, что и раньше  $K'(0) = 0$ . Но для интенсивности излучения, входящего в туманность на внутренней границе, мы будем иметь теперь аналогичное условие  $K(t_1) = 0$ , так как освещение сзади можно не учитывать, ибо оно не поглощается атомами, находящимися в рассматриваемой части туманности. Уравнения переноса, так же, как и условие лучевого равновесия (7.93), остаются прежними. Решение, если не учитывать освещение сзади, опять имеет вид (7.94), но постоянные  $a$  и  $b$ , определяемые предельными условиями, имеют уже другие значения:

$$\begin{aligned}
 b = & \frac{v_\alpha}{v_c} \tau_1 \left\{ A \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{2\omega} \right) e^{-\lambda\tau_1} - \left( 1 + \frac{\lambda}{2\omega} \right) \right] + \right. \\
 & + B \left[ \left( 1 + \frac{\lambda}{2\omega} \right) e^{\lambda\tau_1} - \left( 1 - \frac{\lambda}{2\omega} \right) \right] + \\
 & \left. + D\lambda^2 \left[ \left( 1 + \frac{1}{2\omega} \right) - \left( 1 - \frac{1}{2\omega} \right) e^{-\frac{t_1}{\omega}} \right] \right\} \quad (7.104)
 \end{aligned}$$

$$a = \frac{b}{2} + \frac{v_\alpha}{v_c} \omega \left[ A \left( 1 + \frac{\lambda}{2\omega} \right) + B \left( 1 - \frac{\lambda}{2\omega} \right) + D\lambda^2 \left( 1 - \frac{1}{2\omega} \right) e^{-\frac{t_1}{\omega}} \right],$$



где  $A$  и  $B$  определяются уравнениями (7.85) и (7.86), а

$$D = \frac{3}{2(3-4p)} S. \quad (7.105)$$

Оказывается, что в этом случае, если не учитывать непоглощаемое освещение сзади, поток  $L_a$ -излучения направлен во внешних слоях попережнему наружу, но во внутренних слоях уже внутрь к ядру. Сравнительные значения абсолютной величины потока зависят от оптической глубины туманности в  $L_a$ -частотах. Когда  $\tau_1 \ll 1$ , мы имеем для потока  $H_{L_a}$  выражение

$$H_{L_a} = \frac{\nu_a}{\nu_c} (1-p) \pi S \left( \frac{\tau_1}{2} - \tau \right). \quad (7.106)$$

Мы видим, что в этом случае где-то в середине туманности при  $\tau = \frac{\tau_1}{2}$  поток обращается в нуль. Абсолютные значения потока на внешней и внутренней границах равны, но знаки их противоположны.

В случае когда  $\tau_1 \gg 1$ , упрощенное выражение для потока имеет вид:

$$H_{L_a} = \frac{\pi \nu_a}{2 \nu_c \tau_1} \{ B e^{\lambda \tau_1} - A + D \lambda^2 \} - \frac{\nu_a}{\nu_c} \frac{\lambda}{2} \{ B e^{\lambda \tau} - A e^{-\lambda \tau} + D \lambda e^{-(\tau_1 - \tau)} \}. \quad (7.107)$$

На внутренней границе мы имеем:

$$H_{L_a} = \frac{\pi \nu_a}{2 \nu_c \tau_1} \{ B e^{\lambda \tau_1} - A + D \lambda^2 \} - \frac{\nu_a}{\nu_c} S. \quad (7.108)$$

Для больших  $\tau_1$  первый член выражения в правой части стремится к нулю, и поток стремится к  $-\frac{\nu_a}{\nu_c} S$ . Так как сумма абсолютных величин потоков на внешней и внутренней границах должна тоже стремиться к нулю, то, очевидно, поток на внешней границе стремится к нулю, когда  $\tau_1 \rightarrow \infty$ .

Физически можно в этом случае сказать, что туманность, получая от звезды  $L_c$ -излучение, перерабатывает его уже во внутренних своих слоях в излучение  $L_a$  и отражает в виде  $L_a$ -излучения назад почти все кванты, за исключением небольшой части  $L_a$ -квантов, „пробивающихся“ к внешней границе.

Три рассмотренных случая: статической, расширяющейся с малым  $\tau_1$  и расширяющейся с большим  $\tau_1$ , изображены схематически на рис. 14.

В связи со всем этим световое давление во внутренних слоях расширяющейся туманности достигает заметной величины и направлено внутрь. Порядок величин ускорений тот же, который мы вычисляли для случая статической туманности.

Таким образом внутренние слои расширяющейся планетарной туманности испытывают сильное торможение, в то время как внешние слои такого торможения не испытывают. Поэтому, если даже скорость расширения в какой-нибудь момент времени для всех слоев была бы постоянна, то с течением времени содалась бы разность скоростей расширения. Порядок величины торможения будет  $3 \text{ км/сек} \cdot \text{столетие}$ . Поэтому довольно быстро разность скоростей расширения может превзойти термические скорости. Поэтому, само собой, мы приходим к рассмотрению лучевого равновесия для следующего случая.

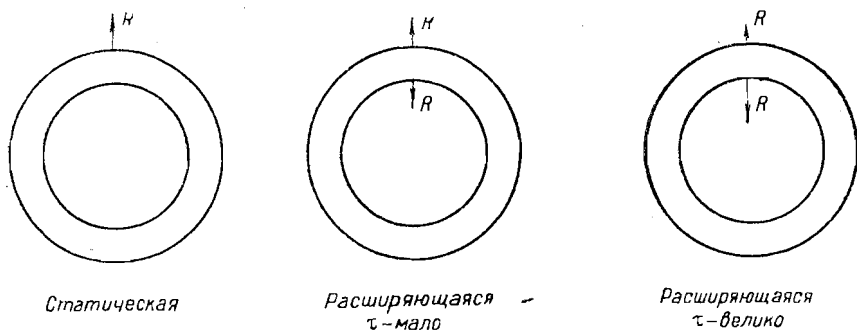


Рис. 14.

б) Скорость расширения меняется с расстоянием от центральной звезды и притом настолько сильно, что разность скоростей расширения на внешней и внутренней границе во много раз превосходит среднюю величину термической скорости атомов по лучу зрения. Этот случай был довольно подробно разработан Занстра. Мы здесь дадим его результаты в несколько переработанном виде.

Станем рассматривать излучение разных частей туманности с точки зрения наблюдателя, который неподвижен по отношению к центральной звезде. С точки зрения такого наблюдателя коэффициент поглощения в некотором элементе объема на один водородный атом в линии  $L_{\alpha}$  в некоторой частоте  $\nu$  будет зависеть от разности:  $\nu - \nu'_0$ , где  $\nu'_0$  есть „центральная частота“ для данного элемента объема. Итак, коэффициент поглощения на один атом мы можем обозначить:

$$k = k(\nu - \nu'_0).$$

С другой стороны, эта центральная частота  $\nu'_0$  связана следующим соотношением со скоростью расширения  $v$  в том месте, где находится рассматриваемый элемент объема:

$$\nu'_0 = \nu_0 - \frac{v}{c} \nu_0,$$

где  $\nu_0$  — центральная частота для элемента объема, неподвижного по отношению к наблюдателю.

Поэтому

$$k_\nu = k \left( \nu + \frac{\nu}{c} \nu_0 - \nu_0 \right). \quad (7.109)$$

Введем теперь оптическую глубину для каждой наблюдаемой частоты  $\nu_0$ :

$$t_\nu = \int_r^{r_2} k \left( \nu + \frac{\nu}{c} \nu_0 - \nu_0 \right) ndr. \quad (7.110)$$

Уравнения переноса будут иметь попрежнему обычный вид, и из них легко будет получить, что

$$\frac{1}{2} \frac{d(K_\nu + K'_\nu)}{dt_\nu} = K_\nu - K'_\nu \quad (7.111)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d(K_\nu - K'_\nu)}{dt_\nu} = K_\nu + K'_\nu - 2C_\nu. \quad (7.112)$$

Здесь  $K_\nu d\nu$  и  $K'_\nu d\nu$  — интенсивности излучения для интервала частот между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ . Напишем теперь условие лучевого равновесия для того же интервала частот. Количество поглощаемой энергии в единице объема равно

$$k_\nu (2\pi K_\nu + 2\pi K'_\nu) n d\nu.$$

Количество излучаемой энергии равно  $4\pi C_\nu k_\nu n d\nu$ . Наконец, количество  $L_c$ -излучения, переходящее в интервал частот между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$  линии  $L_a$ , может быть определена следующим образом.

Пусть полное количество  $L_c$ -излучения, переходящее в линию  $L_a$ , в рассматриваемом единичном объеме будет  $4\pi f(\tau) n \kappa$  [сравнить вывод формулы (7.93)]. Из этого излучения только некоторая доля  $\frac{k_\nu d\nu}{\int k_\nu d\nu}$  перейдет в интервал частот между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ . Итак, количество энергии, перешедшее в этот интервал частот, будет равно:

$$4\pi f(\tau) n \kappa \frac{k_\nu d\nu}{\int k_\nu d\nu}.$$

Поэтому условие лучевого равновесия может быть написано в форме:

$$2C_\nu = K_\nu + K'_\nu + 2f(\tau) \frac{\kappa}{\int k_\nu d\nu}. \quad (7.113)$$

Из уравнений (7.111) и (7.112) следует:

$$\frac{1}{4} \frac{d^2(K_\nu + K'_\nu)}{dt_\nu^2} = K_\nu + K'_\nu - 2C_\nu. \quad (7.114)$$

Сравнивая (7.114) и (7.113), находим:

$$\frac{1}{4} \frac{d^2(K_\nu + K'_\nu)}{dt_\nu^2} = -2f(\tau) \frac{\kappa}{\int k_\nu d\nu}. \quad (7.115)$$

Это уравнение можно переписать еще иначе:

$$\frac{d}{d\tau} \frac{d(K_\nu + K'_\nu)}{d\nu} = -8f(\tau) \frac{\kappa}{\int k_\nu d\nu} \frac{d\nu}{d\tau}. \quad (7.116)$$

Пусть  $\nu$  будет центральная частота какого-нибудь из средних слоев туманности. Очевидно, что как наружные, так и внутренние слои туманности прозрачны к этой частоте, и лишь сравнительно небольшой толщины слой поглощает эту частоту.

Только в этом слое  $\frac{d\nu}{d\tau}$  заметно отлично от нуля. Поэтому согласно (7.116) только в этом слое происходит заметное изменение потока, равного  $\frac{1}{2} \frac{d}{d\nu} (K_\nu + K'_\nu)$ . Но в этом слое небольшой оптической толщины в  $L_c$ -излучении мы можем  $f(\tau)$  разложить в ряд. В самом деле, пусть  $\tau_\nu$  будет значение  $\tau$  для того слоя, для которого центральная частота равна  $\nu$ . Тогда около этого слоя:

$$f(\tau) = f(\tau_\nu) + f'(\tau_\nu)(\tau - \tau_\nu). \quad (7.117)$$

Уравнение (7.116) можно теперь переписать в виде:

$$\frac{d}{d\tau} \frac{d(K_\nu + K'_\nu)}{d\nu} = - \frac{8k_\nu}{\int k_\nu d\nu} \{f(\tau_\nu) + f'(\tau_\nu)(\tau - \tau_\nu)\}, \quad (7.118)$$

так как

$$\kappa \frac{d\nu}{d\tau} = k_\nu.$$

Здесь  $k_\nu$  есть функция  $\tau$ , так как зависит от него через скорость  $v$ . Положим, что функция  $k\left(\nu + \frac{v}{c}v_0 - \nu_0\right)$  зависит от своего аргумента таким образом, что она положительна, постоянна и равна  $k^0$ , когда абсолютное значение аргумента меньше некоторого  $\Delta\nu$ , и равна нулю, когда абсолютное значение аргумента больше  $\Delta\nu$ , т. е. предположим, что коэффициент поглощения меняется так, как изображено на рис. 15.

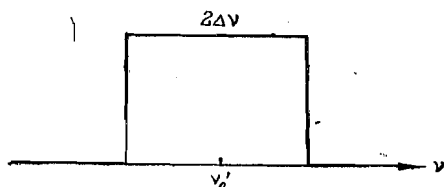


Рис. 15.

Следовательно, мы будем считать, что излучение частицы  $\nu$  поглощается с одинаковым коэффициентом поглощения до тех слоев, скорость которых отличается от скорости слоя с центральной частотой  $\nu$  на величину меньшую, чем  $w = \Delta\nu \frac{c}{\nu}$ . Остальные слои туманности прозрачны для этого излучения. Определим теперь  $x$  таким образом, чтобы туманность была непрозрачна к частоте  $\nu$  в слое между  $\tau_\nu - x$  и  $\tau_\nu + x$ . Очевидно, что в слое с оптической глубиной  $\tau_\nu - x$  скорость расширения равна  $v + w$ , а в слое с глубиной  $\tau_\nu + x$  скорость расширения равна  $v - w$ .

Легко видеть, что

$$x = -\frac{1}{\frac{dv}{d\tau}} \cdot w. \quad (7.119)$$

Интегрируя (7.118), получаем для  $|\tau - \tau_v| < x$  следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} K_v + K'_v &= -\frac{8k^0}{\kappa \Delta v} \left\{ f(\tau_v) \frac{(\tau - \tau_v)^2}{2} + f'(\tau_v) \frac{(\tau - \tau_v)^3}{6} \right\} + \\ &+ b_v \frac{k^0}{\kappa} (\tau - \tau_v) + a_v, \\ K_v - K'_v &= -\frac{4}{\Delta v} \left\{ f(\tau_v) (\tau - \tau_v) + f'(\tau_v) \frac{(\tau - \tau_v)^2}{2} \right\} + b_v, \end{aligned} \right\} \quad (7.120)$$

где  $a_v$  и  $b_v$  — постоянные.

Предельные условия можно написать в виде:

$$K_v(\tau_v + x) = 0; \quad K'_v(\tau_v - x) = 0.$$

При этих предельных условиях для постоянных  $a_v$  и  $b_v$  получаем

$$\left. \begin{aligned} a_v &= f(\tau_v) \frac{4x}{\Delta v} \left( 1 + \frac{kx}{\kappa} \right) \\ b_v &= 4f'(\tau_v) \frac{x^3}{\Delta v} \frac{1 + \frac{2}{3} \frac{kx}{\kappa}}{1 + \frac{kx}{\kappa}}. \end{aligned} \right\} \quad (7.121)$$

Отсюда для потока  $\pi(K_v - K'_v)$  имеем:

$$\begin{aligned} \pi(K_v - K'_v) &= -\frac{4\pi}{\Delta v} \left\{ f(\tau_v) (\tau - \tau_v) + f'(\tau_v) \frac{(\tau - \tau_v)^2}{2} \right\} + \\ &+ 4\pi f'(\tau_v) \frac{x^3}{\Delta v} \cdot \frac{1 + \frac{2}{3} \frac{kx}{\kappa}}{1 + \frac{kx}{\kappa}}. \end{aligned} \quad (7.122)$$

Если при данном  $\tau$  проинтегрируем это выражение по всем  $v$ , которые поглощаются на этой глубине, т. е. между  $v(\tau) - \frac{\Delta v}{2}$  и  $v(\tau) + \frac{\Delta v}{2}$ , то получим:

$$\begin{aligned} \pi \int (K_v - K'_v) dv &= \pi \int (K_v - K'_v) \frac{dv}{dv} \approx \frac{dv}{d\tau} d\tau_v = \\ &= \pi \frac{v}{c} \frac{dv}{d\tau_v} \int_{\tau_v - x}^{\tau_v + x} (K_v - K'_v) d\tau_v = \\ &= \frac{\pi v}{c} \frac{dv}{d\tau_v} 8f'(\tau_v) \frac{x^3}{\Delta v} \left\{ \frac{1 + \frac{2}{3} \frac{kx}{\kappa}}{1 + \frac{kx}{\kappa}} - \frac{1}{6} \right\}, \end{aligned} \quad (7.123)$$

так как в слое  $\tau$  поглощается излучение слоев, оптические глубины которых заключены между  $\tau - x$  и  $\tau + x$ .

Мы имеем  $\frac{\Delta v}{v} c = w$  и  $\frac{k^0}{\kappa} \gg 1$ . С другой стороны,  $\frac{k^0}{\kappa} x$  порядка  $10^4 x$  и должно быть больше единицы, иначе бы вышло, что  $w$  меньше, чем десятитысячная доля разности скоростей на внешней и внутренней границах. Принимая все это во внимание, мы видим, что первый член в скобках меньше второго, потому что  $x \ll 1$ , и что наше уравнение можно переписать в виде:

$$\pi \int (K_v - K'_v) dv = \frac{4}{3} \pi f'(\tau) \left( \frac{w^2}{\left(\frac{dv}{d\tau}\right)^2} \right) \approx \kappa^2$$

Только этот суммарный поток действительно поглощается водородными атомами на глубине  $\tau$  и производит световое давление. Ускорение, получаемое от светового давления, будет, очевидно, равно

$$+ \frac{4}{3} \frac{\pi f'(\tau) k^0}{mc \left(1 + \frac{n^+}{n}\right) \left(\frac{dv}{d\tau}\right)^2}$$

Если положить, что  $w$  мало по сравнению с  $\frac{dv}{d\tau}$ , то можно довольно сильно уменьшить ускорение от светового давления по сравнению со статическим случаем. При этом не надо забывать, однако, что  $k^0$  обратно пропорционально  $w$  (т. е.  $\Delta v$ ). Что касается до  $f'(\tau)$ , то ее максимальное значение порядка  $S$ . Мы можем, с другой стороны, написать, что в светящейся части туманности

$$\frac{dv}{d\tau} \approx v(\tau_0 - 1) - v(\tau_0),$$

где  $v(\tau_0 - 1)$  и  $v(\tau_0)$  суть скорости на оптических глубинах  $\tau_0 - 1$  и  $\tau_0$ , т. е. на границах светящейся части туманности. Эта разность не превосходит  $10 \text{ км/сек}$ , иначе она сказала бы на ширине линий туманности. При этих условиях, если положить  $w = 1 \text{ км/сек}$ , то ускорение будет около ста раз меньше, чем для стационарной туманности. Оно направлено наружу. Столь малая, сравнительно, величина ускорения физически вполне понятна. В этом случае играет роль лишь разность давлений излучения из узких слоев, лежащих по ту и другую сторону рассматриваемого уровня.

На самых краях туманности приведенный результат будет неверен. Так, при  $\tau = 0$  в (7.123) нужно интегрировать только от  $0$  до  $x$ , а не от  $-x$  до  $x$ . Поэтому в выражении для полного потока сохранится член, содержащий  $f(\tau)$ . Мы будем иметь, что для внешней и внутренней границ светящейся оболочки световое давление по величине значительно больше и приближается к тому, которое получается для туманности, расширяющейся с одной и той же скоростью во всех слоях.

Занстра указал на одну причину, по которой  $\eta$  должна быть очень малой величиной. Но мы не будем входить здесь в рассмотрение этого вопроса, отсылая читателей к его оригинальной статье<sup>1)</sup>.

Во всяком случае, мы видим, что лучевое давление в газовых туманностях играет очень большую роль, и построенные выше основания теории лучевого равновесия туманностей помогут разобраться в динамике туманностей, которая еще нам неясна.

**15. Гелиевая туманность.** Для нейтрального гелия мы не имеем линии, играющей ту же роль, которую играет в туманностях линия  $L_{\alpha}$  водорода. В самом деле, пусть высокочастотное излучение центральной звезды ионизовало какой-нибудь атом гелия. При рекомбинации у нас будет опять ряд каскадных переходов, который должен завершаться переходом либо в состояние  $1^1S$ , либо в  $2^3S$ . Разберем первый случай. При переходе в состояние  $1^1S$  излучается линия серии  $1^1S - n^1P$  гелия. Она сейчас же будет поглощена вследствие наличия большого числа атомов гелия в нормальном состоянии, после чего какой-то атом перейдет в состояние  $n^1P$ . Отсюда имеется некоторая конечная вероятность перехода в метастабильное состояние  $2^1S$ , после чего совершится запрещенный переход  $2^1S \rightarrow 1^1S$ . Кванты этой запрещенной линии уйдут беспрепятственно из туманности. Поэтому все кванты линии  $1^1S - 2^1P$ , которая могла бы претендовать на роль линии  $L_{\alpha}$  в конце концов разобьются на кванты двух линий  $1^1S - 2^1S$  и  $2^1S - 2^1P$ . Что касается того случая, когда после рекомбинации у нас получится состояние ортогогелия, то квант линии  $2^3S - 2^3P$  действительно будет диффундировать по туманности так же, как кванты  $L_{\alpha}$ , пока из нее не выйдет. Однако оптическая толщина в линии  $2^3S - 2^3P$  хотя и может быть значительной в силу особой метастабильности состояния  $2^3S$ , но все же она по меньшей мере в сотни раз меньше оптической толщины в линии  $L_{\alpha}$ . В этом мы убеждаемся, применяя к этому случаю формулу (7.36).

Что касается до ионизованного гелия, то его спектр подобен водородному и поэтому характер лучевого равновесия для него такой же, что и для водорода<sup>2)</sup>. В частности, световое давление и в этом случае играет большую роль.

**16. Время релаксации.** Весьма важным является установить время, в течение которого устанавливается лучевое равновесие, так как сами туманности, по видимому, обладают небольшой продолжительностью жизни и для установления лучевого равновесия надо, чтобы соответствующее „время релаксации“ было мало по сравнению с продолжительностью жизни туманности.

Очевидно, что время релаксации порядка того среднего времени  $T$ , которое необходимо для того, чтобы световой квант продиффундировал с внутренней поверхности туманности через всю туманность наружу. Вычислим поэтому это время  $T$ . Пусть для простоты на внутреннюю поверхность туманности падают

<sup>1)</sup> Monthly Not. 95, 84, 1934.

<sup>2)</sup> Подробнее см. Ambartzumian, Bull. de l'Obs. Poulkovo 13, 3, 23, 1933.

кванты определенной частоты от центральной звезды. Пусть попережнему  $\pi S$  будет количество энергии, падающей на  $1 \text{ см}^2$  внутренней границы в единицу времени. Примем, что имеет место чистое рассеяние. Тогда из уравнений переноса имеем:

$$\frac{1}{4} \frac{d^2(I+I')}{dt^2} = I+I' - 2B.$$

Уравнение лучевого равновесия будет иметь вид:

$$I+I' + \frac{1}{2} S e^{-(t_1-t)} = 2B(t),$$

поэтому

$$I+I' = a + bt - 2S e^{-(t_1-t)}$$

$$I-I' = \frac{b}{2} - S e^{-(t_1-t)},$$

откуда находим:

$$2I = a + \frac{b}{2} + bt - 3S e^{-(t_1-t)}$$

$$2I' = a - \frac{b}{2} + bt - S e^{-(t_1-t)}$$

Предельные условия  $I(t_1) = I'(t_1)$ ;  $I'(0) = 0$  дают

$$b = 2S; \quad a = S(1 + e^{-t_1}).$$

Для плотности излучения имеем:

$$e_s = \frac{2\pi}{c} \left\{ I+I' + \frac{1}{2} [S e^{-(t_1-t)}] \right\} = \frac{2\pi}{c} (a + bt - \sqrt[2]{S e^{-(t_1-t)}}).$$

Для полного количества энергии, содержащегося между сферами с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ , имеем:

$$E = 4\pi r_1^2 \int_{r_1}^{r_2} e_s dr = \frac{8\pi^2 r_1^2}{c} \int_{r_1}^{r_2} (a + bt) \frac{dr}{dt} dt.$$

Здесь мы пренебрегли разностью  $r_2 - r_1$  по сравнению с  $r_1$ , а также членом  $S e^{-(t_1-t)}$ , так как он заметно отличен от нуля лишь в самых глубоких слоях. Положим, далее, что

$$\frac{dr}{dt} = \frac{-1}{nk} = \text{const},$$

где  $n$  — число рассеивающих атомов в единице объема. Тогда

$$E = \frac{8\pi^2 r_1^2}{c} \frac{S t_1 (1 + t_1)}{nk},$$

где вместо  $a$  и  $b$  мы внесли их значения. Очевидно, что при сделанных предположениях

$$\frac{t_1}{nk} = r_2 - r_1.$$



Поэтому полное количество содержащейся в туманности лучистой энергии равно

$$E = \frac{8\pi^2 r_1^2}{c} S' (r_2 - r_1) (1 + t_1).$$

Так как, с другой стороны, в единицу времени туманность излучает столько, сколько в нее поступает, т. е.

$$4\pi^2 r_2^2 S,$$

то для средней продолжительности пребывания кванта в туманности имеем:

$$T = \frac{E}{4\pi^2 r_2^2 S} = \frac{2(r_2 - r_1)}{c} (1 + t_1).$$

При больших  $t$  находим просто:

$$T = 2t_1 \frac{r_2 - r_1}{c}.$$

Надо отметить, что по самому методу вычисления в этот промежуток времени не входят те периоды, когда квант находится в поглощенном состоянии. В случае туманности очевидно, что ими можно пренебречь. В самом деле, каждый раз квант проводит в поглощенном состоянии  $10^{-8}$  сек. Между тем от поглощения до поглощения квант живет  $\frac{l}{c}$  секунд, где  $l$  — средний путь кванта от его излучения до следующего поглощения. В свою очередь, величина  $l$  порядка  $\frac{r_2 - r_1}{t_0}$ , т. е. такого расстояния, на котором оптическая глубина возрастает на единицу. Если положить для  $L_a$ :  $r_2 - r_1 = 3000$  астр. ед., а  $t_1 = 10^5$ , то  $l = 5 \cdot 10^{11}$  см, и промежуток времени между двумя рассеяниями около 17 сек. Таким образом, в этом случае время пребывания в поглощенном состоянии в  $10^9$  раз меньше, чем промежуток времени между двумя рассеяниями.

Вычисляя с теми же значениями  $r_2 - r_1$  и  $t_1$  время  $T$  для кванта  $L_a$ , мы получаем промежуток около  $10^4$  лет. При  $t_1 = 10^4$  получаем  $T = 10^3$  лет. Правда, кванты  $L_a$  исходят не из центральной звезды, как это предполагалось при выводе нашей формулы, а образуются из квантов  $L_c$  внутри туманности, но это не может изменить порядок величины  $T$ . Как будет видно из дальнейшего, порядок возраста туманностей не может очень сильно превосходить полученное значение  $T$  и для начальной стадии жизни туманности настоящий вывод может иметь значение.

Здесь отметим лишь, что если туманность расширяется со скоростью, зависящей от расстояния до центра, то надо рассматривать каждый слой с оптической толщиной  $2x$  отдельно (см. предыдущий параграф). Это уменьшает  $r_2 - r_1$ , но не уменьшает сильно величину  $t_1$ , так как для того чтобы разность скоростей наружного и внутреннего слоев была велика по сравнению с термическими скоростями, надо, чтобы последние были

малы. А это влечет за собой большое значение  $k$  и, следовательно,  $t_1$ .

**17. Роль столкновений.** При значительной плотности свободных электронов столкновения второго рода атомов водорода с электронами могут сильно уменьшить равновесную плотность  $L_\alpha$ -излучения. В результате ударов второго рода энергия  $L_\alpha$ -излучения будет расходоваться на увеличение кинетической энергии электронов. Мы покажем однако, что столкновения при реальных условиях в туманностях не играют никакой роли и ими можно пренебречь. Для этого достаточно показать, что световой квант, диффундируя через всю туманность, имеет очень малую по сравнению с единицей вероятность, будучи в поглощенном Н-атомом состоянии, перейти в тепло благодаря столкновению возбужденного атома с электронами.

Мы видели, что

$$T = 2t_1 \frac{r_2 - r_1}{c}.$$

Время между двумя последовательными рассеяниями, как показано выше, в среднем равно:

$$u = \frac{r_2 - r_1}{ct_1}.$$

Поэтому полное число рассеяний, испытываемое световым квантом во время диффузии сквозь туманность, в среднем равно

$$\frac{T}{u} = 2t_1^2.$$

Эта формула имеет значение не только для туманностей, но применима и в других вопросах. Если  $t_1 = 10^5$ , то число рассеяний будет порядка  $2 \cdot 10^{10}$ . Так как продолжительность жизни в возбужденном состоянии  $2P$  равна  $0,16 \cdot 10^{-8}$  сек<sup>1)</sup>, то всего при диффузии через туманность квант проводит в поглощенном состоянии около  $2 \cdot 10^{10} \cdot 0,16 \cdot 10^{-8} = 30$  сек. Вероятность столкновения за это время равна  $30 \cdot n_e v_e \sigma$ , где  $\sigma$  — эффективное поперечное сечение для рассматриваемого процесса,  $v_e$  — средняя скорость электронов, а  $n_e$  — число электронов в  $1 \text{ см}^3$ . Примем наиболее вероятные значения этих величин:

$$n_e = 10^4; \quad v_e = 5 \cdot 10^7 \text{ см/сек};$$

что касается  $\sigma$ , то оно по всей видимости не превосходит  $10^{-16} \text{ см}^2$ . Поэтому искомая вероятность будет равна:

$$30n_e v_e \sigma = 15 \cdot 10^{-4} = 0,0015.$$

Как бы мы ни меняли исходные данные, она не может приблизиться к единице. Итак, в случае  $L_\alpha$ -квантов огромное число

<sup>1)</sup> См. Бете, Квантовая механика простейших систем. Госиздат, 1935, стр. 238.

$2 \cdot 10^{10}$  рассеяний все же практически не прерывается вследствие ударов второго рода.

Поэтому в построенной выше теории лучевого равновесия туманностей мы имели право пренебречь влиянием столкновений на лучевое равновесие в линии  $L_a$  и учитывать только рассеяния.

**18. Динамика и происхождение планетарных туманностей.** Вопрос о силах, действующих в туманностях, начал изучаться лишь в последние годы. Здесь остается еще много спорных пунктов. Некоторые из них были отмечены в нашем изложении. Однако, мы настолько продвинулись вперед, что, несомненно, в ближайшие годы можно будет вполне реально поставить вопрос о генезисе планетарных туманностей. Это будет первая глава той космогонии, которая еще не создана и которая будет базироваться на солидном фундаменте наблюдений и физических теорий.

Однако уже один факт расширения планетарных туманностей указывает на то, что они состоят из материи, выброшенной центральными звездами. Вряд ли мы имеем здесь дело со стационарным истечением из звезды. Скорее можно думать, что туманности эти образовались в результате взрывов в центральных звездах, аналогично тому, как это наблюдается у Новых, где также образуются расширяющиеся газовые оболочки, спектры которых сходны со спектрами планетарных туманностей.

Однако большую трудность представляет объяснение малых скоростей расширения туманностей. Для того чтобы массы газов были выброшены с поверхности звезды в мировое пространство, им надо сообщить начальные скорости порядка  $1500 \text{ км/сек}$ . Повидимому, при вспышках Новых звезд такие именно скорости сообщаются оболочкам Новых, как это часто наблюдалось. При этом, естественно, скорость выбрасывания „не обязана“ совпадать очень точно с критической скоростью отрыва, почему и на значительном удалении от звезды оболочки обычных Новых сохраняют довольно большие скорости.

Наоборот, допустив, что планетарные туманности образовались также в результате взрыва, мы должны принять, что скорость выбрасывания масс с поверхности была настолько близка к критической скорости, что при достаточном удалении от звезды скорость расширения быстро стремилась к нулю. Такое совпадение обеих скоростей нельзя считать естественным. Можно предположить, что наблюдаемые туманности являются внутренними слоями когда-то выброшенных оболочек, на движении которых сильно сказалось тормозящее действие светового давления. При уменьшении скорости расширения до термических скоростей (порядка  $10 \text{ км/сек}$ ) торможение автоматически должно прекращаться, и так как расширение с такой малой скоростью может длиться очень долго, то мы и будем наблюдать у большей части туманностей именно малые скорости расширения.

Поскольку массы планетарных туманностей порядка  $0,1 M_{\odot}$ , а выброшенная масса могла быть значительно больше, то, вероятно, такое выбрасывание может происходить лишь один раз

в жизни звезды и представляет собой катастрофу, являющуюся каким-то существенным и поворотным моментом в звездной эволюции.

## VIII. МЕЖДУЗВЕЗДНАЯ МАТЕРИЯ

1. **Общее поглощение и темные туманности.** Исследования Габбла <sup>1)</sup> установили, что распределение внешних галактик в пространстве, о котором мы можем судить в известной мере по распределению их видимых величин, является приблизительно равномерным для всякого направления, отстоящего от галактического экватора более  $20^\circ$ . Однако абсолютное число галактик до данной величины уменьшается по мере удаления от галактических полюсов, доходя буквально до нуля в „зоне избегания“, простирающейся в обе стороны от галактического экватора приблизительно на  $15^\circ$ . В некоторых местах эта зона избегания шире, чем в других. Поскольку распределение внешних галактик не может зависеть от галактической широты, под которой мы их наблюдаем, единственным вероятным объяснением этого явления должно быть предположение о существовании поглощающей материи, сосредоточенной близ плоскости галактики. Наблюдения установили наличие такой концентрации поглощающей материи к плоскости симметрии и в других галактических системах. У многих галактик, ориентированных таким образом, что мы находимся в плоскости их экватора, наблюдаются темные полосы вдоль экватора.

Оптическая толщина темной материи в направлении, перпендикулярном галактической плоскости, насколько можно судить по видимому распределению внегалактических туманностей, не превосходит половины. В направлениях же, совпадающих с галактической плоскостью, она по меньшей мере равна нескольким единицам, ибо свет внегалактических туманностей в этих направлениях практически полностью поглощен.

О природе частиц, производящих это общее поглощение, мы знаем очень немного. Нет сомнений в том, что это твердые частицы. В самом деле, в одном из следующих параграфов мы увидим, что плотность межзвездного газа не настолько велика, чтобы производить общее поглощение. Межзвездный газ производит поглощение лишь в отдельных линиях. Жидкие частицы не могут существовать в межзвездном пространстве, так как вследствие низкой температуры они бы замерзли (за исключением может быть He).

Предположение о том, что поглощение в основном производится твердыми частицами размерами больше  $1\text{ см}$ , дает для массы темной материи значение, превосходящее массу галактики, которая приближенно известна из теории галактического вращения.

Таким образом поглощающая темная материя представляет собой мелкую космическую пыль, которая представлена в солнечной системе метеорами.

<sup>1)</sup> *Astrophysical Journal*, 79, 8, 1934.

Наряду с общим поглощением в галактической системе встречается и локальное поглощение, обнаруживаемое по аномальной бедности звездами того или иного участка неба. В этом случае говорят о темных туманностях. Об их существовании мы следовательно узнаем по производимому ими поглощению света лежащих за ними звезд. Во многих случаях полное поглощение, производимое такими темными туманностями, достигает от двух до четырех звездных величин. Следовательно и оптическая толщина их колеблется от двух до четырех. Оказывается, что во многих случаях поглощение, производимое этими туманностями, неселективное или обладает очень малой селективностью. Поскольку частицы, размеры коих меньше длины волны, рассеивали бы свет по закону Рэлея (по которому коэффициент рассеяния обратно пропорционален четвертой степени длины волны), то надо допустить, что размеры частиц превосходят длину волны, так как в этом случае поглощение должно быть нейтральным. Поэтому не будет большой ошибки сказать, что материя, составляющая темные туманности, состоит из частиц размерами от одного микрона до сантиметра.

**2. Селективное поглощение.** Когда поглощение имеет селективный характер, то его легче изучать, так как основными данными для этого являются лишь цвета звезд. В настоящее время твердо установлено <sup>1)</sup> покраснение звезд типа *B*, находящихся вблизи плоскости галактики, по мере удаления их от нас. При удалении звезды на 1000 парсек колор индекс ее увеличивается в среднем на  $0^m,30$ . Ряд статистических исследований показывает, что при этом в визуальных лучах поглощение тоже порядка  $0^m,30$ . Следовательно, в фотографических лучах оно порядка 0,60. Это уже приблизительно соответствует закону Рэлея. Следовательно здесь мы имеем дело с частицами, малыми по сравнению с длиной волны. Установлено, что селективное поглощение отличается большой неравномерностью. Оно зависит и довольно нерегулярным образом от галактической долготы. Возможно, что селективное космическое поглощение есть лишь одно из проявлений общего поглощения, о котором говорилось выше и которое обуславливает габбловскую зону избегания внегалактических туманностей.

**3. Газовый компонент междузвездной материи.** Еще в 1904 г. Гартман <sup>2)</sup> заметил, что в спектрально-двойной звезде  $\delta$  Orionis каждая из линий *H* и *K* кальция состоит из двух компонент, из которых один вместе со всеми другими линиями принимает участие в колебаниях около некоторого среднего положения, называемых орбитальным движением звезды, а другой остается неподвижной. Эти неподвижные линии были приписаны облаку кальция, находящемуся между звездой и нами. Впоследствии было обнаружено, что „неподвижные“ линии встречаются не только в спектрах спектрально-двойных звезд, но и в спектрах

<sup>1)</sup> См. например, J. Stebbins and C. H. Huffer, 15, 217, 1934.

<sup>2)</sup> Astrophysical Journal, 19, 268, 1904.

одиночных звезд типа  $B$ , обнаруживая себя тем, что для них доплеровское смещение отлично от смещения, определенного по всем остальным линиям. С другой стороны, было установлено, что интенсивность этих линий поглощения растет по мере увеличения расстояния звезды до нее. Отсутствие неподвижных линий кальция у звезд поздних классов было объяснено тем, что они не могут быть обнаружены вследствие большой ширины линий  $H$  и  $K$  самой звезды. Все это привело к убеждению, что мы имеем дело не с отдельными облаками кальция, окружающими ту или иную звезду раннего класса, как думали сначала, а что поглощающие атомы распределены более или менее равномерно по всей плоскости галактики, в то время как их концентрация убывает по мере удаления от плоскости галактики. Эта точка зрения блестяще подтвердилась впоследствии, когда было определено вращение галактики по лучевым скоростям, найденным из смещения этих линий.

Наряду с линиями  $H$  и  $K$  в спектрах ряда звезд впоследствии были открыты и межзвездные линии  $D_1$  и  $D_2$  натрия в визуальной части спектра. В последнее время открыт еще ряд межзвездных слабых линий, пока еще мало изученных и не вполне отождествленных.

Из них только линия  $4300,32 \text{ \AA}$ , открытая Данхемом (Dunham), может быть с достаточной уверенностью приписана соединению  $CN$ . Почему в данном случае молекулы  $CN$  дают линию, а не полосу, будет видно из дальнейшего изложения.

Однако это вовсе не означает, что газовый компонент межзвездного вещества состоит главным образом из кальция и натрия. Нетрудно показать, что присутствие других распространенных элементов в межзвездном пространстве не может привести к поглощению линий в видимой части спектров звезд, вследствие того состояния ионизации и возбуждения, которое должно иметь место в межзвездном пространстве.

Для межзвездного пространства, так же как и для газовых туманностей, характерна сильная дилюция излучения. Вследствие слабости излучения — возбуждение мало. Только ничтожная доля атомов находится на возбужденных уровнях, и поэтому оптическая толщина линий субординатных серий ничтожно мала. Поглощение может происходить только в линиях главной серии. Так, межзвездный водород должен поглощать лишь линии лаймановской серии, которая недоступна нашему наблюдению. Другой распространенный элемент — гелий — в условиях межзвездного пространства должен поглощать еще более коротковолновую часть спектра и т. д. Таким образом ни водород, ни  $He$ , ни  $He^+$  не должны давать линий поглощения в видимой части спектра.

Подобно тому, как процент атомов, находящихся на возбужденных электронных уровнях, ничтожно мал, процент молекул, находящихся на возбужденных колебательных и вращательных уровнях, также должен быть ничтожен. Подавляющее большин

ство атомов должно находиться на основном колебательном и вращательном уровне. Вследствие того, что поглощающие молекулы сосредоточены на основном вращательном уровне (0), вместо каждой полусы мы должны иметь по правилу отбора две линии, соответствующие переходам на вращательные уровни (0) — (1). При этом, очевидно, что наблюдаемые пары линий должны соответствовать переходам с основного колебательного и электронного уровня на другие. В частности в случае молекулы CN мы должны наблюдать пару линий, соответствующих переходу (0, 0) системы  ${}^2\Delta \leftarrow {}^2\Pi$  с длинами волн  $4300,24 \text{ \AA}$  и  $4303,86 \text{ \AA}$ . Как указывалось, первая из этих линий действительно наблюдается как межзвездная, вторая же не может быть отделена от линии  $4303,82 \text{ \AA}$  (OII), наблюдаемый в спектрах звезд ранних типов.

Что касается до степени ионизации, то слабость ионизирующего излучения здесь компенсируется малой плотностью свободных электронов, очевидно меньшей, чем в туманностях. Вычислим, какова степень ионизации для кальция и натрия.

**4. Ионизация межзвездного вещества.** Характер излучения в межзвездном пространстве отличается от излучения в туманностях тем, что здесь мы имеем дело с разреженным излучением не одной центральной доминирующей звезды, а со сравнимыми друг с другом по количеству излучениями большого числа звезд, обладающих притом различной температурой.

Пусть  $4\pi dW$  будет суммарный телесный угол, под которым видны из некоторой точки межзвездного пространства все звезды, температуры коих заключаются между  $T$  и  $T + dT$ . В таком случае, пренебрегая поглощением, мы получим для плотности излучения в частоте  $\nu$ :

$$Q_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \int \frac{dW}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \frac{dW}{dT} dT. \quad (8.1)$$

Таким образом плотность излучения  $Q_\nu$  может быть вычислена, если мы знаем  $\frac{dW}{dT}$ . Надо заметить, что нас интересуют те частоты, которые производят ионизацию атомов Ca, Na,  $\text{Ca}^+$  и т. д. Наибольшая часть излучения в этих частотах получается от звезд типов A, B, O и Вольфа-Райе. Точный подсчет функции  $\frac{dW}{dT}$  требует применения статистики этих спектральных классов, а также учета статистики диаметров. Однако, в том интервале температур, который здесь играет роль (от 10 000 до 30 000°), мы можем представить  $\frac{dW}{dT}$  в виде:

$$\frac{dW}{dT} = \frac{A}{T^n}, \quad (8.2)$$

где  $A$  и  $n$  — некоторые постоянные. Грубо-приближенное значение показателя  $n$  может быть найдено следующим образом: согласно формуле (8.2), телесный угол  $dW$ , под которым видны звезды с температурами между  $T$  и  $T + dT$ , пропорционален  $\frac{dT}{T^n}$ .

Можно считать, что звезд типов  $B_8 - A_3$  (температуры которых заключены приблизительно в пределах  $10\,000 - 14\,000^\circ$ ), согласно каталогу Дрепера, в 15 раз больше, чем звезд типа  $B_0 - B_5$  (температуры коих заключены между  $16\,000$  и  $24\,000^\circ$ ). Если бы относительное распределение тех и других по звездным величинам и их поверхностные яркости были одинаковыми, то отсюда следовало бы для  $n$  приближенное значение  $n=8$ . На самом деле поверхностные яркости у звезд  $B_0 - B_5$  раза в два-три больше, чем у  $B_8 - A_3$ , поэтому при данных видимых яркостях телесные углы, под которыми они видны, во столько же раз меньше и следовательно  $dW$  для них меньше, что увеличивает значение  $n$ . Однако более горячие звезды относительно чаще встречаются среди ярких звезд. Это увеличивает для них  $dW$  и следовательно уменьшает  $n$ . Для наших целей мы можем приближенно принять, что эти два фактора компенсируют друг друга, и считать значение  $n=8$  правильным. Такой же грубый подсчет показывает, что  $A=3 \cdot 10^{14}$ . Итак,

$$\frac{dW}{dT} = \frac{3 \cdot 10^{14} \text{ град.}^7}{T^8}. \quad (8.3)$$

Подставив (8.2) в (8.1), находим формулу для спектрального состава излучения в рассматриваемой области спектра:

$$e_s = \frac{8\pi h\nu^3 A}{c^3} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \frac{dT}{T^n} = \frac{8\pi A k^{n-1}}{c^3 h^{n-2} \nu^{n-4}} \int_0^\infty \frac{x^{n-2}}{e^x - 1} dx. \quad (8.4)$$

Для таких больших значений  $n$ , как  $n=8$ , мы можем с большей степенью приближения написать:

$$\int_0^\infty \frac{x^{n-2}}{e^x - 1} dx = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-2} dx = \Gamma(n-1). \quad (8.5)$$

Итак,

$$e = \frac{8\pi A k^{n-1}}{c^3 h^{n-2} \nu^{n-4}} \Gamma(n-1). \quad (8.6)$$

Обозначим:

$$\frac{8\pi A k^{n-1}}{c^3 h^{n-2}} \Gamma(n-1) = \gamma, \quad (8.7)$$

тогда

$$e_s = \frac{\gamma}{\nu^{n-4}}. \quad (8.8)$$

Зная распределение излучения в междузвездном пространстве по частотам, мы можем теперь подсчитать степень ионизации.



Для этого подставим в формулу (7.61), пригодную для всякого случая неравновесного излучения, формулу (8.8) и примем во внимание (7.62), а также максвелловское распределение скоростей свободных электронов. Мы найдем:

$$\frac{n^+ n_e}{n_1} = \frac{c^3 \gamma}{2h^3} \frac{\int_{\nu_0}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu^{n-1}}}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{\mu\nu^2}{2kT}} \nu d\nu} \cdot \frac{(2\pi\mu kT)^{3/2}}{4\pi\mu}.$$

Здесь  $T$  обозначает уже температуру свободных электронов. Эту формулу можно переписать в виде

$$\frac{n^+ n_e}{n_1} = \frac{(2\pi\mu kT)^{3/2}}{h^3} \frac{A}{T} \left(\frac{k}{h\nu_0}\right)^{n-2} \frac{\Gamma(n-1)}{n-2}. \quad (8.9)$$

Если же величину  $A$ , имеющую размерность  $T^{n-1}$ , обозначим

$$A = T_1^{n-1},$$

то

$$\frac{n^+ n_e}{n_1} = \frac{(2\pi\mu kT)^{3/2}}{h^3} \frac{T_1}{T} \left(\frac{kT_1}{h\nu_0}\right)^{n-2} \Gamma(n-2). \quad (8.10)$$

Ионизация атомов в междузвездном пространстве обусловлена главным образом звездами типа  $A$  и звездами более горячими. Поэтому можно принять  $T = 12000^\circ$  для температуры электронов. Нужно отметить, что ошибка в знании этой температуры не скажется существенным образом на результате. Тогда, вводя  $n = 8$ , получим:

$$\frac{n^+ n_e}{n_1} = \frac{5 \cdot 10^9}{\chi^6}, \quad (8.11)$$

где  $\chi$  — энергия ионизации в электрон-вольтах.

Степень ионизации  $\frac{n^+}{n_1}$  могла бы быть отсюда вычислена, если бы мы знали  $n_e$ . К сожалению, мы имеем пока скудные данные о значении  $n_e$ . Для оценки порядка величины  $n_e$  мы поступим так: в следующем параграфе мы увидим из интенсивностей междузвездных линий, что число ионов  $\text{Ca}^+$  в цилиндрическом столбе с сечением в  $1 \text{ см}^2$ , лежащем в плоскости галактики и длиной 1000 парсек, порядка  $3 \cdot 10^{14}$ . Но  $1000 \text{ парсек} = 3 \cdot 10^{21} \text{ см}$ . Поэтому число ионов  $\text{Ca}^+$  в  $1 \text{ см}^3$  в междузвездном пространстве равно  $10^{-7}$ . С другой стороны, очевидно, что подавляющее большинство атомов кальция в междузвездном пространстве дважды ионизовано. Следовательно полное число атомов кальция во всех стадиях ионизации в единице объема можно принять равным  $n^{++}$ . Число свободных электронов, конечно, значительно превосходит  $2n^{++}$ , так как вероятно,

что в межзвездном пространстве существуют и такие распространенные элементы, как Н, Не и т. д. Если примем, что число атомов всех элементов в сто раз превосходит число кальциевых атомов, то полное число свободных электронов в предположении, что от каждого атома в среднем оторван один электрон, будет  $100 n^{++}$ . Перепишем (8.11) для  $\text{Ca}^+$ :

$$\frac{n^{++}}{n^+} n_e = \frac{5 \cdot 10^9}{\chi^6} = \frac{5 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^6} \approx 2 \cdot 10^3.$$

Подставим сюда:  $n^+ = 10^{-7}$  и  $n_e = 100 n^{++}$ . Тогда

$$n^{++} = 1,4 \cdot 10^{-3}; \quad n_e = 0,14,$$

$$\frac{n^{++}}{n^+} = 1,4 \cdot 10^4.$$

Принимая, что в основном электроны оторваны от водородных атомов, мы можем из значения  $n_e$  заключить о порядке величины плотности межзвездной материи. Получаем:

$$\rho = 2 \cdot 10^{-25} \text{ г/см}^3.$$

Таким образом плотность межзвездного газа в  $10^6$  раз меньше плотности планетарных туманностей. Общая масса межзвездного газа, если предположить ее простирающейся равномерно на 100 парсек в обе стороны от плоскости галактики и принять радиус галактики равным  $10^4$  парсек, будет равна:

$$M = 4 \cdot 10^{41} \text{ г} = 2 \cdot 10^8 M_{\odot}.$$

Впрочем, наш подсчет массы является экстраполяцией, так как мы мало знаем о плотности межзвездного газа в далеких от Солнца областях.

Заметим, что если мы вычислим для кальция  $\frac{n^+}{n_1}$ , пользуясь формулой (8.11), принимая найденное значение  $n_e$ , то получим:

$$\frac{n^+}{n_1} = 10^6,$$

т. е. что число нейтральных атомов кальция в столбе с сечением в  $1 \text{ см}^2$  и длиной в 1000 парсек должно быть порядка  $3 \cdot 10^8$ . Поэтому даже резонансная линия нейтрального кальция  $\lambda 4227$  не может наблюдаться в виде интенсивной межзвездной линии.

Для натрия мы имеем другую картину. В этом случае большинство атомов находится в однажды ионизованном состоянии, так как второй потенциал ионизации для натрия очень высок (48 В). При  $n_e = 0,14$  мы найдем, полагая в (8.11) для Na:  $\chi = 5,1$ ,

$$\frac{n^+}{n_1} = 2 \cdot 10^6. \quad (8.12)$$

Поскольку почти все атомы Na находятся в однажды ионизованном состоянии, то считая, что всех атомов Na во всех стадиях ионизации в три раза больше, чем всех атомов кальция во всех стадиях ионизации (отношение, которое имеет место в солнечной атмосфере), мы получим, что количество ионов  $\text{Na}^+$  в  $1 \text{ см}^3$  равно  $5 \cdot 10^{-3}$ . Тогда, по (8.12),  $n = 2,5 \cdot 10^{-9}$ . Для полного числа нейтральных атомов Na в столбе с поперечным сечением в  $1 \text{ см}^2$  и длиной 1000 парсек, найдем:  $7,5 \cdot 10^{12}$  в отличие от числа  $3 \cdot 10^{14}$  для  $\text{Ca}^+$ . Итак, число поглощающих атомов Na в 40 раз меньше, чем ионов  $\text{Ca}^+$ . Между тем интенсивности линий поглощения междузвездного натрия приблизительно таковы же, как интенсивности линий междузвездного кальция. По измерениям Билса <sup>1)</sup>, линии междузвездного натрия даже чуть интенсивнее. В то же время вероятности переходов для обоих дублетов оказываются одного порядка. Объяснение факта одинаковой интенсивности дублетов, несмотря на значительно большую объемную концентрацию ионов кальция (в 40 раз), было дано Эддингтоном.

**5. Интенсивности междузвездных линий поглощения.** Контуры междузвездных линий определяются исключительно двумя факторами: затуханием излучения и эффектом Доплера. Последний получается вследствие относительного движения атомов как теплового характера, так и происходящего вследствие макроскопических относительных движений в междузвездной материи. Из последних существенную роль для нас играет дифференциальный эффект галактического вращения. Исследования Пласкета и Пирса показали <sup>2)</sup>, что междузвездный кальций участвует в галактическом вращении.

Согласно формуле Оорта, радиальная скорость частицы, находящейся от наблюдателя на расстоянии  $r$ , являющаяся следствием галактического вращения, равна:

$$v = 0,034 r \sin 2(l - 325^\circ),$$

где  $r$  выражено в парсеках. Для каждого заданного направления  $l$  радиальная скорость просто пропорциональна расстоянию и очевидно, что при равномерной плотности междузвездного кальция частицы должны быть равномерно распределены по их радиальным скоростям от нуля до значения радиальной скорости частиц, находящихся у поверхности наблюдаемой звезды. При этом мы считаем, что дисперсия тепловых скоростей мала по сравнению с эффектом галактического вращения.

Так как для каждого атома коэффициент поглощения, согласно теории затухания, определяется формулой:

$$k = \frac{a}{\gamma^2 + (\lambda - \lambda_0)^2}, \quad (8.13)$$

где  $\lambda_0$  — центральная длина волны атома, зависящая от ее радиальной скорости, то оптическая толщина слоя, лежащего между

<sup>1)</sup> Monthly Notices, 96, 661, 1936.

<sup>2)</sup> Publ. Dominion Astrophysical Observatory, 5, № 3, 1933.

нами и звездой, находящейся на расстоянии  $r$  в длине волны  $\lambda$ , будет:

$$t_v = \int \frac{a}{\gamma^2 + (\lambda - \lambda_0)^2} \frac{dN}{d\lambda_0} d\lambda_0, \quad (8.14)$$

где  $dN$  — число частиц, центральные длины волн коих заключены между  $\lambda_0$  и  $\lambda_0 + d\lambda_0$ . Очевидно, что

$$\frac{dN}{d\lambda_0} = \frac{dN}{dr} \frac{dr}{dv} \cdot \frac{dv}{d\lambda_0} = n \frac{1}{0.034 \sin 2(l-l_0)} \frac{c}{\lambda_0},$$

где  $n$  — объемная концентрация поглощающих атомов. Итак,

$$t_v = \frac{nac}{A\lambda_0} \int_{\lambda_1}^{\lambda_1 + \Delta\lambda_1} \frac{d\lambda_0}{\gamma^2 + (\lambda - \lambda_0)^2}, \quad (8.15)$$

где  $\lambda_1$  — частота атома, неподвижного по отношению к наблюдателю, а  $A = 0,034 \sin 2(l-l_0)$  и  $\Delta\lambda = \frac{Ar}{c} \lambda_1$ .

Интегрирование дает:

$$t_v = \frac{nac}{A\lambda_0\gamma} \operatorname{arctg} \frac{\gamma\Delta\lambda_1}{(\lambda - \lambda_1 - \Delta\lambda)(\lambda - \lambda_1) - \gamma^2}.$$

Рассчитав таким образом оптическую толщину для каждой длины волны внутри линии, мы можем путем вычисления интеграла

$$E = \int (1 - e^{-t_v}) d\lambda$$

найти полное поглощение в ангстремах непрерывного спектра. Это интегрирование производится численно. Характер зависимости  $E$  от  $n$  схематически изображен на рис. 16.

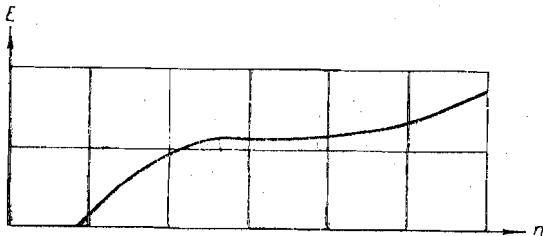


Рис. 16.

Мы видим, что  $E$  возрастает вначале пропорционально  $n$ , затем остается постоянным на довольно большом интервале (от  $n \approx \frac{\gamma\lambda a}{ac}$  до  $n \approx \frac{\lambda\Delta\lambda A}{ac}$ ),

в котором  $n$  меняется в  $\frac{\Delta\lambda}{\gamma}$  раз. Для отдаленных звезд  $\frac{\Delta\lambda}{\gamma}$  порядка 1000. Следовательно, если  $n$  для  $\text{Ca}^+$  и  $\text{Na}$  будут заключены в этом интервале, то полное поглощение  $E$  для них будет одинаково, несмотря на то, что их концентрации относятся как 40:1. Численное вычисление, произведенное на основе указанных выше данных, показывает, что  $n$  для  $\text{Ca}^+$  и  $\text{Na}$  действительно заключены в этих пределах. Таким образом равенство интенсивностей  $\text{Na}$  и  $\text{Ca}^+$  не противоречит теории ионизации.

Заметим, однако, что последние работы Меррилла и Билса показали, что распределение междузвездного газа в нашей галактике нельзя считать совершенно непрерывным и что отдельные сгущения этого газа движутся в пространстве с различными скоростями. Особенно показательна в этом отношении работа Билса, установившего, что у ряда звезд междузвездные линии разделены на две компоненты, как если бы свет от этих звезд прошел через два поглощающих облака, обладающих различными радиальными скоростями. Разность радиальных скоростей двух облаков, определенная по различным междузвездным линиям, при этом получается примерно одинаковая.

В свете этих фактов приведенная теория интенсивностей междузвездных линий, пренебрегающая облакообразным распределением междузвездного газа, представляется лишь самым грубым приближением.

**6. Междузвездные эмиссионные линии.** Поглощая излучение окружающих звезд, ионы междузвездного кальция его рассеивают по всем направлениям. Поэтому в низких галактических широтах на темном фоне неба должны наблюдаться очень слабые эмиссионные линии *H* и *K*. Интересно, однако, что, возбуждаясь под действием излучения звезд, ионы  $\text{Ca}^+$  могут спонтанно перейти как назад в основное состояние, так и в метастабильное состояние  $3D$ , откуда опять попадут в нормальное состояние, излучая запрещенный инфракрасный дублет  $1S-3D$ . Надо думать, что в этой линии эмиссия будет несколько сильнее, потому что кванты *H* и *K* могут быть поглощены вторично, и опять будет существовать вероятность излучения запрещенного дублета и т. д. Поскольку для обнаружения эмиссии необходимо вести спектрографирование возможно более низких галактических широт, то большой помехой будет фон слабых звезд, т. е. Млечный Путь, так как нетрудно понять, что интенсивность рассматриваемых линий будет в несколько раз меньше, чем интенсивность спектра Млечного Пути в рассматриваемой области длин волн.

## IX. ДИФFUЗНЫЕ ТУМАННОСТИ

Мы видели, что излучение планетарной туманности возбуждается ее центральной звездой. Выше уже упоминалось, что свечение диффузных туманностей также вызывается звездами, их освещающими. Однако, в то время как у планетарных туманностей освещающая звезда расположена в центре симметрии, у диффузных туманностей, вследствие неправильности формы, вообще нет центра симметрии, и освещающая звезда часто находится вне пределов туманности. Поэтому иногда трудно решить, какая же из звезд вызывает свечение данной диффузной туманности.

Как уже упоминалось, Габблу удалось показать, что каждой диффузной туманности можно привести в соответствие некоторую звезду — обычно сверх-гигант, которая находится вблизи

нее и вызывает свечение туманности. Когда туманность имеет непрерывный спектр, эта звезда оказывается спектрального типа более позднего, чем  $B_1$ . Если же туманность обладает спектром, состоящим из эмиссионных линий, она бывает связана со звездой более раннего спектрального типа, чем  $B_1$ . Те же туманности, которые связаны со звездами типа  $B_1$ , дают смешанный спектр (непрерывный с линиями излучения). Уже эта зависимость спектра туманности от спектрального типа звезды является блестящим подтверждением гипотезы Габбла о том, что рассматриваемые звезды являются причиной свечения туманностей. Кроме того, надо отметить, что у туманности с непрерывным спектром последний идентичен по характеру со спектром освещающей звезды. Поэтому нет никаких сомнений, что эти туманности представляют собою скопления небольших твердых частиц, рассеивающих по всем направлениям свет звезды. Иными словами, мы имеем здесь дело с простым отражением света.

Туманности с эмиссионным спектром состоят из газов, преобразующих коротковолновое излучение освещающих их горячих звезд в длинноволновое излучение, и механизм их возбуждения таков же, как и механизм возбуждения планетарных туманностей.

Габбл показал, что если для каждой диффузной туманности определить расстояние  $a$  от освещающей звезды в угловой мере, на котором туманность имеет некоторую стандартную поверхностную яркость, то из эмпирических данных оказывается, что  $a$  связана с видимой величиной звезды следующим соотношением:

$$m + 5 \lg a = \text{const.} \quad (9.1)$$

Это соотношение удовлетворяется с большой степенью точности. С другой стороны, оно непосредственно следует из гипотезы о том, что диффузные туманности освещаются звездами. В самом деле, обозначим через  $i$  видимую яркость звезды, а через  $I$  яркость ее на расстоянии 10 парсек (абсолютная яркость). Освещенность пылевой туманности, частицы которой расположены в некоторой плоскости, перпендикулярной направлению лучей, от звезды будет пропорциональна  $\frac{I}{\Delta^2}$ , где  $\Delta$  — расстояние рассматриваемой точки туманности до звезды. При постоянной отражательной способности туманности (например, если туманность отражает практически весь свет звезды) поверхностная яркость будет также пропорциональна  $\frac{I}{\Delta^2}$ . Как известно, она не зависит от расстояния. Следовательно, если мы берем у различных туманностей точки, соответствующие некоторой стандартной поверхностной яркости, то в этих точках расстояние  $\Delta$  удовлетворяет равенству:

$$\Delta^2 = CI. \quad (2)$$

где  $C$  — постоянная.

С другой стороны, если  $r$  — расстояние в парсеках от нас до туманности, то

$$a = \frac{\Delta}{r} \cos \theta, \quad (9.3)$$

где  $\theta$  — угол, образуемый радиусом-вектором, проведенным от звезды к рассматриваемой точке туманности с плоскостью касательной к небесной сфере. Подставляя (9.3) в (9.2), находим:

$$a^2 = \frac{CI}{r^2} \cos^2 \theta. \quad (9.4)$$

Но видимая яркость звезды  $i$  связана с абсолютной яркостью  $I$  соотношением:

$$i = 100 \frac{I}{r^2}. \quad (9.5)$$

Сравнивая (9.4) и (9.5), получаем:

$$a^2 = \frac{C}{100} i \cos^2 \theta,$$

или, переходя к логарифмам:

$$2 \lg a - \lg i - 2 \lg \cos \theta = \lg \frac{C}{100}.$$

Отсюда, заменяя:

$$-\lg i = 0,4 m - C',$$

где  $m$  — видимая величина звезды, находим:

$$5 \lg a + m + 5 \lg \cos \theta = \text{const}. \quad (9.6)$$

Угол  $\theta$  нам обычно неизвестен, и соотношение (9.6) не может быть проверено точно. Но заменяя  $\lg \cos \theta$  его средним значением, мы получим уравнение (9.1), которое находится в хорошем согласии с наблюдениями. Если на графике отложить по одной оси  $m$ , а по другой  $\lg a$ , то уравнение (9.1) представит прямую линию. На самом деле существует некоторая дисперсия точек около этой прямой, связанная с тем, что  $\lg \cos \theta$  уклоняется у разных туманностей от своего среднего значения. Кроме того некоторая дисперсия возникает также по той причине, что альbedo всех туманностей неодинаковы.

Интересно, что соотношение (9.1) выполняется не только для диффузных туманностей с непрерывным спектром, но также и для эмиссионных туманностей. Этот факт является несколько неожиданным, ибо в этом случае мы имеем не простое отражение, а процесс, аналогичный тому, который происходит в планетарных туманностях. Выполнение соотношения (9.1) для эмиссионных туманностей свидетельствует о том, что от единицы поверхности туманности излучается в совокупности отдельных эмиссионных линий количество энергии, пропорциональное количеству энергии, падающей на эту единицу поверхности в видимой и фотографической частях спектра. Между тем можно сказать, что количество энергии, излучаемое в спектральных

линиях единицей поверхности туманности, зависит от количества звездного излучения за границей лаймановской серии, падающего на  $1 \text{ см}^2$  поверхности туманности.

Поэтому соблюдение соотношения (9.1) указывает на то, что отношение количества энергии, падающей на  $1 \text{ см}^2$  в видимых лучах, к количеству энергии, падающей на ту же площадь в далекой ультрафиолетовой части спектра, постоянно при переходе от туманности к туманности. Но это означает постоянство температур поверхностей освещающих звезд. Мы знаем, что, действительно, звезды, освещающие диффузные туманности с эмиссионным спектром, принадлежат к весьма узкому участку спектральной классификации, именно к типу  $B_0$  и  $O$ , с линиями поглощения. Как правило, не встречается диффузных туманностей, освещаемых звездами типа Вольфа-Райе. Таким образом температуры звезд, освещающих диффузные туманности, заключены в интервале  $20\,000\text{--}27\,000^\circ$ . Что касается того, что постоянная в правой части уравнения (9.1) примерно одна и та же для отражающих и эмиссионных туманностей, то это — случайное обстоятельство. При другой температуре звезд, освещающих эмиссионные туманности, эти постоянные отличались бы между собою.

**1. Характер связи между диффузными туманностями и освещающими их звездами.** Расстояние туманностей от освещающих их звезд измеряется часто несколькими парсеками. Спрашивается, существует ли между диффузными туманностями и освещающими их звездами генетическая связь, или их связь носит чисто случайный характер? Иными словами, спрашивается, имеют ли они (звезда и туманность) общее происхождение и общее движение или, случайно сблизившись, находятся временно вблизи друг друга? Вопрос этот был поставлен еще Габблом. Габбл проанализировал радиальные скорости нескольких туманностей и, сравнив их с радиальными скоростями освещающих их звезд, пришел к выводу, что связь носит чисто временный характер.

Однако вывод Габбла, основанный на радиальных скоростях всего лишь пяти звезд, известных не вполне достоверно, нуждается в серьезной проверке. Эта проверка была произведена Горделадзе и автором следующим путем.

Если туманности лишь случайно встречаются с освещающими их звездами, то число туманностей, освещенных в каждый момент звездами того или иного спектрального типа, должно быть пропорционально вероятности для туманности находиться внутри одного из объемов пространства, освещенных звездами данного спектрального типа. Очевидно, что каждая звезда освещает вокруг себя со степенью освещенности, превосходящей некоторый, доступный для наших инструментов предел, некоторый сферический объем пространства. Радиус этой сферы пропорционален корню квадратному из ее действительной яркости, т. е.

$$\lg A = C - 0,2M,$$

где  $M$  — абсолютная величина звезды.



Объем этой сферы пропорционален кубу радиуса, т. е.  
 $\lg V = C_1 - 0,6M. \quad (9.7)$

Так, например, расчет показывает, что звезды с абсолютной величиной  $M=0$ , освещают" вокруг себя приблизительно 1 куб. парсек, а звезды с абсолютной величиной  $M=-5$ —около 1 000 куб. парсек. Вне этого объема туманность уже не будет настолько освещена звездой, чтобы быть доступной нашим инструментам (поверхностная яркость отраженного света будет очень мала).

Очевидно далее, что объемы, освещенные всей совокупностью звезд того или иного спектрального типа, будут относиться как  $n\bar{V}$ , где  $\bar{V}$ —средний объем, освещенный звездами данного типа, а  $n$ —число звезд данного типа в единице объема. Средний объем  $\bar{V}$  может быть получен путем усреднения объема  $V(M)$ , вычисленного по формуле (9.7), следующим образом:

$$\bar{V} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(M) V(M) dM}{\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(M) dM},$$

где  $\varphi(M)$ —функция светимости для данного спектрального типа, показывающая, сколько звезд данного типа в единице объема имеют абсолютную величину  $M$ . Таким образом вероятность для туманности быть освещенной звездой данного спектрального типа может быть вычислена из одних лишь звездно-статистических данных. Если, действительно, связь между туманностями и освещающими их звездами случайная, то число наблюдаемых туманностей, освещенных звездами того или иного типа, должно быть пропорционально  $n\bar{V}$ . В таблице 14 дается для каждого спектрального типа число  $N$  наблюдаемых туманностей, освещенных звездами этого типа, и доля пространства  $n\bar{V}$ , освещаемая звездами того же типа.

Мы видим, что гипотеза о случайном характере связи великомерно объясняет преобладание среди рефлексионных туманностей таких, которые связаны с звездами типов  $B_1-B_9$ , и вообще находится в согласии с наблюдениями. Сверх ожидания, отношение числа эмиссионных туманностей (связанных с типами  $B_0$  и  $O$ ) к числу всех туманностей тоже находится в некотором соответствии с долей объема мирового пространства, освещенного звездами типа  $B_0$  и  $O$ . Тем самым напрашивается вывод, что одна и та же туманность вблизи звезды позднего типа является рефлексионной, а вблизи звезд  $B_0$  и  $O$ —эмиссионной, т. е., когда к пылевой туманности приближается звезда типа  $B_0$ .

Таблица 14

Sp	N	$n\bar{V}$
O	11	$0,2 \cdot 10^{-4}$
$B_0$	7	0,6
$B_1-B_9$	54	2,9
A	5	0,8
F	2	0,25
G	1	0,18
K	2	0,25
M	0	0,02

или  $O$ , то эта туманность превращается в газовую (полностью или частично). С этой точки зрения заслуживает упоминания тот факт, что, по наблюдениям, среди рефлексионных туманностей нет таких, которые были бы освещены звездами  $B_0$  и  $O$ . Между тем, если бы пылевые туманности при приближении к таким звездам продолжали оставаться чисто пылевыми, они должны были бы давать непрерывный спектр того же типа ( $B_0$  или  $O$ ). Мы пока не знаем, каков механизм выделения газов из пыли при приближении туманности к горячей звезде, но очень вероятно, что этот механизм физически тождествен с механизмом истечения газов из твердых частиц ядра кометы при приближении последней к Солнцу.

Поскольку не все диффузные туманности находятся внутри объемов, освещенных звездами, то несомненно, что многие диффузные туманности должны остаться неизвестными для нас. Оказывается, что сумма всех объемов, освещенных всеми звездами, составляет примерно  $\frac{1}{2000}$  объема всей галактики. Поэтому полное число всех диффузных туманностей на доступном расстоянии должно быть примерно в 2000 раз больше, чем число наблюдаемых, т. е. освещенных туманностей.

Изложенная точка зрения не позволяет установить непосредственную эволюционную связь между планетарными туманностями и диффузными туманностями, и возможно, что механизм образования диффузной туманности сильно отличается от механизма образования планетарной туманности.

Интересно отметить, что, обладая способностью рассеивать падающее на них излучение, диффузные туманности тем самым ослабляют свет звезд, находящихся за ними. Так например, известно, что туманность Ориона сильно ослабляет свет лежащих за нею звезд.

Очевидно, что это свойство диффузных туманностей производить ослабление света находящихся за ними звезд они сохраняют и в тех случаях, когда они не освещены. Если это ослабление будет сильным (больше звездной величины), то это будет бросаться в глаза, и мы будем наблюдать "темную" туманность. Среди очень большого числа неосвещенных туманностей некоторые по крайней мере обладают такой оптической толщиной.

Таким образом мы приходим к заключению, что "темные" туманности и "светлые" туманности являются объектами одного и того же рода, т. е. частными случаями многочисленного класса диффузных туманностей.

## Х. КОМЕТЫ

**1. Отталкивательная сила, испытываемая молекулами газов, входящих в комету.** Как известно, при приближении кометы к Солнцу из ядра ее происходит истечение газов по направлению к Солнцу. Эти газы главным образом ( $C_2$ ,  $CN$ ), а также пылевые частички, согласно механической теории кометных форм Бреди-

хина, испытывают отталкивание со стороны Солнца, в результате чего и наблюдается образование своеобразных форм комет. Мы не будем излагать здесь формальной стороны теории Бредихина, отсылая интересующихся к книге проф. С. В. Орлова „Кометы“. Остановимся на самой природе отталкивательной силы. Уже со времени экспериментального доказательства П. Н. Лебедевым существования светового давления неоднократно высказывалось мнение, что отталкивательная сила, наблюдаемая в хвостах комет, представляет собой давление солнечного света на газы. Подсчитаем силу светового давления, испытываемую произвольной молекулой массы  $m$  на некотором расстоянии  $r$  от Солнца, когда коэффициент диллюции солнечного излучения равен  $W$ . Пусть  $\rho_{\nu s}$  будет плотность черного излучения при температуре Солнца в частоте  $\nu$ ; тогда плотность излучения Солнца в этой частоте на расстоянии  $r$  от центра Солнца будет  $W\rho_{\nu s}$  и количество возбуждений, испытываемых молекулами, находящимися в единице объема в основном электронном состоянии за время  $dt$ , будет

$$nW\rho_{\nu s}B_{1 \rightarrow 2} dt,$$

где  $B_{1 \rightarrow 2}$  — вероятность перехода в результате поглощения светового кванта с основного электронного уровня на ближайший возбужденный. Вероятности переходов на более высокие уровни мы не учитываем, ибо они будут множиться на плотности  $\rho_{\nu s}$  в более высоких частотах и, следовательно, меньше по величине.

При каждом переходе поглощается квант  $h\nu$ , где  $\nu$  — средняя частота, соответствующая данному электронному переходу (т. е. связанной с ним системе полос), и поэтому импульс, получаемый этими молекулами от световых квантов за время  $dt$  в радиальном направлении, будет равен

$$nW\rho_{\nu s}B_{1 \rightarrow 2} \frac{h\nu}{c} dt.$$

С другой стороны, импульс, получаемый от солнечного притяжения теми же атомами, равен

$$n \frac{GMm}{r^2} dt$$

и направлен в противоположную сторону. Здесь  $M$  — масса Солнца. Таким образом для отношения этих приращений импульсов, т. е. для отношения силы светового давления к силе притяжения, мы будем иметь:

$$\frac{j}{g} = W r^2 \frac{B_{1 \rightarrow 2} \rho_{\nu s} h\nu}{MGcm}. \quad (10.1)$$

Но для расстояний, больших по сравнению с радиусом Солнца,

$$W = \frac{1}{4} \left( \frac{r_{\odot}}{r} \right)^2.$$

Поэтому

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{4} \frac{r_{\odot}^2}{GM} \frac{B_{1 \rightarrow 2} e_{\nu s} h \nu}{mc}$$

А так как

$$\frac{GM}{r_{\odot}^2} = g_{\odot},$$

где  $g_{\odot}$  — ускорение силы тяжести на поверхности Солнца, то

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{4} \frac{B_{1 \rightarrow 2} e_{\nu s} h \nu}{mg_{\odot} c}$$

и не зависит от расстояния  $r$ .

Примем теперь во внимание, что  $B_{1 \rightarrow 2}$  связано с силой осциллятора  $f_{12}$ , соответствующей переходу  $1 \rightarrow 2$ , формулой

$$B_{1 \rightarrow 2} = \pi \frac{f_{12} e^2}{h \nu \mu},$$

где  $\mu$  — масса электрона.

С другой стороны,

$$e_{\nu s} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{hT} - 1}$$

Поэтому

$$\frac{f}{g} = 2\pi^2 \frac{f_{12} e^2 h \nu^3}{\mu m g_{\odot} c^2} \frac{1}{e^{hT} - 1} \quad (10.2)$$

Перепишем выражение (10.2) в виде

$$\frac{f}{g} = C \frac{f_{12}}{a} \frac{1}{e^{hT} - 1}, \quad (10.3)$$

где

$$C = \frac{2\pi^2 e^2 h \nu^3}{\mu m_H g_{\odot} c^4},$$

$m_H$  — масса водородного атома и  $a$  — молекулярный вес данного химического соединения. Величина  $C$  мало меняется вдоль видимой части спектра и при  $\frac{c}{\nu} = \lambda = 5000 \text{ \AA}$  она равна  $2 \cdot 10^5$ . Из формулы (10.3) следует, что, когда резонансная система полосы молекулы находится в видимой части спектра, то при молекулярном весе порядка 30 (CN, C<sub>2</sub>) отношение  $\frac{f}{g}$  будет порядка нескольких десятков единиц, если только сила осциллятора  $f_{12}$  для рассматриваемого перехода будет составлять заметную долю единицы. Известно, что для резонансных переходов  $f_{12}$  всегда бывает порядка половины.

С другой стороны, упомянутые выше молекулы имеют как раз полосы, поглощаемые из основного электронного уровня и лежащие в видимой части спектра (в большинстве случаев это резонансные системы полос). Поэтому отталкивательная

сила, которая согласно Бредихину в хвостах первого типа в 18 и более раз превосходит силу притяжения, может быть, по крайней мере качественно, объяснена световым давлением. Существенным является однако то, что световое давление действует на молекулу только до тех пор, пока она не диссоциирована на атомы. Как только молекула разбивается на атомы, световое давление должно сильно падать, ибо атомы, составляющие указанные выше молекулы, имеют резонансные частоты в далекой ультрафиолетовой части спектра, где интенсивность солнечного излучения мала, т. е. мал последний из множителей, входящих в выражение (10.2).

При совершенно ничтожных плотностях, царящих в кометах, спонтанные процессы соединения атомов в молекулы происходят сравнительно редко, тем более что для спонтанного образования такой молекулы необходимо, чтобы один из атомов находился в возбужденном состоянии (вследствие гомеоплярности рассматриваемых молекул). Поэтому если мы рассмотрим совокупность атомов и молекул на некотором расстоянии от Солнца, находящуюся в диссоциативном равновесии, то среднее отношение  $\frac{f}{g}$  для этой совокупности будет очень мало.

Однако трудно предполагать, что в кометах такое диссоциативное равновесие имеет место. Если с поверхности ядра выделяются молекулы, то они будут пробегать до момента диссоциации пути, сравнимые с размерами самой кометы, и до момента диссоциации на них будет действовать отталкивательная сила Солнца. С другой стороны, видимое свечение кометной головы и хвоста дает как раз недиссоциированные молекулы. Поэтому наш результат надо формулировать так, что частицы в газовой части кометы дают рассеянный свет в молекулярных полосах, пока они испытывают световое давление. Естественно, поэтому, что световое давление, получаемое из наблюдений, относится именно к одним лишь недиссоциированным молекулам и поэтому сравнительно велико.

Вычислим среднюю продолжительность жизни молекулы с момента вылета из ядра до ее фотодиссоциации лучами Солнца. Изменением расстояния от кометы до Солнца в результате движения кометы и молекулы будем пренебрегать. Очевидно, что эта средняя продолжительность жизни определяется плотностью солнечного излучения, производящего фотодиссоциацию, и равна

$$\tau = \frac{1}{B_{1 \rightarrow a} W e_a},$$

где  $B_{1 \rightarrow a}$  — эйнштейновский коэффициент вероятности для такого электронного перехода, который приводит к фотодиссоциации,  $e_a$  — плотность излучения абсолютно-черного тела при температуре Солнца в некоторой средней частоте, производящей фотодиссоциацию.

Мы можем принять, что

$$B_{1 \rightarrow d} = \pi \frac{e^2 \int df}{h\nu\mu},$$

где  $\int df$  — полная сумма сил осциллятора для всех переходов, приводящих к фотодиссоциации. Мы имеем  $\int df < 1$  и вместе с тем порядка единицы (на основании теоремы о суммах). Поэтому приближенно

$$B_{1 \rightarrow d} \approx \frac{\pi e^2}{h\nu\mu},$$

откуда

$$\tau = \frac{h\mu}{\pi e^2} \frac{c^3}{8\pi h\nu^2} \frac{\left( \frac{h\nu}{e^{kT}} - 1 \right)}{W}. \quad (10.4)$$

Значение  $\tau$  по этой формуле определяется в основном быстро меняющимся экспоненциальным членом, в показатель которого входит отношение энергии  $h\nu$  диссоциирующего кванта к  $kT$ . Поскольку мы имеем не ионные, а гомеополярные молекулы, их фотодиссоциация, вследствие отсутствия дипольного момента, не может быть вызвана одним увеличением колебательной энергии. Для фотодиссоциации необходимо, чтобы один из атомов, на которые диссоциируется молекула, был бы после диссоциации в возбужденном состоянии. Так как ближайший возбужденный уровень у атомов Н, С, N и О имеет энергию приблизительно на 8 V больше энергии основного (метастабильные состояния не играют роли, ибо фотодиссоциация с возбуждением метастабильного состояния имеет ничтожную вероятность), а энергия диссоциации рассмотренных молекул порядка 5 V, то энергия кванта, производящего фотодиссоциацию, будет порядка 13 V. Поскольку энергия  $kT$  при  $T = 6000^\circ$  ближе к 0,5 электрон-вольта, то  $\frac{h\nu}{kT}$  порядка — 26 и легко оценить, что при расстоянии до Солнца порядка одной астр. ед.  $\tau$  оказывается порядка года, и молекула, вылетающая из ядра кометы, может остаться недиссоциированной за все время полета через голову и хвост.

В таблице 15 даны значения энергии кванта, могущего вызвать фотодиссоциацию разных молекул.

Таблица 15

CH	. . .	11,44 V
CN	. . .	13,8
C <sub>2</sub>	. . .	13,0
CO	. . .	17,5
CO <sup>+</sup>	. . .	14,5

Из этих данных можно получить порядок  $\tau$  для каждой молекулы в отдельности.

## 2. Возбуждение колебательных уровней молекул в кометах.

Как известно, гомеополлярные молекулы не имеют чисто колебательно-вращательного спектра. Всякий переход под влиянием излучения связан у них с изменением электронного состояния. Это означает, что переходы между различными колебательно-вращательными уровнями, соответствующими основному электронному терму, запрещены. Следовательно, все те возбужденные колебательно-вращательные уровни, которые соответствуют основному электронному терму, по существу метастабильны, пока эти уровни ниже, чем все уровни, соответствующие возбужденным электронным состояниям. Продолжительности жизни в этих метастабильных состояниях вероятно очень велики (возможно больше секунды), в то время как коэффициент дилуции в случае комет близ перигелия не так мал, как в случае галактических туманностей. Как указывалось в главе о туманностях, в этом случае число частиц в метастабильных состояниях определяется формулой Больцманна

$$\frac{n_i}{n_1} = \frac{g_i}{g_1} e^{-\frac{e_i - e_1}{kT}},$$

т. е. распределение молекул по рассматриваемым возбужденным состояниям таково же, как и при термодинамическом равновесии при температуре Солнца. Это — очень важная характеристика возбуждения молекул в кометах, и она должна играть роль в истолковании кометных спектров. Однако те колебательные уровни, энергия коих больше, чем наименьшая энергия возбуждения электрона, уже не метастабильны, ибо из них возможен переход на возбужденный электронный уровень (правда, такой переход сопровождается очень большим изменением колебательного квантового числа, и по правилу Франка-Кондона мало вероятен). Нет причин накопления молекул на этих уровнях, и поэтому число молекул на этих уровнях будет гораздо меньше, чем это следует по формуле Больцманна. Это своеобразное распределение молекул по возбужденным колебательным уровням должно привести к определенному распределению интенсивностей полос внутри каждой системы полос, соответствующей тому или иному электронному переходу. На больших расстояниях от Солнца, в случае молекул, состоящих из атомов с неодинаковыми массами, спонтанные переходы из возбужденных колебательных уровней, соответствующих основному электронному состоянию, на основной колебательный уровень уже будут происходить. В этом случае число атомов на возбужденных колебательных уровнях во много раз меньше, чем следует из формулы Больцманна. Благодаря этому в спектре наибольшей интенсивностью внутри системы полос будут обладать полосы, соответствующие переходам из основного колебательного уровня на другие, что соответствует наблюдениям.

3. Яркость кометы. Эмиссионные полосы, наблюдаемые в спектрах кометы и обуславливающие в значительной мере яркость

*обуславливающие*

кометной головы, получаются в результате селективного рассеивания света Солнца молекулами, входящими в голову и хвост кометы. Иными словами, молекулы, находящиеся в основном электронном состоянии (хотя возможно и на различных колебательно-вращательных уровнях), поглощают свет Солнца в частоте, соответствующей переходу в возбужденное электронное состояние, а затем излучают эту энергию во все стороны. При этом наибольшей интенсивностью в спектре кометы должна обладать резонансная система полос, т. е. та система, которая соответствует переходу с основного электронного уровня на ближайший возбужденный электронный уровень, так как эта система обладает большими длинами волн, и, следовательно, излучение Солнца в этой части спектра наиболее интенсивно. Это не значит однако, что не происходит явлений флуоресценции, т. е. явлений циклических переходов типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ , которые здесь, так же как и в туманностях, преобладают над процессами типа  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ . Однако эти процессы происходят реже, ибо для возбуждения третьего электронного уровня требуется более коротковолновое излучение. Точно так же могут происходить процессы рассеяния более высоких частот типа  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ .

Число рассеивающих молекул и строение их спектра обуславливают поэтому яркость кометы. При вычислении яркости кометы по числу рассеивающих молекул мы можем принять, что оптическая толщина всей кометы в рассматриваемых частотах мала по сравнению с единицей. Поэтому плотность солнечного излучения в разных частях кометы можно принять постоянной.

Если  $n$  попрежнему есть число молекул в основном электронном состоянии в единице объема, то количество квантов, рассеиваемых единицей объема за время  $dt$ , будет  $nWB_{1 \rightarrow 2} \varrho_{sv} dt$ , и полное количество рассеянных квантов в рассматриваемой системе полос будет

$$WB_{1 \rightarrow 2} \varrho_{sv} dt \int n dV = NWB_{1 \rightarrow 2} \varrho_{sv} dt,$$

где  $N$  — полное число молекул в основном электронном состоянии в комете, которое приближенно равно числу всех молекул, ибо число молекул в возбужденных электронных состояниях мало. Поэтому количество энергии, испускаемое рассматриваемым газовым компонентом кометы в единицу времени, равно

$$E = NWB_{1 \rightarrow 2} \varrho_{sv} h\nu,$$

где  $\nu$  — средняя частота данной системы полос. Найдем визуальную яркость этого рассеянного света. Если бы эта средняя частота совпадала с  $\lambda = 5550 \text{ \AA}$ , т. е. с областью наибольшей чувствительности человеческого глаза, то световой поток  $\Phi$ , исходящий в результате от кометы по всем телесным углам, был бы равен

$$\Phi = \frac{N}{M} WB_{1 \rightarrow 2} \varrho_{sv} h\nu \text{ люменов,}$$



где  $M$  — механический эквивалент света, равный

$$M = 0,00161 \frac{\text{ватт}}{\text{люмен}} = 1,61 \cdot 10^4 \frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{люмен}}.$$

На самом деле рассматриваемая система полос может лежать в другой области спектра. Поэтому полученное выражение надо умножить на отношение чувствительностей глаза к обеим длинам волн или, как говорят в абсолютной фотометрии, на „относительный коэффициент видимости“  $V_\lambda$ .

Тогда световой поток будет иметь вид:

$$\dot{\Phi} = \frac{V_\lambda}{M} N W B_{1 \rightarrow 2} Q_{\nu s} h \nu \text{ люменов.}$$

Визуальная освещенность от рассеянного света будет равна

$$\frac{V_\lambda}{M} \frac{N W}{4 \Delta^2} B_{1 \rightarrow 2} Q_{\nu s} h \nu \text{ фот,}$$

где  $\Delta$  — расстояние от кометы до Земли, выраженное в сантиметрах.

С другой стороны, освещенность от звезды нулевой величины равна  $2 \cdot 10^{-10}$  фот. Поэтому звездная величина, которая была бы у кометы при наличии только рассматриваемого рассеяния, равна

$$m = -2,5 \lg \left[ \frac{V_\lambda}{M} \frac{N W}{8 \pi \Delta^2} B_{1 \rightarrow 2} Q_{\nu s} h \nu \cdot 10^{10} \right].$$

Мы видим, что эта звездная величина зависит от полного числа рассеивающих молекул в комете, так же как и от положения полос в спектре кометы. В образовании визуальной яркости кометы играют главную роль те полосы, которые находятся вблизи максимума чувствительности человеческого глаза, и визуальная яркость, обратно, характеризует число молекул того сорта, который дает эти полосы. Обычно это полосы углерода.

Возьмем для примера сравнительно очень яркую комету, которая на расстоянии одной астр. единицы от Солнца и одной астр. единицы от Земли имела бы величину  $0^m$ , 0. Так как вблизи максимума спектральной чувствительности глаза в спектрах комет имеются полосы  $C_2$ , то примем, что вся визуальная яркость обусловлена ими и что центр соответствующей системы полос находится в  $\lambda = 5550 \text{ \AA}$ . Тогда  $V_\lambda = 1$ , и мы находим  $N = 4 \cdot 10^{32}$ , приняв, что  $f$  — порядка единицы для соответствующего электронного перехода. Масса этой совокупности молекул будет составлять примерно  $2 \cdot 10^{10} z = 2 \cdot 10^4 m$ . Эта масса является нижним пределом для массы газовой составляющей кометы, ибо имеются в спектре и другие яркие полосы,

для которых  $V_1$  мало. Вероятно, полная масса газовой составляющей порядка  $10^5 m$  и больше. Масса ядра кометы должна быть по крайней мере в десятки тысяч раз больше, чем масса газовой составляющей, хотя бы уже потому, что за счет материи, составляющей ядро в течение каждого оборота, много раз замещаются улетающие из головы и из хвоста газы. Таким образом для ядра такой кометы получается нижняя граница массы порядка  $10^{10} m$ .

## XI. НОВЫЕ ЗВЕЗДЫ

**1. Наблюдательные данные.** Особое внимание всех астрономов привлекают Новые звезды, т. е. те случаи, когда какая-либо звезда (обычно слабая), не показывавшая до того чего-либо особенного, вдруг в течение одних или нескольких суток увеличивает свою яркость в тысячи и десятки тысяч раз, достигает весьма резкого максимума яркости, а затем медленно слабеет, приближаясь через несколько лет к минимальной яркости, не очень сильно отличающейся от той, которую она имела до вспышки. Характерно, что при огромном изменении яркости от минимума до максимума (в десятки тысяч раз) изменения цветовой температуры сравнительно невелики. Следовательно увеличение яркости является следствием быстрого увеличения размеров звезды. Надо допустить, что иногда в течение суток радиус звезды увеличивается примерно в сто раз, что приводит к скорости расширения звезды порядка  $1000 \text{ км/сек}$ . Мы знаем, что такое расширение поверхности во все стороны целиком подтверждается спектроскопическими наблюдениями.

В самом деле, в начальный период (до максимума и в период максимума) в спектре Новых наблюдаются резкие линии поглощения водорода и других элементов, смещенные по отношению к их нормальному положению к фиолетовому концу на величину, соответствующую радиальной скорости порядка  $1000 \text{ км/сек}$ , что указывает каждый раз на приближение к наблюдателю обращенной к нему части поверхности звезды. Очевидно, это связано с расширением поверхности звезды во все стороны. Однако после максимума смещение линий остается того же порядка величины.

Следовательно на самом деле происходит истечение газов из звезды в окружающее пространство. После максимума появляются также широкие полосы излучения, ширина которых равна удвоенному смещению линий поглощения и центры которых занимают нормальное положение. Интенсивность этих эмиссионных полос с течением времени растет. Причина появления этих эмиссионных полос заключается в флуоресценции выброшенных газов под действием излучения центральной звезды. Иными словами, выброшенные газы образуют вокруг звезды расширяющуюся во все стороны планетарную туманность небольшого радиуса, излучение которой мы наблюдаем в виде ярких линий, наложенных на непрерывный спектр звезды. Ширина линий

объясняется тем, что различные части туманности обладают по отношению к наблюдателю различной радиальной скоростью. Через несколько месяцев после вспышки в спектре Новых, среди ярких полос, появляются полосы, соответствующие запрещенным переходам ионов N и O, характерным для газовых туманностей. Это указывает на то, что, расширяясь, выброшенная материя достигла очень низкой плотности. Через два-три года после вспышки выброшенная из звезды оболочка настолько удаляется от нее, что приобретает заметные угловые размеры. Мы наблюдаем с этого момента уже обычную планетарную туманность, имеющую, однако, гигантскую скорость расширения (порядка 1000 км/сек). Это расширение происходит равномерно. Оно ведет в конце концов к столь сильному разрежению этой туманности, что уже приблизительно через 10 лет туманность, вследствие уменьшения поверхностной яркости, исчезает. Оставшаяся центральная звезда в большинстве случаев имеет спектр Вольфа-Райе, т. е. из нее продолжается истечение. Имеются, однако, указания, что эти звезды, так называемые бывшие Новые, обладая спектром обычных звезд Вольфа-Райе, значительно (на 7—8 величин) уступают им в яркости.

Почти у каждой из Новых имеются свои резкие особенности и иногда даже значительные отклонения от изложенной выше типичной истории развития Новой. Достаточно указать на такие факты, наблюдавшиеся у ряда Новых: вторичные максимумы, флюктуации с небольшой амплитудой на нисходящей ветви кривой яркости, наличие нескольких абсорбционных компонент у интенсивных линий (главным образом у водородных) с различным доплеровским смещением (что указывает на существование нескольких газовых оболочек, поглощающих данную линию из непрерывного спектра звезды и расширяющихся с разными скоростями) и т. д.

**2. Абсолютные яркости Новых в максимуме.** Абсолютные яркости Новых в максимуме колеблются около  $6^m$ . Наиболее полные данные в этом отношении мы имеем из статистики Новых, наблюдавшихся в туманности Андромеды, так как по известному расстоянию этой туманности можно от видимых величин прямо перейти к абсолютным. Средняя яркость Новых в максимуме для этой туманности равна  $5^m,7$ . Дисперсия абсолютных яркостей невелика — порядка одной величины <sup>1)</sup>.

Особняком стоит группа так называемых „сверх-Новых“, которые изредка наблюдаются во внегалактических туманностях и которые имеют абсолютные величины порядка  $15^m$ . Типичным представителем этой группы является открытая Гартвигом (Hartwig) в 1885 г. звезда S Андромеды — единственная сверх-Новая, наблюдавшаяся до сих пор в туманности Андромеды.

<sup>1)</sup> Согласно новой работе Габбла, в которой учитывается поправка за тот факт, что Новые в туманности Андромеды обычно открываются на нисходящей части кривой блеска (а не в момент максимума), средняя абсолютная яркость в максимуме близка к  $7^m$ .

Поскольку в максимуме сверх-Новые почти в десять тысяч раз ярче, чем обыкновенные Новые, они повидимому представляют явление особого рода и нуждаются в специальном рассмотрении. Полученный в 1936 г. на Моунт-Вилсоновской обсерватории спектр одной из сверх-Новых показал наличие ярких полос с шириной порядка 200 Å. Повидимому это указывает на выбрасывание вещества из звезды со скоростью порядка 6000 км/сек. Таким образом с внешней стороны здесь имеется сходство с обыкновенными Новыми, однако масштаб происходящего взрыва значительно больше. Наблюдения над сверх-Новым, вспыхнувшим в 1937 г., целиком подтвердили эту точку зрения.

**3. Статистика Новых.** Габбл считает, что в среднем ежегодно в туманности Андромеды вспыхивает около 30 Новых. Число Новых, вспыхивающих ежегодно в нашей галактике, должно быть еще больше. Однако мы открываем в галактике главным образом те Новые, которые становятся в максимуме доступны невооруженному глазу и которые, следовательно, вспыхивают на сравнительно близком от Солнца расстоянии (не больше 2000 парсек), почему наблюдательная селекция при подсчете Новых в нашей галактике влияет больше, чем при подсчете во внешних галактиках.

Такая большая частота вспышек Новых приводит к выводу, что число вспышек за время жизни нашей галактики (минимальное значение времени жизни галактики мы примем равным  $10^{10}$  лет)<sup>1)</sup> должно быть по меньшей мере порядка  $10^{11}$  и, следовательно, превосходить число всех звезд. Таким образом за время жизни галактики на каждую звезду приходится больше одной вспышки. Соответственный подсчет для туманности Андромеды показывает, что на каждую звезду этой системы приходится за время в  $10^{10}$  лет несколько десятков вспышек. Однако с другой стороны мы знаем, что Солнце за  $2 \cdot 10^9$  лет наверное не переживало такой катастрофы, потому что последняя привела бы к расплавлению земной коры, и возраст земной коры был бы меньше, чем этот отрезок времени. Таким образом некоторые звезды (как Солнце) не испытали вовсе вспышек. Это увеличивает число вспышек за время жизни галактики, приходящихся на каждую из оставшихся звезд.

Создается впечатление, что существует специальный класс звезд, которые подвержены неоднократным вспышкам. Такая точка зрения сближает Новые звезды с Новоподобными переменными (например Т Компаса и RS Офиуха), у которых вспышки с амплитудой порядка 6 величин следуют друг за другом через неравные интервалы порядка двух-трех десятков лет.

---

<sup>1)</sup> Вопрос о короткой и длинной шкале остается наиболее боевым с идеологической точки зрения вопросом современной астрономии. Значение  $10^9$  лет для жизни галактик не только не доказано, но и неприемлемо для нас по методологическим соображениям. Принимая для возраста звезд  $10^{12}$  —  $10^{13}$  лет, что более справедливо, мы приходим к выводу, что в среднем каждая звезда галактики много раз пройдет стадии Новой. (Прим. ред.)

Так или иначе основной задачей в настоящее время является выяснение причины этих гигантских космических катастроф и в частности изучение состояния звезд до и после вспышки. До сих пор удалось дать лишь теоретическую интерпретацию наблюдаемых при вспышке явлений и выяснить ряд интересных деталей; в вопросе о причинах вспышки мы возвращаемся пока лишь в области гипотез.

**4. Теоретическая интерпретация кривой яркости.** Мы рассмотрим здесь вопрос о том, как должна меняться яркость выброшенной в момент вспышки расширяющейся газовой оболочки конечной массы при условии постоянства ее температуры<sup>1</sup>. Мы увидим, что эта яркость будет сперва возрастать до максимума, а затем падать. Для этого решим сперва простую задачу о яркости массы газа, заполняющей с равномерной плотностью некоторую сферу радиуса  $R$  и имеющую повсюду одну и ту же температуру  $T$ .

Из рис. 17 видно, что интенсивность излучения, выходящего на расстоянии  $r$  от центра диска, равна

$$I(r) = \int_0^{\sqrt{R^2 - r^2}} \eta e^{-\alpha(\sqrt{R^2 - r^2} - s)} ds + \int_0^{\sqrt{R^2 - r^2}} \eta e^{-\alpha(\sqrt{R^2 - r^2} + s)} ds, \quad (11.1)$$

где  $\eta$  — объемный коэффициент излучения и  $\alpha$  — объемный коэффициент поглощения. Очевидно, что в (11.1) мы при принятых условиях  $T = \text{const}$  и  $\rho = \text{const}$  можем положить  $\eta = \text{const}$  и  $\alpha = \text{const}$ . Тогда

$$\begin{aligned} I(r) &= \frac{\eta}{\alpha} \left( 1 - e^{-\alpha \sqrt{R^2 - r^2}} \right) + \frac{\eta}{\alpha} \left( e^{-\alpha \sqrt{R^2 - r^2}} - e^{-2\alpha \sqrt{R^2 - r^2}} \right) = \\ &= \frac{\eta}{\alpha} \left( 1 - e^{-2\alpha \sqrt{R^2 - r^2}} \right). \end{aligned}$$

Полное количество энергии, излучаемое всей газовой массой внутри некоторого телесного угла  $d\omega$ , будет равно

$$d\omega \cdot 2\pi \int_0^R I(r) r dr = \pi \frac{\eta}{\alpha} d\omega \left[ R^2 + \frac{R}{\alpha} e^{-2\alpha R} - \frac{1}{2\alpha^2} \left( 1 - e^{-2\alpha R} \right) \right].$$

Принимая, что имеет место локальное термодинамическое равновесие, мы можем положить  $\frac{\eta}{\alpha} = I_0$ , где  $I_0$  — интенсивность излучения абсолютно-черного тела при данной температуре. Интегрируя по всем телесным углам, найдем для светимости  $L$ :

$$L = 4\pi^2 I_0 R^2 \left[ 1 + \frac{1}{\alpha R} e^{-2\alpha R} - \frac{1}{2\alpha^2 R^2} \left( 1 - e^{-2\alpha R} \right) \right].$$

<sup>1</sup> См. подробнее у<sup>7</sup> Ш. Г. Горделадзе, Бюллетень Абастуманской обсерватории, 1, 55, 1937.

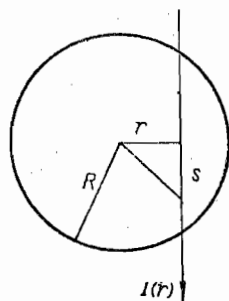


Рис. 17.

Но  $\alpha R$  есть не что иное, как оптическая толщина нашей массы газа, отсчитанная от центра до периферии. Обозначим ее через  $\tau_0$ . Итак:

$$L = 4\pi^2 I_0 R^2 \left[ 1 + \frac{1}{\tau_0} e^{-2\tau_0} - \frac{1}{2\tau_0^2} (1 - e^{-2\tau_0}) \right]. \quad (11.2)$$

Формула (11.2) и определяет светимость массы газа в зависимости от радиуса  $R$  и оптической толщины  $\tau_0$ . Мы будем применять эту формулу к оболочкам, выбрасываемым при вспышках Новых. Конечно, в реальной оболочке  $\frac{\eta}{\alpha} = I_0$  возрастает при углублении внутрь газовой массы, но это возрастание происходит достаточно медленно с оптической глубиной, чтобы не ска-

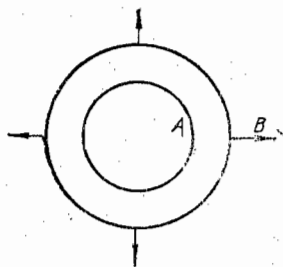


Рис. 18.

заться заметно на порядке величины излучаемой наружу энергии. Значительно сложнее обстоит дело с гипотезой о постоянстве плотности внутри объема, занимаемого газом. Если мы допускаем, что расширяющаяся оболочка вокруг Новой образовалась в результате единичного акта выбрасывания, то распределение плотностей будет зависеть от того, существовала ли разница скоростей между внешним и внутренним краями оболочки или нет. Если такая разница скоростей не существовала, то внутри оболочки образовалась бы пустая полость, в центре которой находилась бы звезда. Это допущение мало вероятно. На самом деле некоторая конечная разность скоростей должна существовать, поэтому линейная толщина оболочки  $AB$  (рис. 18) должна расти пропорционально времени, так же как и радиус оболочки. Поэтому внутренняя полость не может быть велика. Как мы увидим далее, после выбрасывания оболочки истечение материи продолжается, и, конечно, никакой пустоты внутри расширяющейся оболочки не должно быть. Однако пока мы ограничимся рассмотрением лишь той материи, которая выброшена при самом начале вспышки, и допустим, что плотность и в этом случае равномерна. Тогда для объемного коэффициента поглощения можно написать:

$$\alpha = \frac{\beta \varrho^2}{T^4}, \quad (11.3)$$

где вместо  $T^{9/2}$  мы написали  $T^4$ , а  $\beta$  — постоянный множитель, соответственным образом выбранный, чтобы в интересующем интервале температур формула (11.3) давала бы хорошее приближение.

Для  $\tau$  будем иметь:

$$\tau_0 = \alpha R = \frac{\beta \varrho^2 R}{T^4}$$

или, так как

$$\varrho = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}, \quad (11.4)$$

где  $M$  — масса оболочки:

$$\tau_0 = \frac{9\beta}{16\pi^2} \frac{M^2}{R^5 T^4}. \quad (11.5)$$

Подставляя значение  $R$  из (11.5) в (11.2), найдем:

$$L = 4\pi^2 I_0 \left( \frac{9\beta}{16\pi^2} \right)^{2/5} \frac{1}{T^{8/5}} \frac{M^{4/5}}{\tau_0^{2/5}} \left[ 1 + \frac{1}{\tau_0} e^{-2\tau_0} - \frac{1}{2\tau_0^2} (1 - e^{-2\tau_0}) \right]. \quad (11.6)$$

Можно считать, что при расширении выброшенной оболочки  $M$  и  $T$  остается постоянным (а следовательно и  $I_0$ ). Поэтому формула (11.6) дает  $L$  в зависимости лишь от одной переменной величины  $\tau_0$ . После начала вспышки  $R$  растет и, следовательно, согласно (11.5),  $\tau_0$  убывает. При некотором значении  $\tau_0$  светимость  $L$  имеет максимум. Для того чтобы найти максимум  $L$ , мы, согласно (11.6), должны найти максимум выражения

$$\lambda = \frac{1}{\tau_0^{2/5}} \left[ 1 + \frac{1}{\tau_0} e^{-2\tau_0} - \frac{1}{2\tau_0^2} (1 - e^{-2\tau_0}) \right]. \quad (11.7)$$

Простое вычисление показывает, что это выражение имеет максимум, который достигается при  $\tau_0 = 1,7$ , и соответствующее значение  $\lambda$  равно:

$$\lambda_{\max} = 0,84. \quad (11.8)$$

Равенства (11.6), (11.7) и (11.8) дают для светимости в максимуме:

$$L_{\max} = 4\pi^2 I_0 \left( \frac{9\beta}{16\pi^2} \right)^{2/5} \frac{0,84}{T^{8/5}} M^{4/5} = C \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{4/5} L_\odot. \quad (11.9)$$

Мы приходим к важному выводу о том, что при заданной температуре максимальная яркость Новой зависит от массы выброшенной оболочки. В формуле (11.9)

$$C = 4\pi^2 I_0 \left( \frac{9\beta}{16\pi^2} \right)^{2/5} \frac{0,84}{T^{8/5}} \frac{M_\odot^{4/5}}{L_\odot}.$$

Принимая во внимание, что  $L_\odot = 4\pi^2 I_\odot R_\odot^2$ , где  $I_\odot$  есть интенсивность излучения абсолютно-черного тела при температуре Солнца, находим:

$$\begin{aligned} C &= 0,84 \frac{I_0}{I_\odot} \left( \frac{9\beta M_\odot^2}{16\pi^2 R_\odot^5 T_\odot^4} \right)^{2/5} \left( \frac{T_\odot}{T} \right)^{8/5} = 1,8 \left( \frac{T}{T_\odot} \right)^{12/5} \left( \frac{9\beta M_\odot^2}{16\pi^2 R_\odot^5 T_\odot^4} \right)^{2/5} = \\ &= 1,8 \left( \frac{T}{T_\odot} \right)^{12/5} \left( \frac{\beta e^2 R_\odot}{T_\odot^4} \right)^{2/5}. \end{aligned} \quad (11.10)$$

Формулу (11.9) можно переписать в виде

$$m_{\text{abs. max}} = m_{\text{abs. } \odot} - 2,5 \lg C - 2 \lg \frac{M}{M_\odot}.$$

Численное значение  $m_{\text{abs. } \odot} - 2,5 \lg C$  при  $T = 10\,000^\circ$  равно  $-17,2$ . Поэтому

$$m_{\text{abs. max}} = -17,2 - 2 \lg \frac{M}{M_{\odot}}. \quad (11.11)$$

Получаемое по этой формуле значение дает, конечно, болометрическую абсолютную величину. Обратно, по известной абсолютной величине в максимуме может быть определена масса выброшенной оболочки. Мы получаем, что средняя масса выброшенной оболочки порядка  $10^{-6} M_{\odot}$ . Однако для наиболее ярких из обыкновенных Новых ( $m_{\text{abs. max}} = -10$ ), например Новой Орла, масса оболочки порядка  $10^{-4} M_{\odot}$ .

Нужно отметить, что формулы (11.6) и (11.5), определяющие  $L$  как функцию  $R$  (а следовательно и времени, так как, грубо говоря,  $R = vt$ , где  $v$  — скорость выбрасывания для внешней границы оболочки), дают кривую яркости, характерную для Новых: быстрый и резкий подъем и значительно более медленное падение яркости. Все же наблюдаемое уменьшение яркости происходит медленнее, чем это следует при выведенных значениях массы  $M$  согласно этим формулам. В самом деле, после максимума при  $\tau_0 \ll 1$  мы имеем из (11.6), что яркость будет убывать как  $\tau_0^{3/16}$  или, если принять во внимание (11.5), пропорционально  $\frac{1}{R^3}$ , где  $R$  — радиус выброшенной оболочки. При таком темпе убывания яркости самые яркие из галактических Новых должны были бы исчезать для невооруженного наблюдателя не позже, чем через два месяца после максимума. На самом деле они бывают видны невооруженным глазом значительно больший период. Это обстоятельство, так же как наличие иногда вторичных максимумов и более мелких колебаний, указывает на то, что после максимума происходит непрерывное истечение. Это непрерывное истечение приводит к тому, что у звезды получается протяженная фотосфера. Нужно думать, что через две-три недели после максимума главная часть энергии излучается именно этой протяженной фотосферой звезды, а не первоначально выброшенной оболочкой. Падение яркости указывает, что эффективный радиус этой протяженной фотосферы (т. е. радиус того слоя, оптическая глубина которого равна единице) уменьшается с течением времени. А это должно быть связано с уменьшением мощности истечения.

Через неделю после вспышки эффективный радиус звезды уже не превосходит нескольких десятков миллионов километров. Расстояния такого порядка выбрасываемые из звезды атомы проходят в течение нескольких часов. За такой короткий срок яркость Новой после максимума меняется обычно мало. Поэтому можно считать истечение стационарным для каждого данного момента времени. Стационарность истечения делает возможным применение теории протяженных фотосфер. В самом деле, вследствие стационарности испускания, плотность обратно про-



пропорциональна квадрату расстояния до центра (во внешних слоях):

$$e = e_1 \left( \frac{r_1}{r} \right)^2, \quad (11.12)$$

где  $e_1$  и  $r_1$  суть плотность и расстояние до центра в точке, оптическая глубина которой равна единице. С другой стороны, по определению этой точки:

$$1 = \int_{r_1}^{\infty} \frac{\beta e^2}{T_1^4} dr = \frac{\beta e_1^2}{3T_1^4} r_1. \quad (11.13)$$

Вместе с тем светимость равна

$$L = \pi r_1^2 a c T_1^4. \quad (11.14)$$

Уравнения (11.13) и (11.14) при известных  $T_1$  и  $L$  определяют собой  $e_1$  и  $r_1$ . Между тем мощность испускания материи, т. е. количество материи, испускаемое в единицу времени, равна  $4\pi r_1^2 v$ , где  $v$  — скорость испускания, которая при  $\tau < 1$  принимается постоянной.

Мы находим для потери массы звездой:

$$\frac{dM}{dt} = - \frac{4\sqrt{3}\pi^{1/4}}{\beta^{1/2}(ac)^{3/4}} \frac{L^{3/4}}{T_1} v. \quad (11.15)$$

Таким образом значение светимости  $L$  и температуры дает нам возможность вычислить мощность истечения, если известна скорость, определяемая непосредственно спектроскопическими наблюдениями. Следовательно, можно вычислить путем интегрирования по времени и полную массу, истекающую из звезды от максимума до достижения минимальной яркости. Оказалось, что для всех Новых масса, выброшенная вследствие непрерывного истечения, в несколько раз превосходит массу первоначально выброшенной оболочки, и для более ярких Новых она порядка  $10^{-4} M_{\odot}$ .

Как указывалось выше, после достижения своей минимальной яркости спектр Новой оказывается типа звезд Вольфа-Райе. Мы можем отсюда заключить, что истечение продолжается и в этот период. Однако мы ничего не знаем о продолжительности последней стадии, что не дает возможности определить полное количество выброшенной материи. Важно только подчеркнуть, что стадия Вольф-Райе для Новых является прямым доказательством того, что в процессе вспышки, после отделения первоначальной оболочки, происходит и непрерывное истечение. Процесс же отделения первоначальной оболочки носит характер взрыва.

**5. Интерпретация спектров Новых.** Основные факты, касающиеся спектров Новых звезд после максимума яркости, могут быть довольно хорошо объяснены с помощью теории выброшенной оболочки. В самом деле, после максимума выброшенная обо-

лочка образует прозрачную для непрерывного спектра ( $\tau_0 < 1$ ) расширяющуюся туманность. Та часть материи туманности, которая находится между центральной звездой и наблюдателем, приближается к наблюдателю и, поглощая отдельные частоты из непрерывного спектра звезды, дает линии поглощения. Одновременно вся оболочка дает эмиссионную линию, широкую и несмещенную, как и следовало ожидать от расширяющейся оболочки. Таким образом линия поглощения расположена на фиолетовой границе соответствующей эмиссионной линии. Иногда бывает, что на фиолетовой стороне эмиссионной полосы видно несколько компонент линии поглощения. Каждому компоненту соответствует некоторая определенная скорость расширения оболочки. Повидимому наличие этих компонент связано с рядом оболочек или, точнее, с рядом максимумов, имеющих место для мощности истечения, протекающего после главного максимума. Эти максимумы в мощности истечения должны отражаться и на кривой яркости в виде вторичных максимумов. Надо отметить, однако, что до сих пор ни для одной Новой не был произведен подробный анализ, устанавливающий связь между вторичными максимумами и появлением вторичных компонент у линий поглощения.

Большую ценность представляют данные, которые мы можем получить на основании изучения контуров эмиссионных полос Новых звезд. Поскольку, в отличие от планетарных туманностей, мы не можем здесь всю оболочку считать прозрачной к излучению линий, теория контуров эмиссионных полос сильно усложняется. Однако в случае запрещенных линий мы можем считать, что самообращение не может играть никакой роли, ибо коэффициент поглощения в запрещенных линиях очень мал. Таким образом, поскольку контур запрещенной линии обусловлен целиком эффектом Допплера, мы можем сказать, что он дает нам возможность выяснить, какой процент возбужденных атомов обладает той или иной радиальной скоростью.

Наиболее простой гипотезой является предположение, что атомы вылетают во все стороны в одинаковом количестве (симметричная оболочка). В этом случае контур должен быть плоским, т. е. интенсивность внутри полосы постоянна. Можно считать, что у некоторых Новых контуры запрещенных линий действительно носят такой „плоский“ характер, по крайней мере в первом приближении. Однако в некоторых случаях имеются указания на два максимума — полоса имеет раздвоенный вид. Особенно сильно это раздвоение было выражено у Новой Геркулеса 1934 г. Никакая дисперсия скоростей при сферической симметрии не может объяснить такого раздвоения. В самом деле, допущение о том, что разные слои обладают различными скоростями при условии сферической симметрии, приводит к максимуму в центре линии.

Таким образом раздвоение запрещенных линий заставляет полагать, что имеет место отклонение от сферической симметрии. Вопрос о характере отклонения от сферической сим-

метрии не может быть однозначно решен на основании одних лишь контуров. Сделаем простейшее возможное предположение. Допустим, что радиальное испускание материи происходит вдоль некоторого большого круга на поверхности звезды, например экватора. Пусть, далее, наблюдатель расположен в плоскости того же круга. Пусть  $V_r$  — радиальная скорость атома, летящего в направлении, образующем угол  $\theta$  с лучом зрения, а  $V$  — скорость истечения. Из формулы  $V = V_r \cos \theta$  следует:

$$d\theta = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_r}{V}\right)^2}} \frac{dV_r}{V} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta\lambda}{a}\right)^2}} \frac{d\Delta\lambda}{a}, \quad (11.16)$$

где  $\Delta\lambda = \lambda \frac{V_r}{c}$ ;  $a = \lambda \frac{V}{c}$ . Если испускание частиц происходит вдоль экватора равномерно, то количество частиц, испускаемых в долготах между  $\theta$  и  $\theta + d\theta$ , будет пропорционально  $d\theta$ , и поэтому интенсивность внутри контура будет пропорциональна

$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta\lambda}{a}\right)^2}}$ , т. е. будет иметь два резких максимума при  $\Delta\lambda = \pm a$ . Таким образом может быть объяснено раздвоение линий.

Точно также допущение о том, что истечение имеет место из двух противоположных друг другу точек на поверхности звезды, тоже могло бы объяснить раздвоение запрещенных линий. Так или иначе надо допустить преимущественные направления или преимущественные плоскости выбрасывания вещества.

В связи с этим стоит и важный вопрос о сгущениях в расширяющихся туманностях вокруг Новых звезд. Дело в том, что в 1928 г. Финзен оповестил о разделении Новой Живописца на три компонента А, В и С. Компоненты А и В были одинаковой яркости, а компонент С на  $0,5^m$  слабее. Все три компонента удалялись по прямым из одной точки. Важно, что компоненты В и С слабели с течением времени быстрее, чем А. Так, в 1931 г. С был на 3,7 величин слабее, чем А. Все компоненты заключены в расширяющуюся туманность, окружающую Новую.

Таким же образом Квипер в 1935 г. открыл двойственность Новой Геркулеса, причем оба компонента удалялись друг от друга с огромной линейной скоростью.

Естественно, что эти наблюдения привели к гипотезе о том, что в результате вспышки звезда в этих случаях разделялась на две или три звезды. Однако, со всех точек зрения более вероятно, что только один из наблюдаемых компонентов является обычной звездой, в то время как другие компоненты являются лишь сгущениями в окружающей туманности. С течением времени эти сгущения должны рассеяться, постепенно слабая. С этой точки зрения понятно, почему компоненты В и С у Новой Живописца слабели весьма быстро по сравнению с компо-

нением А. Хотя окончательно указанный вопрос будет решен лишь дальнейшими наблюдениями, мы все же остановимся на этой более вероятной интерпретации.

Наличие сгущений является прямым указанием на неравномерность выбрасывания в различных направлениях. Мы видели, что как раз в случае Новой Геркулеса это безусловно подтверждается изучением контуров запрещенных линий.

Наконец, следует для полноты упомянуть весьма важный факт из спектроскопической истории Новых звезд, касающийся относительной интенсивности запрещенных линий  $\lambda$  4363 и дублета  $N_1$  и  $N_2$ . При появлении запрещенных линий среди эмиссионных полос, т. е. при переходе к небулярной стадии спектра, сперва появляется линия 4363 (O III), быстро достигающая значительной интенсивности, и лишь впоследствии линии  $N_1$  и  $N_2$ , которые вначале слабы. Таким образом в первый период небулярной стадии отношение  $\frac{4363}{N_1 + N_2}$  — обратное тому, которое имеется в газовых туманностях. С течением времени линии  $N_1$  и  $N_2$  усиливаются и в конце небулярной стадии становятся сильнее, чем  $\lambda$  4363.

Проблема интенсивностей этих линий была разобрана в главе о газовых туманностях, где были получены общие формулы (7.44) для чисел атомов  $n_3$  и  $n_2$  в состояниях  $^1S_0$  и  $^1D_2$  соответственно. Очевидно, что в начальной фазе небулярной стадии плотность велика и еще достаточно препятствует запрещенным переходам. В формулах (7.44) мы можем поэтому пренебречь спонтанными переходами по сравнению с теми, которые происходят под влиянием столкновений, откуда, применяя формулу (7.38), получим:

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{g_3}{g_2} e^{-\frac{h\nu_{23}}{kT}} \quad (11.17)$$

Для отношения интенсивностей  $r$  будем иметь:

$$r = \frac{A_{3 \rightarrow 2} n_3 h \nu_{23}}{A_{2 \rightarrow 1} n_2 h \nu_{12}} = \frac{A_{3 \rightarrow 2}}{A_{2 \rightarrow 1}} \frac{\nu_{23}}{\nu_{12}} \frac{g_3}{g_2} e^{-\frac{h\nu_{23}}{kT}} \quad (11.18)$$

При достаточно высокой температуре электронного газа (10000° и выше) это отношение больше единицы. В рассматриваемом случае число излучаемых квантов в запрещенных линиях зависит не от числа возбуждений, как в туманностях, а от вероятности соответствующих переходов. Чем слабее запрет, тем ярче соответствующая линия. При разрежении оболочки, окружающей Новую, условия становятся подобными условиям в туманностях. Важно, что результат наблюдений указывает на сравнительно высокую температуру электронного газа, ибо в случае низкой температуры даже формула (11.18) дает для  $r$  значение, меньшее единицы.

**6. Применение метода Занстра к определению температур Новых после максимума яркости.** Поскольку выброшенная оболочка образует вокруг Новой туманность, в которой процессы возбуждения

совершенно аналогичны тем, которые происходят в планетарных туманностях, представляется возможным и к этим объектам применить метод Занстра, по крайней мере в тот период, когда коэффициент дилуции излучения  $W$  достаточно мал. Впервые это было сделано Билсом<sup>1)</sup> для Новой Орла 1918 г. за сентябрь того же года. По линиям He II им была получена температура в 67 000°.

Однако надо указать, что каждый раз при таких определениях по линиям He II получаются значительно более высокие температуры, чем по водородным линиям. Можно сказать, что температуры не столько меняются при переходе от одной Новой до другой, сколько при переходе от одних линий, служащих основой применения метода Занстра, к другим. Возможно, что даже в небулярной стадии интенсивность некоторых незапрещенных линий определяется не столько излучением первоначально выброшенной туманности, сколько излучением материи, истекающей в данный момент из звезды и находящейся недалеко от ее поверхности. В этом случае, как указывается в главе XII о звездах Вольфа-Райе, применение метода Занстра может привести к неправильным результатам. Поэтому возможно, что температуры, получаемые по линиям He II, являются преувеличенными.

**7. Полная энергия, выделяемая во время вспышки Новых.** Полная энергия, излучаемая Новой за период вспышки, может быть вычислена по кривой абсолютной яркости, если известна для каждого момента болометрическая поправка, т. е. температура, от которой последняя зависит. Неточное знание температуры вносит некоторую неопределенность в численные результаты. Все же удалось подсчитать, что для более ярких из обыкновенных Новых количество излучаемой энергии колеблется в пределах от  $10^{45}$  до  $10^{46}$  эргов. Однако надо отметить, что часть освобождающейся при вспышке энергии не излучается прямо, а расходуется на: 1) отрыв всей изверженной материи от звезды, 2) на придание изверженной материи кинетической энергии, соответствующей скорости выбрасывания порядка 1000 км/сек, 3) на работу расширения испускаемых газов.

Зная массу выброшенной материи и скорость выбрасывания, мы можем оценить и кинетическую энергию выброшенных газов. Она тоже оказывается порядка  $10^{45}$  эргов.

Точно так же и работа отрыва оказывается того же порядка, если допустить, что масса и радиус центральной звезды порядка значений тех же величин для Солнца. Вычисление работы расширения произвести трудно. В самом деле, эта работа равна

$$\int p dV = \frac{R}{\mu} M_1 \int T \frac{dV}{V}, \quad (11.19)$$

где  $R$  — газовая постоянная,  $M_1$  — масса выброшенной оболочки, а  $T$  — средняя температура ее. Интегрирование нужно распро-

<sup>1)</sup> Publ. Dominion Astrophysical Observatory, Victoria, 6, 9, 1934.

странить на период от минимума до максимума яркости, так как после максимума расширение происходит, возможно, за счет охлаждения. Незнание средней температуры не позволяет произвести нужного вычисления. Однако, зная выброшенную массу, мы можем для первоначальной статической звезды на основе теории структуры фотосферы рассчитать температуру до вспышки того слоя, который разделяет оставшуюся массу и впоследствии выброшенную. Эта температура должна быть верхней границей для средней температуры, входящей в формулу (11.19). Интересно, что такого рода подсчет дает работу расширения столь малую, что ею можно пренебречь по сравнению с работой, затраченной на кинетическую энергию частиц.

Оценка количества выделяемой при вспышке энергии представляет огромный интерес с точки зрения выяснения причины вспышки, а также выяснения космогонического значения самого факта вспышки.

Ряд авторов высказывал мысль, что вспышка представляет собой катастрофу, сопровождающую переход звезды из одной конфигурации равновесия в другую. Поскольку в данном случае имеет место выделение энергии, то предполагалось, что происходит переход из конфигурации с малой плотностью к более плотной конфигурации, с меньшим значением радиуса. Освобождающаяся гравитационная энергия будет порядка

$$GM^2\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right), \quad (11.20)$$

где  $r_2$  и  $r_1$  — начальные и конечные радиусы конфигураций.

Из наблюдений нам известно, что звезды, обладающие массой порядка солнечной и больше, могут иметь две равновесные конфигурации: одна конфигурация соответствует некоторой точке на главной ветви диаграммы Рессела, другая конфигурация носит название белых карликов. С другой стороны, Новая звезда после вспышки является горячей звездой типа Вольфа-Райе и вместе с тем карликом — по абсолютной яркости. Значит ее можно считать белым карликом. Поэтому Милн предположил, что вспышка Новой как раз сопровождается переходом из обыкновенной конфигурации в конфигурацию белого карлика. Освобождающаяся гравитационная энергия по формуле (11.20) должна быть порядка  $10^{50}$  эргов. Между тем мы видели, что при вспышках обыкновенных Новых освобождается энергия порядка  $10^{45}$  —  $10^{46}$  эргов. Это является затруднением для гипотезы Милна. Правда, это затруднение можно обойти, предполагая, что освобождающаяся гравитационная энергия идет на увеличение других видов энергии звезд (например, на повышение температуры их недр и пр.). Однако такая точная компенсация, в результате которой выделяется только ничтожная часть освобожденной гравитационной энергии, представляется мало вероятной. С другой стороны, гипотеза Милна противоречит и статистике Новых звезд. Из статистики, как

указано выше, следует, что, по крайней мере, часть звезд переживала вспышку большое число раз.

Малость выбрасываемой массы по сравнению с массой всей звезды, а также малость выделяемой энергии по сравнению с гравитационной энергией, заставляет думать, что за время по крайней мере одной вспышки не происходит во внутреннем строении звезды фундаментальной перестройки, несмотря на гигантский переворот, происходящий во внешних слоях.

**8. Новоподобные переменные.** Справедливость высказанной здесь точки зрения становится особенно ясной, если мы рассмотрим факты, касающиеся так называемых Новоподобных переменных, представителями которых являются RS Офиуха и Т Компаса.

Т Компаса является в нормальном состоянии звездой 14 величины; со времени ее открытия наблюдались три вспышки (в 1890 г., 1902 г. и 1920 г.). Каждая из вспышек характеризуется быстрым подъемом яркости и несколько более медленным падением. Спектр в максимуме сходен со спектрами типичных Новых. Собственно говоря, единственная разница между вспышкой типичных Новых и вспышкой Т Компаса заключается в амплитуде и отчасти в скорости спадания яркости. Амплитуда Т Компаса порядка 6—7 величин, в то время как у типичных Новых порядка 10 величин. Вероятно абсолютная яркость в максимуме меньше, чем у типичных Новых, что указывает на малость выброшенной массы. С другой стороны, нетрудно видеть, что оболочка небольшой массы должна быстрее падать в своей яркости. Таким образом быстрое угасание звезды после вспышки является вполне естественным. У RS Офиуха наблюдаются две вспышки, но вместе с тем имеются колебания в минимуме.

Совершенно очевидно, что звезда не меняет своего внутреннего строения каждые 10 или 20 лет. Можно показать, что время, потребное только для установления лучевого равновесия, должно измеряться по меньшей мере миллионами лет. Таким образом нельзя говорить о быстрой смене равновесных конфигураций.

За 10 или 20 лет даже лучистая энергия не может перейти из глубоких слоев звезды наружу. Следовательно, выделяемая при вспышках энергия освобождается во внешних слоях звезды. Выше указывалось, что и Новые звезды вероятно вспыхивают по несколько раз, и поэтому трудно провести резкую грань между Новыми и Новоподобными звездами.

Сказанное заставляет думать, что Новая или Новоподобная звезда представляет собой некоторые фазы в жизни звезд, когда звезда находится в состоянии, сопровождающемся вспышками. Возможно, что не все звезды проходят через эту стадию. Но это уже другой вопрос.

**9. Механизм и причина вспышки.** Несомненно, что при вспышке Новых освобождается огромное количество энергии, которая идет на излучение, кинетическую энергию выбрасываемых газов

и т. д. В каких слоях звезды происходит освобождение этой энергии? Если верна та точка зрения, что вспышка Новой связана с перестройкой внутренних слоев звезды, сопровождаемой выделением разности энергий старой и новой конфигураций, то освобождение энергии имеет место в самых глубоких слоях звезды. Однако, рассматривая прохождение лучистой энергии, нетрудно видеть, что для того чтобы излучение могло пробиться из центральных областей наружу, требуются в среднем по крайней мере миллионы лет. Кроме того, освободившаяся в центре звезды энергия не вся одновременно достигает поверхности звезды, а будет прибывать к поверхности постепенно, растянувшись на время порядка миллиона лет, что особенно важно. Таким образом, если в центральных областях звезды освободилось некоторое количество энергии, то передача этой энергии путем лучеиспускания к поверхности звезды приведет к весьма незначительному увеличению яркости, продолжаясь, однако, миллионы лет. Повышение светимости  $\delta L$  будет пропорционально количеству освободившейся энергии  $E$  и обратно пропорционально тому промежутку времени  $\tau$ , в течение которого энергия будет продолжать прибывать к поверхности

$$\delta L = \frac{E}{\tau},$$

и будет при  $E = 10^{45}$  э и  $\tau = 3 \cdot 10^{14}$  сек равно  $\delta L = 10^{31}$  э/сек. т. е. измеряться долями процента или процентами. Никакого взрыва не будет, и весь процесс будет протекать плавно.

С другой стороны, освобождающейся в рассматриваемом случае энергии не хватит для того, чтобы разбросать во все стороны материю всей звезды, преодолев силу тяжести, и выйти наружу таким образом. Поэтому единственный способ выхода наружу заключается в диффузии через всю толщу звезды, на что требуются миллионы лет.

Таким образом мы приходим к необходимому выводу, что освобождение энергии происходит в сравнительно неглубоких слоях — почти непосредственно под выброшенным слоем. В самом деле, энергия взрыва, освобождаясь в этом месте, передается вышележащим слоям и приводит их в движение.

Поскольку мы пришли к выводу о том, что освобождение энергии (взрыв) происходит как раз под теми слоями, которые при вспышке выбрасываются, то, зная массу выброшенной при первоначальном взрыве оболочки и структуру фотосферы первоначальной звезды до вспышки, мы можем определить физические условия (температуру и давление) в том месте, где произошел взрыв. Так, если допустить, что фотосфера звезды до вспышки носила „нормальный“ статический характер, то, принимая  $R = R_{\odot}$ ,  $g = g_{\odot}$  и  $T_{\text{эф}}$  в пределах между  $6000^{\circ}$  и  $10000^{\circ}$ , найдем для температуры слоя, в котором произошла вспышка, цифру порядка  $150000^{\circ}$  (когда выброшенная масса порядка  $10^{-5} M_{\odot}$ ). Само собой разумеется, что в результате взрыва в этом



слое могла получиться и вероятно получилась значительно более высокая температура. Это повышение температуры привело к увеличению давления и, следовательно, к расширению внешних слоев, т. е. к вспышке.

Что касается до последующего после вспышки непрерывного истечения материи из звезды, то это истечение является естественным следствием отделения внешней оболочки в результате вспышки. В самом деле, в результате отделения внешней оболочки вскрываются более горячие слои, лежащие под фотосферой, и это вызывает увеличение потока энергии. До вспышки в этих слоях ускорение, получаемое от светового давления в единицу времени, было равно

$$\frac{\kappa H}{c} = \frac{\kappa}{4} a T_{\text{eff}}^4,$$

поскольку поток был равен  $H = \frac{ac}{4} T_{\text{eff}}^4$ . Это ускорение компенсировалось притяжением. После вспышки ускорение будет уже порядка

$$\frac{\kappa}{4} a T_1^4,$$

где  $T_1$  — уже температура вскрывшегося слоя. Величина  $\kappa$  в обоих случаях одна и та же, ибо она обусловлена температурой и плотностью вскрытого слоя. Следовательно, мы будем иметь увеличение светового давления в отношении

$$\left( \frac{T_1}{T_{\text{eff}}} \right)^4,$$

т. е. в десятки тысяч раз. Между тем сила тяжести осталась той же самой. Следовательно равновесие вскрывшихся слоев невозможно; эти слои получают радиально-направленный импульс и начнут расширяться. Их отделение повлечет за собой расширение более глубоких слоев, и истечение материи может протекать довольно продолжительное время. Таким образом из звезды установится истечение, и через некоторое время, после рассеяния оболочки, у нас останется звезда Вольфа-Райе. Конечно, трудно указать сейчас, какова должна быть продолжительность этой стадии. Было бы весьма интересно разработать теорию в количественном отношении и получить зависимость между глубиной слоя, в котором произошел взрыв, и мощностью истечения и т. д.

Резюмируя сказанное выше о теории Новых звезд, можно констатировать, что причина вспышки, точнее сила, приводящая к взрыву, неизвестна. Однако, если допустить, что во внешних слоях звезды такой взрыв происходит, то наблюдаемые в связи с этим явления находят себе довольно естественное объяснение.

**10. Сверх-Новые.** Совершенно особое положение занимают сверх-Новые звезды, т. е. такие Новые, которые в максимуме имеют абсолютную яркость, примерно на 10 величин превосходящую абсолютную яркость обыкновенных Новых. Их космо-

ническое значение вероятно очень велико. Однако, наблюдательные данные относительно сверх-Новых весьма скудны.

Представительницей сверх-Новых может служить S Andromedae, вспыхнувшая в 1885 г. и доходившая в максимуме до абсолютной величины —15. Она находилась близ самого центра туманности Андромеды. Сверх-Новые вспыхивают повидимому весьма редко — в каждой галактике приблизительно одна в тысячелетие. Поэтому мы не можем ждать, пока они вспыхнут в нашей галактике, и вынуждены обратиться к внешним галактикам. На Моунт-Вилсоновской обсерватории удалось получить в 1936 г. впервые спектр сверх-Новой, появившейся в скоплении галактик Comae. Оказалось, что спектр содержит широкие эмиссионные полосы на непрерывном фоне. Эти полосы соответствуют линиям различных элементов, и в этом отношении мы имеем сходство с „обыкновенными“ Новыми. Однако ширина эмиссионных полос значительно больше, и вычисленная по ним скорость расширения соответствует 6000 км/сек. Эти выводы были подтверждены в 1937 г. наблюдениями спектров еще двух сверх-Новых.

Таким образом сверх-Новые представляют собой еще более грандиозные катастрофы, чем обыкновенные Новые. К сожалению, выведенную нами формулу, связывающую абсолютную величину в максимуме с массой выброшенной оболочки, нельзя применить к сверх-Новым по той причине, что плотность в максимуме и после максимума у оболочки сверх-Новой, несмотря на большую массу, будет настолько мала, что наряду с процессами поглощения в оболочке будут происходить процессы томсоновского рассеяния свободными электронами, причем коэффициент рассеяния будет значительно больше, чем коэффициент поглощения, и теория значительно усложняется.

Однако несомненно, что массы оболочек, выбрасываемых сверх-Новыми, во много раз больше масс оболочек „обыкновенных Новых“ и достигают уже некоторой заметной (0,1 и больше) доли массы Солнца. Энергия, излучаемая во время вспышки, будет порядка  $10^{49}$ — $10^{50}$  э, если не считать ее температуру аномально высокой, как делают это авторы разных гипотез о природе сверх-Новых. Поэтому можно сказать, что при вспышке сверх-Новой происходит: 1) существенное изменение массы звезды, 2) выделение количества энергии, сравнимое с величиной гравитационной энергии звезд.

Несомненно, что вспышка сверх-Новой связана с переходом звезды из одного состояния в другое, существенно отличное от первого. Надо надеяться, что ближайшие годы дадут нам возможность собрать необходимый наблюдательный материал по этому вопросу.

## ХII. ЗВЕЗДЫ ВОЛЬФА-РАЙЕ

К классу звезд Вольфа-Райе относятся все звезды, имеющие в спектре широкие полосы излучения на непрерывном фоне. Длины волн середин этих полос совпадают с длинами волн спектральных линий атомов и ионов различных легких элементов,

в первую очередь H, He, He<sup>+</sup> и т. д. Например, в каждой из этих звезд мы имеем дело с бальмеровской серией, серией Пиккеринга He<sup>+</sup> и т. д. Поэтому несомненно, что в этом случае мы наблюдаем просто обычные спектральные линии испускания, по каким-то причинам расширенные до нескольких десятков ангстрем.

Рассматриваемый спектральный класс содержит три группы звезд, довольно сильно отличающихся по своей природе и, весьма вероятно, по своему происхождению. Именно, спектрами Вольфа-Райе обладают: 1) собственно звезды Вольфа-Райе, являющиеся объектами большой визуальной и фотографической абсолютной яркости порядка — 3<sup>m</sup>. Дрэперовский каталог содержит 40 таких объектов. Эти звезды обладают сильной галактической концентрацией; 2) бывшие Новые, которые через несколько лет после вспышки приобретают характеристики спектра Вольфа-Райе. И эта группа объектов показывает большую концентрацию к галактической плоскости; 3) многие ядра планетарных туманностей, показывающие более слабую концентрацию к галактической плоскости. Визуальная абсолютная яркость звезд двух последних групп оказывается порядка +5<sup>m</sup>. Эти звезды относятся к категории белых или скорее „синих“ карликов<sup>1)</sup>.

Наблюдения показывают, что у каждой данной звезды в одной области спектра разные полосы имеют приблизительно одинаковую ширину. При переходе от одного края спектра звезды к другому ширина полос излучения возрастает пропорционально длине волны  $\lambda$ , и поэтому трудно предположить, что мы имеем здесь дело с расширением линий вследствие молекулярного эффекта Штарка. В самом деле, на этот эффект разные линии реагируют по-разному. Приходится предположить, что причиной расширения линий является эффект Доплера, т. е. что в атмосфере звезды имеются атомы, двигающиеся с самыми различными скоростями к нам и от нас. Диапазон скоростей, необходимых для объяснения ширины полос, для различных звезд различен. Во всяком случае мы должны считаться с тем обстоятельством, что в некоторых звездах излучающие атомы имеют скорости, заключающиеся между — 2000 км/сек и +2000 км/сек.

Ниже приводятся данные о наблюдаемых ширинах полос бальмеровской серии трех звезд и ширинах, вычисленных в предположении пропорциональности длине волны. Коэффициент пропорциональности  $k$ , принятый при вычислении, указан под названием звезды (таблица заимствована у Билса)<sup>2)</sup>.

Спектры звезд Вольфа-Райе объясняются в грубых чертах теорией истечения, развитой и обоснованной Билсом. Сущность

<sup>1)</sup> Среди наиболее ярких звезд большого Магелланова Облака найдено 50 звезд Вольфа-Райе. Они все относятся к первой категории объектов. Распределение их по звездным величинам показывает любопытную особенность. Именно, имеются два максимума кривой распределения: один на 12-й величине, другой — на 14-й. В переводе на абсолютные величины это означает, что наибольшее число звезд приходится на — 3<sup>m</sup> и — 5<sup>m</sup>.

<sup>2)</sup> Publications Dominion Astrophysical Observatory, Victoria, 4, 271, 1930.

этой теории заключается в том, что с поверхности звезд Вольфа-Райе происходит стационарное радиальное испускание газов с большими скоростями порядка 1000—2000 км/сек. Эти газы образуют вокруг центральной звезды туманность. Поэтому понятно, что должны образоваться линии излучения, поскольку туманность (согласно теории Росселанда-Занстра) поглощает непрерывный спектр в ультрафиолетовых частотах и переводит поглощенную энергию в известной мере в видимое излучение в дискретных частотах. Однако плотность этой туманности должна быстро убывать по мере удаления от звезды<sup>1)</sup>. Поэтому почти все излучение этой туманности будет исходить из сферы, радиус которой сравнительно в небольшое число раз превосходит радиус центральной звезды. Отсюда понятно, почему эти туманности не обладают заметными в телескоп дисками. Этим легко объясняется, почему в спектре звезд Вольфа-Райе нет полос, соответствующих запрещенным переходам. Действительно, в главе о планетарных туманностях мы видели, что для появления этих полос необходимо, чтобы коэффициент дилуции  $W$  был малой величиной порядка  $10^{-9}$  или меньше. Между тем в тех частях туманности, окружающей звезду Вольфа-Райе, которые дают сколько-нибудь заметное излучение, коэффициент дилуции, вероятно, значительно больше.

H. D. 192163 $k=0,00833$			H. D. 50896 $k=0,00961$		
$\lambda$	$\Delta\lambda_{\text{набл.}}$	$\Delta\lambda_{\text{выч.}}$	$\lambda$	$\Delta\lambda_{\text{набл.}}$	$\Delta\lambda_{\text{выч.}}$
6563	58,0	54,7	6563	74,2	63,1
4861	41,2	40,5	4861	44,8	46,7
4340	33,4	36,2	4340	36,0	41,7

H. D. 191765 $k=0,00883$		
$\lambda$	$\Delta\lambda_{\text{набл.}}$	$\Delta\lambda_{\text{выч.}}$
6563	57,5	57,9
4861	43,9	42,9
4340	37,8	38,3

Для того чтобы отличать туманности, непосредственно облегающие звезды Вольфа-Райе, от обычных планетарных

<sup>1)</sup> В случае, например, постоянства скорости испускаемых частиц плотность, согласно уравнению непрерывности, должна убывать обратно пропорционально квадрату расстояния от центра звезды.

туманностей, мы будем называть первые просто оболочками звезд Вольфа-Райе.<sup>1)</sup>

Атомы, вырывающиеся с той части диска звезды, которая обращена к нам, обладают большой по абсолютной величине отрицательной лучевой скоростью. Атомы, вырывающиеся с противоположной стороны звезды, обладают большой положительной лучевой скоростью, и, наконец, атомы, вырывающиеся с краев диска звезды, движутся перпендикулярно к лучу зрения, и поэтому испускаемая ими спектральная линия не смещена относительно ее нормального положения. В результате, когда мы наблюдаем спектр всей оболочки, мы видим не отдельные линии, а широкие полосы. Таким образом теория истечения материи в грубых чертах объясняет как наличие линий излучения, так и большую ширину полос. Однако лишь количественные наблюдательные данные о контурах полос, будучи сопоставлены с теорией этих контуров, смогут уточнить картину всего явления и одновременно дать возможность проверки всей теории по существу.

**1. Теория контуров полос Вольфа-Райе.** Сначала мы допустим, что, так же как и туманности, оболочка прозрачна по отношению к линиям субординатных серий. По отношению к некоторым по крайней мере линиям, например высшим членам пиккеринговской серии, это повидимому соблюдается<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Согласно изложенному, те ядра планетарных туманностей которые имеют спектр Вольфа-Райе, окружены как оболочкой (на близком расстоянии), так и туманностью (на далеком расстоянии).

<sup>2)</sup> Число атомов  $\text{He}^+$ , находящихся в первом (основном) стационарном состоянии, на  $1 \text{ см}^2$  поверхности оболочки должно быть порядка  $N_1 = 10^{18}$  (см. далее применение теории Занстра к звездам Вольфа-Райе). Если обозначим на один момент через  $N_4$  число атомов  $\text{He}^+$ , приходящихся на  $1 \text{ см}^2$  оболочки и находящихся в четвертом стационарном состоянии, то при допу-

щении термодинамического равновесия  $\frac{N_4}{N_1} = \frac{g_4}{g_1} e^{-\frac{\epsilon_4 - \epsilon_1}{kT}}$ , где  $T$  — температура звезды. Возбуждение в оболочке должно соответствовать более низкой температуре, чем температура поверхности звезды.

Но

$$\frac{g_4}{g_1} = 16; \quad \frac{\epsilon_4 - \epsilon_1}{kT} = 10,$$

если положить  $T = 60\,000^\circ$ . Поэтому

$$\frac{N_4}{N_1} = \frac{1}{1500}$$

откуда

$$N_4 = 6 \cdot 10^{14}.$$

С другой стороны, мы можем рассчитать коэффициент поглощения на один атом, находящийся в четвертом состоянии для какой-нибудь линии Пиккеринговской серии, например  $\lambda 5411$ , соответствующей переходу из седьмого состояния в четвертое. При этом будем считать, что расширение линий вызвано исключительно тепловым движением атома. Тогда можно применить следующую приближенную формулу для коэффициента поглощения на один атом:

$$k_\nu = \frac{g_7}{g_4} \frac{c^3}{8\pi\nu^3} \frac{A}{\nu},$$

Будем обозначать расстояние от центра линии через  $x = \lambda - \lambda_0$ . Допустим, что все атомы вылетают с одной и той же радиальной скоростью  $V$  с поверхности звезды и на своем пути не ускоряются и не тормозятся сколько-нибудь значительно. Если направление полета образует угол  $\theta$  с лучом зрения, то лучевая скорость будет равна  $v = V \cos \theta$ . Мы можем написать

$$\theta = \arccos \frac{v}{V}.$$

Частицы, летящие с лучевыми скоростями, заключенными между  $v$  и  $v + dv$ , будут обладать траекториями, составляющими с лучом зрения углы, заключенные между  $\theta$  и  $\theta + d\theta$ , где

$$d\theta = \frac{dv}{V} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}. \quad (12.1)$$

Но число частиц  $dN$ , траектории которых образуют углы, заключенные в этих пределах, будет равно

$$dN = K \sin \theta d\theta = K \sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}} dv, \quad (12.2)$$

где  $K$  — некоторая постоянная.

Подставим (12.1) в (12.2). Тогда:

$$dN = \frac{K}{V} dv. \quad (12.3)$$

Мы нашли число частиц, лучевые скорости которых заключены между  $v$  и  $v + dv$ . Интенсивность излучения при прозрачности оболочки будет просто пропорциональна числу частиц  $dI = adN$ . С другой стороны,  $\frac{x}{\lambda} = \frac{v}{c}$ , где  $c$  — скорость света. Поэтому  $dv = \frac{cdx}{\lambda}$  и следовательно:

$$dI = adN = \frac{aK}{V} \frac{c}{\lambda} dx. \quad (12.4)$$

Множитель при  $dx$  постоянен внутри полосы. Поэтому интенсивность внутри полосы будет тоже постоянна. Мы получаем контур того типа, какой изображен на рис. 19. Ширина полосы,

где  $A$  — коэффициент вероятности соответствующего спонтанного перехода, а  $v$  — средняя скорость теплового движения. Для водорода, при переходе  $7 \rightarrow 4$ ,  $A = 3,67 \cdot 10^5$ . Для  $\text{He}^+$  мы должны увеличить эту величину в 16 раз (см. статью автора в Publ. Observatory Circular № 4). Положив  $v = 10^6$  см/сек, получим  $k_p \approx 10^{-13}$ . Поэтому оптическая толщина в рассматриваемой линии  $k_p N_4$  равна 60. Однако действительная оптическая во много раз меньше этой цифры, ибо при наличии диллюции излучения процент возбужденных атомов быстро падает. Добавим, что мы не учитывали весьма вероятной разницы в скоростях различных слоев оболочки, что опять-таки должно привести к уменьшению оптической толщины. Наконец, при переходе к более высоким членам серии Пикеринга оптическая толщина упадет еще ниже.

выраженная в километрах, равна  $2V$ . Фотометрические исследования, произведенные Билсом <sup>1)</sup>, показали, что только в одном случае (звезда Н. Д. 193 793) контуры полос, принадлежащих СШ, имеют почти такой вид, как на рис. 19. Вообще же такая сплюсненность отсутствует. Обычно приходится иметь дело с закругленными контурами типа, изображенного на рис. 20.

Можно пытаться объяснить закругленные контуры тем, что скорость атомов (по отношению к звезде) меняется с изменением расстояния до центра звезды. Сейчас нет никакой возможности вычислить теоретически, каково это изменение, потому что, наряду с силой тяжести, на атомы действует и световое давление, влияние которого трудно учесть. Однако при допущении полной прозрачности оболочки в частоте рассматриваемой линии об этом можно получить сведения из наблюдаемых контуров. В самом деле, пусть  $n(r)$  есть число атомов данного вида в единице объема,

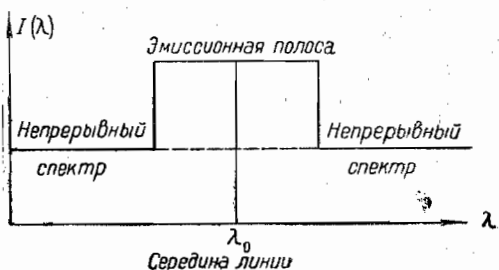


Рис. 19.

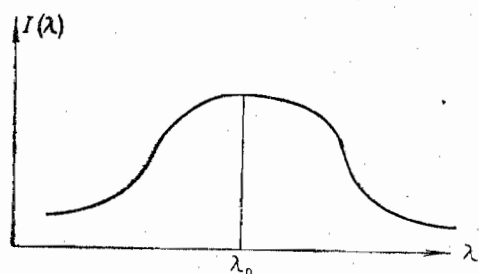


Рис. 20.

находящихся в том состоянии, из которого может быть испущена данная линия. Тогда скоростями, заключенными между  $v$  и  $v + dv$ , обладают  $4\pi r^2 n(r) \frac{dr}{dv} dv$  атомов, где  $r$  есть расстояние от центра в точке, в которой скорость равна  $v$ . Излучение этих атомов распределится, как мы увидели выше, на полосу шириной  $2v$ . Поэтому в каждом единичном интервале длин волн интенсивность, полученная от излучения этих атомов, будет пропорциональна  $\frac{r^2}{v} n(r) \frac{dr}{dv} dv$ .

Интенсивность на некотором расстоянии  $w$  от центра линии получается от всех тех родов частиц, которые движутся от центра звезды со скоростями, большими  $w$ . Поэтому полная интенсивность в этом месте будет пропорциональна:

$$f(w) = \int_w^{v_{\max}} n(r) \frac{r^2}{v} \left| \frac{dr}{dv} \right| dv. \quad (12.5)$$

<sup>1)</sup> Publications Dominion Astrophysical Observatory, Victoria, 6, № 9, 1934.

Применяя эту формулу, надо однако помнить, что для некоторых интервалов значений  $v$  величина  $r$  может оказаться двузначной (или многозначной) функцией от  $v$ . В этих случаях интегрирование надо производить два или несколько раз, т. е. по обоим (многим) значениям функции  $r^2 \left| \frac{dr}{dv} \right|$ .

В случае однозначности этой функции можно путем дифференцирования  $f(v)$  (которая получается из наблюдений) получить выражение  $n(r) \frac{r^2}{v} \frac{dr}{dv}$  и отсюда уже делать те или иные заключения. Предварительный анализ, произведенный Билсом <sup>1)</sup>, показал, что для объяснения наблюдаемых контуров надо допустить, что скорость меняется довольно сильно: от нуля почти до 2500 км/сек. Однако, имея в виду точность современных спектрофотометрических измерений, вряд ли можно на основании применения (12.5) делать какие-нибудь выводы. Надо заметить, что таким способом можно объяснить вообще всякий симметричный контур, в котором интенсивность убывает с расстоянием от центра полосы. Окончательную и совершенно строгую проверку правильности такой интерпретации контуров можно получить, сравнивая контуры двух полос, которые получаются при переходах одного и того же атома из какого-нибудь одного верхнего состояния в два различных нижних. Например, можно было бы произвести такую проверку, если бы удалось сравнить контуры инфракрасной и ультрафиолетовой полос  $5G \rightarrow 4F$  и  $5G \rightarrow 3D$  ионизованного гелия. Обе эти полосы должны быть сравнительно интенсивны; но сейчас такое сравнение невозможно еще осуществить по техническим причинам. Ординаты этих контуров в соответствующих точках должны отличаться друг от друга лишь на постоянный для всего контура множитель. Однако по существу можно сравнивать между собой две любые полосы, принадлежащие к субординатным сериям одного и того же элемента. В самом деле, если эти линии происходят из каскадных переходов после рекомбинации и если нет поглощения в оболочке, то процент атомов данного вида, совершающих после рекомбинации в единицу времени тот или иной спонтанный переход, должен быть одним и тем же на всех расстояниях от центра звезды. Поэтому функция  $n(r)$  будет отличаться у двух различных полос только постоянным множителем. Мы опять вправе ожидать, что ординаты одного контура будут пропорциональны ординатам другого.

Билс <sup>2)</sup> произвел такое сравнение полос  $\lambda$  4686, 5411, 4340 и нашел, что правило пропорциональности удовлетворяется почти точно. Небольшие расхождения имеются, но трудно их обсуждать, пока не будут получены новые, более точные данные.

Изложенная точка зрения на контуры обладает еще тем преимуществом, что предположение о прозрачности оболочки де-

<sup>1)</sup> Publ. Dominion Astrophysical Observatory, Victoria, 6, № 9, 1934.

<sup>2)</sup> Publ. Dominion Astrophysical Observatory, 6, № 9, 1934.



дается весьма вероятным вследствие самого факта различия скоростей на различных расстояниях от центра звезды, <sup>1)</sup> а поэтому не является искусственным. В пользу того, что оболочка прозрачна в линиях субординатных серий, говорит и то обстоятельство, что мы не наблюдаем линий поглощения на фиолетовом краю полосы, образующихся вследствие поглощения непрерывного спектра звезды атомами, находящимися непосредственно между наблюдателем и звездой. Исключением, конечно, являются линии, связанные с метастабильными нижними состояниями. Как известно, дилуция излучения не препятствует чрезвычайно большому накоплению атомов в метастабильных состояниях. Поэтому в тех линиях, которые поглощаются атомами, находящимися в метастабильных состояниях, оболочка может иметь довольно большую оптическую толщину. Как известно, весьма высокой метастабильностью обладает состояние  $2^3S$  гелия. Атомы в этом состоянии поглощают в доступном для наблюдений участке спектра линию 3889. Действительно, соответствующая полоса гелия у всех звезд Вольфа-Райе сопровождается глубокой и широкой линией поглощения с фиолетовой стороны (см., например, спектрофотометрические измерения Билса для звезды HD 192 163).

**2. Классификация звезд Вольфа-Райе.** Среди звезд Вольфа-Райе встречается довольно большое разнообразие подтипов спектров. Прежде всего была сделана попытка расположить эти звезды в последовательности классов с возрастающим возбуждением. При этом критерием для отнесения к тому или иному подразделению служила относительная интенсивность полос нейтрального и ионизованного гелия<sup>2)</sup>. Особенно удобно было пользоваться отношением интенсивности полос:  $\lambda$  5875 (He I) и  $\lambda$  5411 (He II). Однако дальнейшее исследование показало, что невозможно уложить все звезды Вольфа-Райе в одну линейную последовательность. Именно, оказалось, что они образуют две параллельных последовательности: одна из них — углеродная — содержит звезды, в спектрах которых имеются полосы атомов углерода и кислорода в разных стадиях ионизации, а другая содержит звезды, в спектрах которых имеются полосы азота в разных стадиях ионизации, но нет полос углерода и кислорода. В обеих последовательностях имеются звезды с различной степенью возбуждения. Об этом свидетельствует меняющееся внутри каждой последовательности отношение  $\frac{\text{He I}}{\text{He II}}$ . Поэтому наши последовательности являются действительно параллельными в смысле изменения степеней ионизации. Билс

<sup>1)</sup> Так как в этом случае в формуле, приведенной в предыдущем примечании для коэффициента поглощения  $k_{\nu}$ , в знаменателе надо будет понимать под  $v$  не среднюю скорость теплового движения, а в первом приближении наибольшую разность скоростей внутри оболочки.

<sup>2)</sup> См. Б. А. Воронцов-Вельяминов, Новые звезды и галактические туманности, ОНТИ, 1935, стр. 79—100.

разбивает углеродную последовательность на три подкласса, которые он обозначает в порядке убывающего возбуждения символами W VI, W VII, W VIII, а азотную последовательность на четыре подкласса, расположенные в том же порядке W5, W6, W7 и W8. Различные данные об этих подклассах приведены в следующей табличке:

Углеродная последовательность				Азотная последовательность			
Под-класс	Атомы, представленные в спектре	Отношение	Число звезд	Подкласс	Атомы, представленные в спектре	Отношение	Число звезд
		$\frac{\lambda 5696}{\lambda 5812}$				$\frac{\lambda 5875}{\lambda 5411}$	
W VI	He I, He II, C III, CIV, O IV, O V, O VI	0,3	15	W 5	He I (?) He II, N IV, N V	0,1	7
W VII	He I, He II, C III, CIV, O IV, O V, O VI,	1,0	8	W 6	He I, He II, N III, N IV	0,5	15
W VIII	He I, He II, O II, O III, O IV, O V (?), C II, C III, CIV	4,0	3	W 7	He I, He II, N III, N IV	...	4
				W 8	He I, He II, N III, N IV (?)	5,5	2

Здесь подклассы опять расположены в порядке убывающего возбуждения. Для углеродной последовательности степень возбуждения характеризуется отношением  $\frac{\lambda 5696}{\lambda 5812}$  (C III) к  $\frac{\lambda 5812}{\lambda 5812}$  (C IV). Для азотной последовательности использован упомянутый выше критерий  $\frac{\lambda 5875}{\lambda 5411}$ .

Единственно возможным объяснением существования двух параллельных последовательностей является, по видимому, тривиальное допущение, что в оболочках одних звезд Вольфа-Райе присутствуют углерод и кислород, но нет азота, а в других присутствует азот, но нет углерода и мало кислорода. В самом деле, мы знаем, например, что C III и N III имеют почти один и тот же потенциал ионизации (47,65 и 47,19 V соответственно). Поэтому, присутствуя в одной и той же оболочке, они, несомненно, должны были бы оба проявить себя в ее спектре.

**3. Температура звезд Вольфа-Райе.** Поскольку механизм образования эмиссионных полос в спектрах звезд Вольфа-Райе сводится, как и у туманностей, к преобразованию ультрафиолетовой энергии в видимую, можно попытаться применить метод Занстра к определению температур этих звезд. С точки зрения практической разница заключается лишь в том, что в случае туманностей сравнивались яркости монохроматических изображений туманности с яркостью непрерывного спектра центральной звезды в тех же частотах, а в случае звезд Вольфа-Райе

нужно сравнивать полное излучение в полосе с интенсивностью прилегающего участка непрерывного спектра, так как полоса излучается туманной оболочкой, окружающей звезды. Такое применение метода Занстра было произведено автором <sup>1)</sup>, а затем Билсом <sup>2)</sup>. Оказалось, что если определять температуру по линиям ионизованного гелия, то получаются температуры порядка 70 000°. Однако оказывается, что для одной и той же звезды температура по методу Занстра зависит от потенциала ионизации этого атома или иона, по полосам которого определяется температура. Так, например, для спектрального подразделения W VI Билс получил по линии C III (потенциал ионизации 42 V) 60 500°, а по линии O V (потенциал ионизации 113 V) температуру 113 000°. Мы привели случай, когда потенциалы ионизации сильно отличаются, но в общем разница имеет тот же знак.

Простейшее предположение, которое можно сделать для объяснения этого расхождения, заключается в предположении, что ионов с малыми потенциалами ионизации мало, так как они снова ионизованы, и поэтому оптическая толщина оболочки за границей основных серий этих ионов мала по сравнению с единицей. Вследствие этого происходит неполное поглощение ультрафиолетовой энергии звезды в этих частотах, и метод Занстра дает температуру на много более низкую, чем истинная.

С этой точки зрения водород, который сильно ионизован в оболочках этих горячих звезд, должен иметь очень слабые эмиссионные полосы — давать по методу Занстра очень низкую температуру. Действительно, оказывается, что температура, определенная по полосам водорода, порядка 22 000°, что очень мало для звезд Вольфа-Райе.

Однако, имеются справедливые сомнения в возможности безоговорочного применения метода Занстра к звездам Вольфа-Райе и вообще к туманным оболочкам малого радиуса, окружающим звезды.

Эти сомнения основаны на том, что в этих оболочках коэффициент дилуции не настолько мал, как в туманностях. В результате плотность излучения в резонансной линии рассматриваемого элемента достигает очень большой величины. Во втором квантовом состоянии оказывается столь большое число атомов, что переходы типа 2 → 3 совершаются весьма часто, и поэтому циклическими переходами типа 1 → 2 → 3 → 1 нельзя уже пренебречь по сравнению с переходами типа 1 → 3 → 2 → 1. Например, атомы водорода оказываются во втором состоянии в столь большом числе, что поглощенная ими за границей бальмеровской серии энергия по количеству становится сравнимой с энергией, поглощенной за границей лаймановской серии, и даже больше.

В результате начинают играть превалирующую роль превращения типа 2 → 4 → 3 → 2, т. е. поглощенная за границей баль-

<sup>1)</sup> Nature, 129, 725, 1832.

<sup>2)</sup> Publications Dominion Astrophysical Observatory, 6, 142, 1934.

меровской серии энергия переносится в частоты бальмеровских линий. Таким образом по интенсивностям бальмеровских линий можно судить не об интенсивности лаймановской области, а об интенсивности спектра за границей бальмеровской серии.

Мы привели здесь рассуждение для водорода, потому что схема процесса в этом случае наиболее проста. Однако надо отметить, что рассматриваемый эффект в случае обычных звезд Вольфа-Райе играет роль не для водорода, а для ионов с высоким потенциалом ионизации.

В случае же звезд типа Р Cygni указанный эффект скажется и на температурах, определенных по водородным линиям <sup>1)</sup>.

**4. Истечение массы.** С точки зрения космогонической имеет большое значение вопрос о количестве массы, выбрасываемой в результате непрерывного истечения звездами Вольфа-Райе. Применение формулы (11. 15), которая может быть распространена и на этот случай, показывает, что ежегодная убыль массы порядка  $10^{-5}$  массы Солнца. В случае звезд Р Cygni эта ежегодная убыль в несколько раз больше.

### XIII. ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ЗВЕЗД

Проблема внутреннего строения звезд является одной из наиболее трудных проблем теоретической астрофизики. В настоящее время мы, повидимому, еще далеки от ее разрешения, и не исключена возможность, что в ближайшем будущем мы будем иметь радикальное изменение взглядов, господствующих ныне в этой области. Поэтому в нашей книге мы ограничимся лишь некоторыми замечаниями, касающимися современного состояния этого вопроса.

Для проблемы внутреннего строения звезд характерно то, что она теснейшим образом связана с проблемой источников звездной энергии. С одной стороны, источники звездной энергии, их мощность, зависят, несомненно, от условий, господствующих внутри звезды. С другой стороны, характер и распределение источников звездной энергии влияют на распределение температур в звезде, а, следовательно, и на ее строение. Отсюда ясно, что полная теория внутреннего строения звезд должна включать в себе решение проблемы об источниках звездной энергии. Именно вопрос об источниках звездной энергии и делает столь трудным решение задачи о внутреннем строении звезд.

С точки зрения внешнего наблюдателя каждая звезда характеризуется значениями трех физических параметров: массы ( $M$ ), светимости ( $L$ ) и радиуса ( $R$ ). Эти три параметра при переходе от одной звезды к другой не меняются независимо друг от друга. Как показывают наблюдения, для большинства звезд, за

<sup>1)</sup> Возбуждения в туманных оболочках малого радиуса разобраны в работе: Амбарцумян, Monthly Notices, 95, 469, 1935; Горделадзе, Zeitschrift für Astrophysik, 13, 48, 1936.

исключением белых карликов, существует почти строгая функциональная зависимость между массой и светимостью. Эта зависимость в первом грубом приближении может быть представлена формулой:

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \left( \frac{L}{L_{\odot}} \right)^{0,3},$$

где  $M_{\odot}$  и  $L_{\odot}$  представляет собой соответственно массу и светимость солнца. Что касается радиуса, то, как показывают наблюдения, он связан некоторой зависимостью, правда, не строго функциональной, а корреляционной, со светимостью. Эта зависимость обычно представляется в виде хорошо известной диаграммы Рессела. В ее обычном виде эта диаграмма является зависимостью между светимостью и температурой. Однако на основании соотношения:

$$L = \pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

ее можно преобразовать в диаграмму, связывающую светимость с радиусом.

Упомянутые две зависимости: соотношение между массой и светимостью и диаграмма Рессела приводят к тому, что только один из указанных трех параметров может меняться совершенно независимо. За такой параметр можно принять массу. Светимость целиком определяется заданием массы; радиус же, при данной массе может иметь значения, близкие к одному (при малых массах) или двум (при большой массе) определенным средним значениям.

Указанная двузначность радиуса при больших массах связана с тем, что при больших  $L$  зависимость  $R$  от  $L$ , полученная из диаграммы Рессела, является двузначной. Задачей теории внутреннего строения звезд является вывести указанные два наблюдаемых соотношения, т. е. получить теоретически  $L$  и  $R$  для заданного  $M$ .

Как указывалось, полный ответ на этот вопрос связан с выяснением природы источников звездной энергии, ибо иначе невозможно говорить о физической теории внутреннего строения звезд. Однако можно поставить вопрос в несколько другой плоскости и притом таким образом, что его разрешение уже не будет являться безнадежным.

Дело в том, что указанные эмпирические соотношения должны быть получены как следствия из уравнений, характеризующих равновесие звезды. Надо думать, что следствием из этих уравнений будет вывод, что всякая масса в состоянии равновесия излучает определенное количество ( $L$ ) энергии в единицу времени и может иметь те или иные значения радиуса. Среди уравнений равновесия, приводящих к нашим двум соотношениям между  $L$ ,  $M$  и  $R$  и лежащих в основе теории внутреннего строения звезд, должно быть одно, дающее плотность распределения источников звездной энергии, в зависимости от других физических величин в данной точке (температура, давление и

пр.). Отсутствие этого соотношения делает задачу неопределенной. Нехватает одного из начальных уравнений. Поэтому надо ожидать, что и вместо двух уравнений между интересующими нас величинами  $L$ ,  $M$  и  $R$  мы можем получить только одно уравнение. По существу работа большинства авторов в области внутреннего строения звезд и заключалась до сих пор в решении этой неопределенной задачи, поскольку не делалось ясных физических гипотез о природе источников энергии. Однако получены хотя бы одной зависимости вида

$$f(L, M, R) = 0$$

представляет огромный интерес и, повидимому, является необходимым этапом на пути построения полной теории внутреннего строения звезд.

Такие теории, доведенные до конкретных числовых данных, были построены при упрощающих предположениях некоторыми авторами. Из них здесь следует упомянуть:

1) **Теорию Эддингтона** <sup>1)</sup>. В ней делается предположение, что звезда целиком состоит из идеального газа. При высоких температурах, господствующих внутри звезд, Ван-дер-Ваальсовы силы действительно не играют никакой роли.

Однако предположение Эддингтона, что этот идеальный газ является классическим, т. е. пренебрежение возможностью вырождения в центральных областях в смысле статистики Ферми-Дирака, требует специального обоснования.

Эддингтон предполагает, что сделанные предположения справедливы для всех звезд, не являющихся белыми карликами, и применяет к ним свои выводы.

2) **Теория Чандрасекара для белых карликов** <sup>2)</sup>. В ней предполагается, что звезда целиком состоит из сильно вырожденного газа. Это предположение справедливо только для звезд с очень большой средней плотностью, какими являются белые карлики. Однако и у них фотосферические слои, т. е. самые внешние слои состоят из идеальных газов, и сделанное предположение является лишь первым приближением.

Мы не будем касаться здесь теорий, которые рассматривают звезды как двухфазные конфигурации, так как рассмотрение их завело бы нас слишком далеко. Это не означает, что мы отвергаем существование таких звезд в природе. Мы остановимся здесь лишь на двух упомянутых простых теориях, чтобы проиллюстрировать направление, в котором велись до сих пор работы.

**1. Теория Эддингтона.** Поскольку речь идет о статических (а не о переменных) звездах, можно считать, что они находятся в состоянии механического равновесия. Далее будем считать звезду сферически-симметричной, т. е. будем пренебрегать вращением, вызывающим отклонения от сфериче-

<sup>1)</sup> Eddington-Internal Constitution of the Stars. Cambridge, 1926.

<sup>2)</sup> Monthly Notices, 95, 207, 1935.

ской симметрии. Тогда все физические величины, как, например, температура  $T$ , газовое давление  $p$ , световое давление  $p'$ , ускорение силы тяжести  $g$ , будут функциями расстояния до центра  $r$ . В этом предположении уравнение гидростатического равновесия имеет форму:

$$\frac{d(p+p')}{dr} = -g\rho, \quad (13.1)$$

где  $\rho$  — плотность. Для ускорения силы тяжести имеем:

$$g = \frac{GM(r)}{r^2}, \quad (13.2)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная, а  $M(r)$  — масса, заключенная в сфере с радиусом  $r$  вокруг центра звезды.

Из уравнения переноса путем умножения на  $\cos\theta$  и интегрирования следует, что

$$\frac{dp'}{dr} = -\frac{\alpha H}{c}, \quad (13.3)$$

где  $\alpha$  — объемный коэффициент поглощения, а  $H$  — поток излучения через единицу поверхности. Представив  $\alpha$  в виде

$$\alpha = \kappa\rho,$$

где  $\kappa$  — коэффициент поглощения, отнесенный к массе, мы перепишем (13.3) в виде:

$$\frac{dp'}{dr} = \frac{\kappa\rho H}{c}, \quad (13.4)$$

где  $c$  — скорость света.

Деля (13.1) на (13.4), имеем:

$$\frac{d(p+p')}{dp'} = \frac{cg}{\kappa H}. \quad (13.5)$$

Обозначим теперь через  $L(r)$  полное количество энергии, освобождаемое в единицу времени источниками, находящимися в сфере радиуса  $r$ . Очевидно, что в стационарном состоянии  $L(r)$  должно быть равно количеству энергии, вытекающей в единицу времени через поверхность этой сферы наружу. Если основным способом передачи энергии в звезде является лучиспускание (что справедливо при столь высоких температурах), то интересующее нас количество вытекающей энергии равно  $4\pi r^2 H$ . Поэтому

$$H = \frac{L(r)}{4\pi r^2}. \quad (13.6)$$

Разделив (13.6) на (13.2), получаем:

$$\frac{H}{g} = \frac{1}{4\pi G} \frac{L(r)}{M(r)}. \quad (13.7)$$

Отношение  $\frac{L(r)}{M(r)}$  представляет собою среднюю мощность источников на 1 г массы внутри сферы с радиусом  $r$ . Мы не будем делать никаких предположений об абсолютном значении этой мощности. Мы допустим только, что отношение  $\frac{L(r)}{M(r)}$ , т. е. эта средняя мощность не зависит от  $r$ . Это будет справедливо, если мощность источников на единицу массы во всей звезде будет одинакова. Если, далее, примем, что коэффициент поглощения является постоянным, то

$$\kappa \frac{H}{g} = \frac{\kappa}{4\pi G} \frac{L(r)}{M(r)} = \text{const} = \frac{\kappa}{4\pi G} \frac{L}{M}, \quad (13.8)$$

где  $L$  и  $M$  равны значениям  $L(r)$  и  $M(r)$  на внешней границе звезды соответственно, т. е. представляют собою светимость и массу звезды.

Поэтому (13.5) можно переписать в виде:

$$\frac{d(p+p')}{dp'} = \frac{4\pi\kappa GM}{\kappa L}. \quad (13.9)$$

Обозначим постоянную для данной звезды величину

$$\frac{\kappa L}{4\pi\kappa GM} = 1 - \beta, \quad (13.10)$$

где  $\beta$ , как видно из (13.9), должно быть заключено между нулем и единицей. Согласно (13.10) вместо (13.9) можем написать

$$dp' = (1 - \beta) d(p + p'). \quad (13.11)$$

Интегрируя это уравнение и имея в виду, что на внешней границе  $p = p' = 0$ , находим:

$$p' = (1 - \beta)(p + p'); \quad p = \beta(p + p'); \quad p = \frac{\beta}{1 - \beta} p' \quad (13.12)$$

Во внутренних слоях звезды мы можем принять, что, как и при термодинамическом равновесии,

$$p' = \frac{1}{3} aT^4. \quad (13.13)$$

С другой стороны, уравнение идеальных газов, введение которого является весьма существенным для теории Эддингтона, дает

$$p = \frac{R}{\mu} \rho T, \quad (13.14)$$

где  $R$  — постоянная Клапейрона и  $\mu$  — молекулярный вес.

Сопоставляя (13.14) с (13.12) и (13.13), получаем:

$$\rho = \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{\mu a}{3R} T^3. \quad (13.15)$$

Таким образом плотность внутри звезды меняется пропорционально кубу температуры.



С другой стороны (13.1), (13.2) и (13.12) дают:

$$\frac{1}{1-\beta} \frac{dp'}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho$$

или, в силу (13.13):

$$\frac{4a}{3(1-\beta)} \frac{r^2}{e} T^3 \frac{dT}{dr} = -GM(r).$$

Введя выражение для  $\frac{T^3}{e}$  из (13.15), находим:

$$\frac{4R}{\beta\mu} r^2 \frac{dT}{dr} = -GM(r), \quad (13.16)$$

Дифференцируя и принимая во внимание, что

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (13.17)$$

получаем:

$$\frac{R}{\pi\beta\mu G} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = -\rho. \quad (13.18)$$

Подставляя сюда выражение для  $\rho$  из (13.15), имеем:

$$\frac{1-\beta}{\beta^2} \frac{3R^2}{\pi\mu^2 aG} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = -T^3. \quad (13.19)$$

Решение этого уравнения должно дать  $T$  как функцию  $r$  и тем самым ответ на всю задачу.

Введем вместо  $T$  новую переменную  $\theta$ , отличающуюся от нее постоянным множителем:

$$\theta^2 = \frac{\beta^2}{1-\beta} \frac{\pi\mu^2 aG}{3R^2} T^2. \quad (13.20)$$

Тогда уравнение (13.19) примет форму:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\theta}{dr} \right) = -\theta^3. \quad (13.21)$$

Это уравнение рассматривалось в свое время Эмденом (Emden) и поэтому называется уравнением Эмдена <sup>1)</sup>.

Найдем теперь предельные условия, которым должна удовлетворять функция  $\theta$ .

Так как  $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{M(r)}{r^2} = 0$ , то из (13.16) ясно, что  $\frac{dT}{dr} = 0$  при  $r=0$ . Таким образом в центре  $\frac{d\theta}{dr} = 0$ ; на границе же звезды при  $r=r_1$  мы должны иметь  $\theta=0$  (температура столь низка, что ее можно положить равной нулю).

Для нахождения решения, удовлетворяющего обоим нашим условиям, найдем сперва какое-либо одно решение уравнения

<sup>1)</sup> Emden. Gaskugeln. Leipzig und Berlin, 1907.

(13.21), например удовлетворяющее условиям  $\frac{d\theta}{dr} = 0$ ;  $\theta = 1$  при  $r = 0$ . Это решение найдено Эмденом численно и затабулировано. Обозначим его через  $u(r)$ .

Очевидно, что если  $u(r)$  есть решение уравнения (13.21), то функция  $\theta = \lambda u(\lambda r)$ , где  $\lambda$  — постоянная, также является решением этого уравнения. Решение Эмдена  $u(r)$  имеет корень при  $r = 6,9$ . Очевидно, что решение  $\theta = \lambda u(\lambda r)$  будет иметь корень при  $r = \frac{6,9}{\lambda}$ . Выбирая  $\lambda$  соответственным образом, мы можем удовлетворить условию  $\theta = 0$  при любом заданном радиусе звезды.

Что касается требования  $\frac{d\theta}{dr} = 0$  при  $r = 0$ , то функция

$\theta = \lambda u(\lambda r)$  удовлетворяет ему, ибо  $\frac{du}{dr} = 0$  при  $r = 0$ .

Таблица 15

$r$	$u(r)$	$-\frac{du}{dr}$	$r$	$u(r)$	$-\frac{du}{dr}$
0,00	1,00	0,00	3,00	0,36	0,18
0,25	0,99	0,08	3,50	0,28	0,15
0,50	0,96	0,15	4,00	0,21	0,12
0,75	0,91	0,21	4,50	0,16	0,10
1,00	0,86	0,25	5,00	0,11	0,08
1,25	0,79	0,27	6,00	0,04	0,06
1,50	0,72	0,28	6,80	0,005	0,04
1,75	0,65	0,27	6,90	0,000	0,04
2,00	0,58	0,26			
2,50	0,46	0,22			

Итак искомое решение должно принадлежать к семейству решений  $\theta = \lambda u(\lambda r)$ . Представляет поэтому интерес привести затабулированные Эмденом значения  $u(r)$ .

Для определения  $\lambda$  при данной массе и светимости попытаемся применить уравнение (13.16) к внешней границе звезды, где его можно переписать в виде:

$$\frac{4R}{\beta\mu} r_1^2 \left( \frac{d\theta}{dr} \right)_{r=r_1} = -G \left( \frac{\beta^2}{1-\beta} \frac{\pi\mu^2 aG}{3R^2} \right)^{1/2} M; \quad (13.22)$$

и заметим, что для всех наших решений мы имеем на основании нашей таблицы

$$\left[ \frac{d\theta}{dr} \right]_{r=r_1} = \lambda^2 \left[ \frac{du}{dr} \right]_{r=6,9} = -0,04\lambda^2.$$

Поэтому:

$$r_1^2 \left( \frac{d\theta}{dr} \right)_{r=r_1} = \left[ \frac{du}{dr} \right]_{r=6,9} \cdot (6,9)^2 = -2,$$

и уравнение (13.22) примет вид:

$$2 \frac{4R}{\beta\mu} = G \left( \frac{\beta^2}{1-\beta} \frac{\pi\mu^2 aG}{3R^2} \right)^{1/2} M. \quad (13.23)$$

Это уравнение представляет собою зависимость между  $M$  и  $\beta$ , т. е. между  $M$  и  $L$ ; что же касается радиуса, то он совершенно выпадает.

Если условие (13.23) соблюдается, т. е. если заданные масса и светимость удовлетворяют этому условию, то уравнение Эмдена имеет целое семейство решений, удовлетворяющих предельным

условиям с этими  $M$  и  $L$ . Это семейство решений выражается формулой

$$\theta = \lambda u (\lambda r), \quad (13.24)$$

где  $\lambda$ , а следовательно и радиус конфигурации, могут быть какими угодно.

Таким образом искомая зависимость между  $L$  и  $M$  получает вид:

$$3 \cdot 4^3 R^4 (1 - \beta) = \pi \beta^4 \mu^4 G^3 a M^2, \quad (13.25)$$

где  $\beta$  определяется из (13, 10) через  $M$  и  $L$ .

Полученная зависимость между массой и светимостью может быть сравнена с наблюдениями, если известно значение  $\mu$  и  $\kappa$  внутри звезды, ибо  $\kappa$  также входит в (13.10).

Что касается до молекулярного веса, то здесь возможны две отличных друг от друга гипотезы: а) звезда состоит главным образом из водорода. Тогда при сильной ионизации средний молекулярный вес будет близок к половине:  $\mu = \frac{a}{1+Z} = \frac{1}{2}$ , где  $a$  — атомный вес и  $Z$  — атомный номер; б) звезда состоит в основном из элементов более тяжелых, чем водород:  $Z > 1$ ;  $\mu = \frac{a}{1+Z} \approx 2$ . Когда количества обоих веществ сравнимы между собою, мы будем иметь  $\frac{1}{2} < \mu < 2$ , и значение  $\mu$  будет зависеть от процентного содержания водорода.

Сделав одну из указанных гипотез, мы можем внести предположенное значение молекулярного веса в (13.25). Взяв, далее, одну звезду с наблюдаемым  $M$  и  $L$  (например, Солнце), мы можем для нее из (13.25) вычислить  $1 - \beta$ . С другой стороны, зная из наблюдений  $R$ , мы можем для этой звезды узнать значение  $\lambda$  и  $\theta(0) = \lambda$ . Входя в (13.20), отсюда найдем  $T$ , а по (13.15) —  $q$  в центральных областях. Для данной плотности и радиуса мы можем теоретически, при принятом предположении о составе вещества, определить коэффициент поглощения  $\kappa$ .

Найденные таким образом значения  $1 - \beta$  и  $\kappa$  должны вместе с  $L$  и  $M$  удовлетворять уравнению (13.10).

К сожалению, уравнение (13.10) при предположении о том, что звезда состоит из тяжелых элементов, не оправдывается. Эддингтон пытался выйти из затруднения, предположив, что  $\kappa$  в действительности превосходит теоретическое значение приблизительно в десять раз. Приняв такое преувеличенное значение для  $\kappa$ , можно показать, что вычисленное по данному радиусу и данной массе на основании (13.25) и (13.10) значение светимости согласуется с наблюдением для каждой звезды, не являющейся белым карликом.

Эддингтон называет это рассуждение теоретическим выводом соотношения между массой и светимостью. На самом же деле полученное соотношение в скрытом виде содержит (через  $L$  и  $M$ ) радиус, который приходится принимать из наблюдений. Поэтому мы были правы вначале, указывая, что без теории

источников звездной энергии мы можем вывести лишь одно соотношение между тремя фундаментальными величинами, характеризующими звезду. Кроме того необходимо вновь напомнить, что вывод Эддингтона нельзя считать целиком теоретическим, ибо он искусственно подгоняет коэффициент поглощения таким образом, чтобы выведенное им соотношение согласовалось с наблюдаемым значением радиуса, хотя бы у одной звезды. Правда, после этого все звезды (не белые карлики) удовлетворяют его соотношению.

Стрёмгрен <sup>1)</sup> сделал другую попытку выйти из указанного затруднения с коэффициентом поглощения. Он допустил, что водород составляет значительную часть массы звезды. Тогда можно получить из теории Эддингтона соотношение между  $L$ ,  $M$  и  $R$ , совпадающее с наблюдаемым, допустив, однако, что процентное содержание водорода меняется при переходе вдоль диаграммы Расселя. Этому изменению процентного содержания водорода он придает эволюционный смысл. В настоящее время мы имеем в литературе целый ряд работ, посвященных выводу процентного содержания водорода у различных звезд на основании теории Стрёмгрена.

Мы видим, что переменный (от звезды к звезде) молекулярный вес делает задачу вывода соотношения  $f(L, M, R) = 0$  неопределенной, и поэтому нельзя пока говорить, что теория Стрёмгрена доказывает правильность эддингтоновской теории газовых конфигураций звезд. Здесь требуются дополнительные подтверждения гипотезы Стрёмгрена.

**2. Теория белых карликов Чандрасекара.** В своей теории Чандрасекар принимает, что белые карлики состоят из крайне вырожденного электронного газа и, как указывалось, пренебрегает тем, что самые внешние слои состоят из идеального газа.

Условия крайнего вырождения приводят к тому, что как в нерелятивистском, так и в релятивистском газе Ферми световым давлением можно пренебречь по сравнению с газовым.

В самом деле, для нерелятивистского газа условие вырождения имеет вид: <sup>2)</sup>

$$n \gg \frac{(m_e kT)^{3/2}}{h^3}, \quad (13.26)$$

где  $m_e$  — масса электрона.

Для газового давления имеем:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon} = \frac{1}{3} n m_e \bar{v}^2 = \frac{1}{3m_e} n m_e^2 \bar{v}^2, \quad (13.27)$$

где  $\bar{\epsilon}$  — средняя энергия электрона, а  $\bar{v}^2$  — средний квадрат скорости.

<sup>1)</sup> Zeitschrift für Astrophysik, J, 118, 1932, 7, 222, 1933.

<sup>2)</sup> См., напр., Бете и Зоммерфельд, Электронная теория металлов, ОНТИ, 1938, стр. 17.

Но для квадрата среднего импульса мы опять имеем из условия вырождения

$$\overline{m_e^2 v^2} \gg m_e kT. \quad (13.28)$$

Сопоставляя (13.26), (13.27) и (13.28), находим:

$$p = \frac{1}{3m_e} n \overline{m_e^2 v^2} \gg \frac{1}{3m_e} \frac{(m_e kT)^{3/2}}{\hbar^2}.$$

Умножая это неравенство на

$$1 > \left( \frac{\overline{m_e v}}{m_e c} \right)^2 \gg \frac{(m_e kT)^{3/2}}{(m_e c)^3} \quad \sqrt{1/2}$$

следующее из  $\overline{v} \ll c$  и условия вырождения, получаем для нерелятивистского газа Ферми:

$$p \gg \frac{1}{3} \frac{k^4}{\hbar^3 c^3} T^4$$

или

$$p \gg p'.$$

В случае, когда газ Ферми релятивистский, т. е. когда  $\overline{\varepsilon} \gg m_e c^2$  и средний импульс  $\approx \frac{\overline{\varepsilon}}{c}$ , мы имеем:

а) условие вырождения в форме

$$n \gg \frac{(kT)^3}{c^3 \hbar^3}$$

и б) то же условие в форме

$$\overline{\varepsilon} \gg kT.$$

Перемножая их, получаем:

$$p = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon} \gg \frac{(kT)^4}{c^3 \hbar^3}$$

или

$$p \gg p'.$$

Итак, в газе Ферми, как релятивистском, так и нерелятивистском, можно совершенно пренебречь световым давлением. Поэтому уравнение гидростатического равновесия принимает простую форму:

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \rho.$$

Для  $M(r)$  имеем:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho.$$

Эти два уравнения дают:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{\varrho} \frac{dp}{dr} \right) = -4\pi G \varrho. \quad (13.29)$$

Уравнение состояния крайне вырожденного газа можно вывести для самого общего случая, обнимающего случаи — нерелятивистский, релятивистский и переходный. Это уравнение имеет в параметрической форме вид:

$$p = A f(x); \quad \varrho = Bx^3, \quad (13.30)$$

где

$$A = \frac{\pi \mu^3 c^5}{3h^3}; \quad f(x) = x(2x^2 - 3)(x^2 + 1)^{1/2} + 3 \operatorname{arcsch} x$$

$$x = \frac{P_0}{m_0 c}, \quad B = \frac{8\pi m_0^3 c^3 \mu m_p}{3h^3} \quad (13.31)$$

и  $\mu$  — молекулярный вес, а  $m_p$  — масса протона <sup>1)</sup>. Важно, что в этом случае температура не входит в уравнение состояния.

Подставляя (13.30) в (13.29), находим:

$$\frac{A}{B} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{x^3} \frac{df(x)}{dr} \right) = -4\pi G B x^3. \quad (13.32)$$

С другой стороны, из (13.30) и (13.31) следует:

$$\frac{1}{x^3} \frac{df(x)}{dr} = \frac{8x}{(x^2 + 1)^{1/2}} \frac{dx}{dr} = 8 \frac{d\sqrt{x^2 + 1}}{dr}.$$

Поэтому уравнение (13.32) можно переписать в виде:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\sqrt{x^2 + 1}}{dr} \right) = -\frac{\pi G B^2}{2A} x^3.$$

Введем замену переменных:  $\sqrt{x^2 + 1} = y$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dy}{dr} \right) = -\frac{\pi G B^2}{2A} (y^2 - 1)^{3/2}.$$

Это уравнение и является основным для решения проблемы. Предельные условия будут:

$$\frac{dy}{dr} = 0 \quad \text{при} \quad r = 0$$

и

$$y = 1; \quad \frac{1}{\varrho} \frac{dp}{dr} = -\frac{GM(r_1)}{r_1^2} \quad \text{при} \quad r = r_1.$$

Мы имеем всего три предельных условия, и при произвольном значении  $r_1$  все три предельных условия для данной массы не могут удовлетвориться. Но можно пытаться удовле-

<sup>1)</sup> Вывод этого уравнения см. в русском издании книги С. Росселанд, *Астрофизика на основе теории атома*, ГТИ, 1936.

творить им, выбирая  $r_1$ . Оказывается, что для масс, меньших некоторого  $M_{\text{max}}$ , всегда можно подобрать такое пограничное значение независимой переменной  $r_1$ , что указанные три предельные условия удовлетворятся.

В результате мы получаем некоторое теоретическое соотношение между массой  $M$  и радиусом  $r_1$ . Светимость выпала из окончательного соотношения.

В качестве дополнительного параметра и здесь входит молекулярный вес  $\mu$ . Для звезды, у которой  $\mu=1$ , мы имеем  $M_{\text{max}} = 5,7M_{\odot}$ . Таким образом имеется верхняя граница для массы белого карлика.

Приводим из работы Чандрасекара табличку, дающую выведенную им зависимость между  $M$  и  $r_1$ , а также среднюю плотность конфигурации равновесия с данной массой при  $\mu=1$ .

При молекулярном весе  $\mu$ , отличном от единицы, массы, данные в этой таблице, должны быть помножены на  $\mu^{-2}$ , а радиусы на  $\mu^{-1}$ .

К сожалению, имеющийся материал о массах белых карликов очень скуден. Наблюдаемые радиусы, повидимому, того же порядка, что радиусы, следующие из таблицы 16 при массах порядка  $M_{\odot}$ .

Что касается до светимостей белых карликов, то они целиком определяются распределением и интенсивностью источников энергии этих звезд.

Только правильная физическая гипотеза об источниках звездной энергии даст возможность построить полную теорию внутреннего строения звезд, объясняющую наблюдаемые факты.

Таблица 16

$M/M_{\odot}$	Среднее $\rho$ в $g/cm^3$	Радиус в см
5,728	$\infty$	0
5,484	$4,716 \cdot 10^7$	$4,136 \cdot 10^8$
5,294	$1,578 \cdot 10^7$	$5,443 \cdot 10^8$
4,852	$5,111 \cdot 10^6$	$7,699 \cdot 10^8$
4,310	$2,114 \cdot 10^6$	$9,936 \cdot 10^8$
3,528	$7,960 \cdot 10^5$	$1,287 \cdot 10^9$
2,934	$4,065 \cdot 10^5$	$1,514 \cdot 10^9$
2,440	$2,302 \cdot 10^5$	$1,721 \cdot 10^9$
2,007	$1,345 \cdot 10^5$	$1,929 \cdot 10^9$
1,612	$7,741 \cdot 10^4$	$2,155 \cdot 10^9$
0,877	$1,936 \cdot 10^4$	$2,793 \cdot 10^9$
0	0	

В  
Р  
Р

Г

Д

Е

Ответственный редактор *С. К. Всехсвятский.*  
Технический редактор *Р. В. Эмдина*  
Корректор *А. А. Лаушкин*

---

Сдано в набор 16/XI 1938 г.	Подписано к печати 22/II 1939 г.	
Формат бумаги 62×92 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> Камской ф-ки.	Тираж 3 000 экз.	
Уч.-авт. лист. 16,89.	Авт. л. 16,81.	Печ. лист. 16.
Бум. лист. 8.	Колич. печ. зн. в 1 бум. л. 96.000.	
Индекс 50-5-2.	Заказ № 887.	Леноблгорлит № 663.

---

4-я тип. ГОНТИ „Красный Печатник“. Ленинград, Международный пр., 75а.



**ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ**

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть	По вине
29	6 сверху	от кривой	от (2.23)	Редакции
29	11 сверху	[формула (2.23)]	[формула (2.22)]	Автора
185	14 снизу	к нулю	к $\frac{\nu_a}{\nu_c} S$	„
187	11 снизу и дальше	$f k_\nu d_\nu$	$\int k_\nu d_\nu$	„
215	1 снизу	обслуживающие	обуславливающие	„

Амбарцумян, Теоретическая астрофизика.